



Банк России



# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПОЗИТНОГО ВЕСА ПРИ РАСЧЕТЕ СРЕДНИХ ЦЕН

Информационно-аналитический материал

Г. Гамбаров

Москва  
2023

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Аннотация .....	1
Способы взвешивания.....	1
Средневзвешенная по композитному весу .....	3
Интерпретация средних ставок .....	4
Достоинства композитного веса.....	5
Недостатки композитного веса .....	5
Состав и форма композитного веса .....	6
Список литературы .....	7

Материал подготовлен Департаментом статистики.

107016, Москва, ул. Неглинная, 12, к. В

Официальный сайт Банка России: [www.cbr.ru](http://www.cbr.ru)

© Центральный банк Российской Федерации, 2023

Георгий Гамбаров  
Банк России, Департамент статистики  
д. э. н., доцент  
[gambarovgm@cbr.ru](mailto:gambarovgm@cbr.ru)

## Аннотация

В статье рассматривается проблема влияния крупных участников рынка на величину средневзвешенной цены. Анализируется предложенный способ снижения риска неадекватной оценки средних цен, основанный на применении композитного веса, в котором наряду с объемом сделок используется количество участников, совершивших операции по данной ставке. Показано, что введение композитного веса в условиях высокой рыночной концентрации повышает качество средней цены (ставки) – в частности, снижает влияние на нее крупных участников рынка и нерыночных сделок.

**Ключевые слова:** концентрация, виды средних, композитный вес, качество средних, нерыночные сделки.

**Key words:** concentration, types of mediums, composite weight, quality of mediums, non-market transactions.

При расчете типичной цены (ставки) по формуле средней арифметической в большинстве случаев пользуются сгруппированными данными, при этом различные значения цен имеют различную значимость (вес). В качестве весов цен, как правило, выступают объемы операций, совершенных по данным ценам. Однако на рынках с высокой концентрацией взвешивание исключительно по объему операций чревато системным смещением оценок средней величины к ставкам наиболее крупных участников [5].

Настоящая работа посвящена обоснованию использования ранее предложенного композитного веса цены (ставки), учитывающего не только объем операций, но и количество участников данных операций.

Без существенной потери общности далее описание расчета средних цен будет проводиться на примере расчета средних ставок на денежном рынке. Данные средние отражают стоимость заимствования на денежном рынке и призваны оценить типический уровень ставок, по которым совершалась основная масса сделок.

## Способы взвешивания

Средневзвешенная по объему сделок ставка [4] имеет вид:

$$R_v = \frac{\sum_{j=1}^N r_j * v}{\sum_{j=1}^N v_j}, \quad (1)$$

где  $N$  – число совершенных сделок;

$r_j$  – ставка  $j$ -ой сделки;

$v_j$  – объем  $j$ -ой сделки.

Простая средняя арифметическая по сделкам, в которой не учитываются объемы, вычисляется по формуле:

$$R_{ar} = \frac{\sum_{j=1}^N r_j}{N}. \quad (2)$$

После группировки сделок, совершенных по одной и той же ставке, формула (1) приобретает вид:

$$R_V = \frac{\sum_{i=1}^M r_i * V_i}{\sum_{i=1}^M V_i} = \sum_{i=1}^M r_i * d_i, \quad (3)$$

где  $M$  – число различных значений ставки;

$r_i$  –  $i$ -ое значение ставки;

$V_i$  – объем сделок, совершенных по  $i$ -му значению ставки;

$d_i$  – доля объема сделок, совершенных по ставке  $r_i$ , равная  $\frac{V_i}{\sum_{i=1}^M V_i}$ .

Как видно из (2), использование средней взвешенной по объему сделок подразумевает, что чем больше объем сделок по тому или иному значению ставки, тем больше доля данной ставки в средней величине и тем самым важнее ставка.

После группировки сделок, совершенных по одной и той же ставке, формула (2) принимает вид:

$$R_{ar} = \frac{\sum_{i=1}^M r_i * C_i}{\sum_{i=1}^M C_i} = \sum_{i=1}^M r_i * dc_i, \quad (4)$$

где  $C_i$  – число участников, совершивших сделки по ставке  $r_i$ ;

$dc_i$  – доля числа участников, совершивших сделки по  $i$ -ой ставке, равная  $\frac{C_i}{\sum_{i=1}^M C_i}$ .

Таким образом, взвешивание ставок по числу участников операций возникает естественным образом и соответствующая средневзвешенная (4) равна простой средней арифметической по сделкам (2).

### Пример 1. Эффективность взвешивания по числу участников

Данный пример демонстрирует, что средняя взвешенная по числу участников операций (4) при высокой концентрации рынка более эффективна, чем средневзвешенная по объему сделок (3).

Предположим, что на рынке однодневных межбанковских кредитов совершили сделки 22 участника. При этом один из участников привлек у другого участника 60 млрд руб. по ставке 4%. Остальные 20 участников совершили сделки по ставке 5% в суммарном объеме 60 млрд рублей. Данное распределение представлено на рисунке 1. Там же в виде черной линии отмечено значение средневзвешенной по объему, красной линией отмечено значение средневзвешенной по числу участников.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАССМАТРИВАЕМОГО ПРИМЕРА

Рис. 1



Средневзвешенная по объему ставка (3), равная  $R_V = 4,5\%$ , плохо отражает типический уровень ставок: подавляющее большинство участников занимали по 5% годовых и лишь один участник – по 4%. Использование других видов средних, в том числе структурных средних, при сохранении весовых коэффициентов не исправляет ситуацию: например, взвешенная по объему медиана также равна 4,5%.

В подобной ситуации для повышения типичности средней величины целесообразно изменить способ взвешивания ставок.

Средневзвешенная (4), в которой значимость ставки определяется количеством участников, совершивших по данной ставке сделки, в приведенном примере равна 4,91%. Она оказалась более типичной, чем средняя (2) взвешенная по объему: значение 4,91% по сравнению с 4,50% значительно ближе к ставке 5%, по которой подавляющая доля участников совершала свои сделки.

## Средневзвешенная по композитному весу

При отсутствии высокой концентрации рынка, при которой объемы сделок крупных участников существенно превышают объемы сделок остальных участников, взвешивание по объему и взвешивание по числу участников дают одинаковые результаты. Такая ситуация типична для развитых рынков.

На развивающихся рынках часто наблюдается высокая концентрация. Так, даже среди сделок участников RUONIA, в число которых входят наиболее крупные банки, доля объема сделок одного банка достаточно часто превышает 70% (в приведенном примере доля крупной сделки составила 50% от общего объема сделок). Использование средней взвешенной по объему в подобной ситуации несет риски сдвига оценки стоимости заимствования в сторону ставки крупного участника, по которой ни один банк, кроме него, не смог привлечь ликвидность.

Поскольку существуют ситуации, в которых значимость количества участников сделок выше значимости объема данных сделок (как в приведенном примере), целесообразно для повышения типичности обобщающего показателя при вычислении показателей рыночных ставок использовать композитный вес ставки, включающий как объем совершенных по ней сделок, так и число участников данных сделок. В этом случае значимость ставки наряду с объемом сделки будет зависеть и от ее популярности, то есть от количества участников операций по данной ставке.

Средневзвешенная по композитному весу, равному произведению объема сделок на число их участников, имеет вид:

$$R_{\text{комп}} = \frac{\sum_{i=1}^M r_i * V_i * C_i}{\sum_{i=1}^M V_i * C_i} = \sum_{i=1}^M r_i * D_i, \quad (5)$$

где  $D_i$  – доля веса  $i$ -ой ставки, равная  $\frac{V_i * C_i}{\sum_{i=1}^M V_i * C_i}$ .

Средневзвешенная по композитному весу (5) в приведенном примере также представительна (близка к наиболее популярной ставке 5%), как и средняя арифметическая (4):  $R_{\text{комп}} = R_{ar} = 4,91$ .

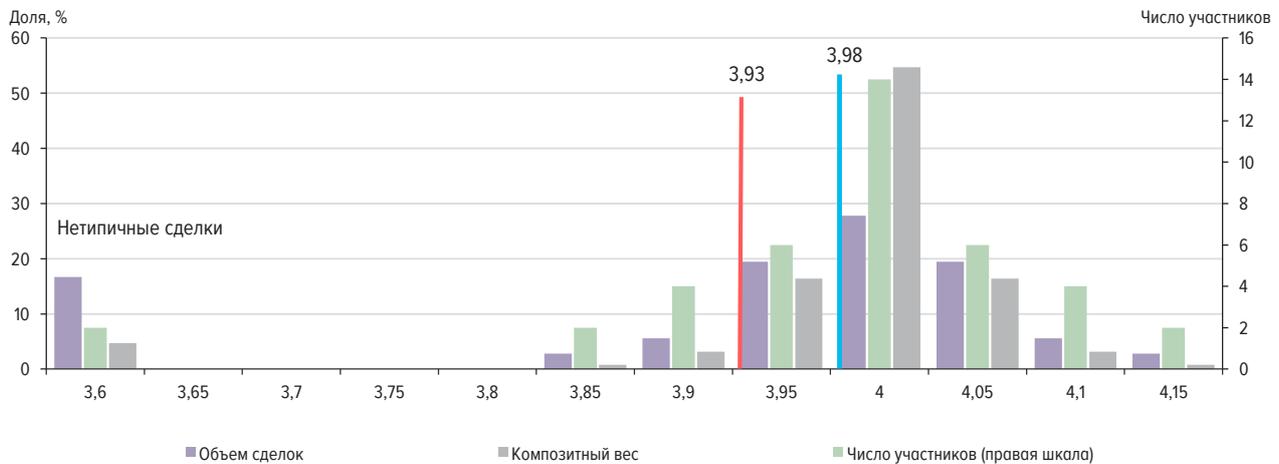
### Пример 2. Противодействие влиянию аномальных сделок

В приведенном выше примере было показано, что композитный вес снижает влияние крупных сделок. Еще одним положительным качеством композитного веса является его способность эффективно снижать, а возможно, и исключать, влияние нетипичных (аномальных) сделок, которые могут быть вызваны либо ошибками, либо нерыночными сделками.

Рассмотрим пример 2. Предположим, что к некоторой совокупности со ставками в диапазоне от 3,85 до 4,15% добавлена нетипичная для данного распределения сделка

ПРИМЕР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕМА СДЕЛОК, ЧИСЛА СДЕЛОК И КОМПОЗИТНОГО ВЕСА  
ПРИ НАЛИЧИИ НЕТИПИЧНЫХ СДЕЛОК

Рис. 2



по ставке 3,60% (рис. 2). Без добавления данной аномальной сделки средние взвешенные и по объему, и по композитному весу были равны 4,00%, что легко определить по рисунку 2 в силу симметричности распределения. Также из рисунка 2 видно, что распределение композитных весов имеет заметно бóльший эксцесс по сравнению с распределением объемов.

При добавлении сделки со ставкой 3,60% значение средней взвешенной по объему, уменьшилось на 7 б.п., до 3,93%, значение средней взвешенной по композитному весу, уменьшилось всего на 2 б.п., до 3,98% (см. табл. 1). А после проведения стандартной превентивной операции по отсечению по 10% веса с минимальными и максимальными значениями ставок влияние аномальной сделки при взвешивании по композитному весу было полностью устранено, в то время как средняя взвешенная по объему оказалась сдвинутой на 5 базисных пунктов.

Таким образом, композитный вес придает средней величине бóльшую устойчивость к воздействию нетипичных сделок.

СРАВНЕНИЕ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ВЛИЯНИЮ НЕТИПИЧНЫХ СДЕЛОК НА СТАВКУ ПРИ ВЗВЕШИВАНИИ  
ПО ОБЪЕМУ И КОМПОЗИТНОМУ ВЕСУ

Табл. 1

	Величина средней без нетипичной сделки, %	Величина средней при наличии нетипичной сделки, %	Величина средней при наличии нетипичной сделки после отсечения по 10% весов с крайними значениями ставок, %
Средняя взвешенная по объему	4,00	3,93	3,95
Средняя взвешенная по композитному весу	4,00	3,98	4,00

## Интерпретация средних ставок

Средняя ставка, взвешенная по объему сделок (формула 1), отражает стоимость заимствования 1 рубля независимо от характеристик участников сделки, в частности от их размера и возможности получить льготное кредитование.

Простая средняя арифметическая по сделкам (формула 2), как и взвешивание ставок по числу участников операций (формула 4), в которых не учитываются объемы, показывает величину стоимости заимствования 1 рубля на данном рынке, при условии что все сделки совершены по одной и той же ставке или по одному и тому же объему.

Средняя ставка, взвешенная по композитному весу, отражает стоимость заимствования 1 рубля для заемщика со средними характеристиками, в частности с типичным объемом сделки и типичной возможностью получить льготное кредитование.

## Достоинства композитного веса

### 1. Ослабление влияния крупных сделок.

Значимость ставки, ее вклад в уровень средней величины определяются не только объемом совершенных по ней операций, но и количеством участников этих операций. Крупная сделка может в меньшей степени повлиять на величину средней, чем несколько сделок значительно меньшего объема.

### 2. Снижение влияния нерыночных операций.

Влияние нерыночных операций и ошибок в данных, а также сделок, направленных на манипулирование рыночной ценой, тем ниже, чем выше значимость основных (типичных) рыночных операций; их значимость тем больше, чем больше число участников рыночных операций.

### 3. Повышение качества средней величины.

Качество средней величины тем выше, чем выше ее типичность, то есть чем выше сходство средней ставки с каждой из ставок. Степень типичности средней величины обычно измеряют показателями вариации, из которых наиболее распространенным является стандартное отклонение. В приведенном примере 1 стандартное отклонение средней взвешенной по объему равно 0,50%, а стандартное отклонение средней взвешенной по композитному весу заметно меньше: 0,29%.

### 4. Универсальность и преемственность.

Средневзвешенная по композитному весу (5) при равных объемах сделок принимает вид простой средней (2), а при равном числе участников операций – вид средневзвешенной по объему (3). Кроме того, композитный вес может использоваться не только на высококонцентрированных рынках, но и на рынках с любым уровнем концентрации. Однако на рынках с невысокой концентрацией учет числа участников не несет новой информации, поскольку сильно коррелирует с объемом сделок.

## Недостатки композитного веса

Взвешивание по композитному весу, как и по объему сделок, допускает манипулирование величиной средней. Уровень средневзвешенной по композитному весу может быть искусственно увеличен в результате использования встречных сделок и/или привлечения средств у достаточного большого количества участников по высоким ставкам. При этом если привлекать незначительные объемы, затраты на данную операцию можно существенно снизить. Аналогично встречные сделки и/или продажа незначительных объемов по низким ставкам достаточному большому количеству участников могут заметно снизить величину средней.

Однако данный недостаток не является принципиальным. Во-первых, подобные нерыночные сделки обладают четкими признаками, позволяющими их идентифицировать: наличие встречных сделок и/или большое число сделок малого объема по относительно высоким или низким ставкам.

Во-вторых, композитный вес повышает долю наиболее популярных, то есть рыночных ставок, и для сдвига средней величины нерыночные ставки должны также обладать значительным объемом. Так, в приведенном примере 2 объема 30 млрд руб. оказалось недостаточно для существенного сдвига средней величины (см. рис. 2).

В-третьих, превентивное отсечение по 10% композитного веса с наиболее высокими и наиболее низкими ставками в большой степени устраняет влияние нерыночных сделок. В примере 2 средняя после отсечения становится равной 4,00%, как и до появления аномаль-

ной сделки (табл. 1). В случае взвешивания по объему аналогичное отсечение по 10% объема сделок приводит к средней, которая на 5 б.п. меньше исходной средней (табл. 1).

## Состав и форма композитного веса

Предложенный автором композитный вес в виде произведения объема сделок на число их участников, как в (5), в течение 10 лет достаточно успешно использовался в индикаторах репо Московской Биржи [3] и в процентной ставке RUONIA, являющейся операционным ориентиром Банка России при проведении денежно-кредитной политики. Однако такая форма не представляется оптимальной.

На развитых рынках, на которых не наблюдается высокая концентрация, объем сделок, как отмечалось выше, коррелирует с количеством участников сделок. В этом случае композитный вес в (5) эквивалентен квадрату объема сделок. Такое квадратичное усиление значимости объема сделок представляется чрезмерным. В этом случае средняя сдвигается к модальному значению, игнорируя по мере приближения к нему вид распределения.

Более естественным представляется не усиление значимости взвешивания, а его перераспределение: часть значимости объема сделок, совершенных по данной ставке, целесообразно передать степени ее популярности – числу участников сделок по данной ставке, сохранив общую значимость ставки. Средневзвешенная в этом случае принимает вид:

$$R_{\text{компл}} = \frac{\sum_{i=1}^M r_i * V_i^q * C_i^{1-q}}{\sum_{i=1}^M V_i^q * C_i^{1-q}} = \sum_{i=1}^M r_i * Dk_i, \quad (6)$$

где  $q$  – весовой показатель объема операций, принимающий значения от 0 до 1;

$Dk_i$  – доля веса  $i$ -ой ставки, равная  $\frac{V_i^q * C_i^{1-q}}{\sum_{i=1}^M V_i^q * C_i^{1-q}}$ .

Весовой показатель объема операций  $q$  может быть установлен экспертным путем, а также на основе методов векторной оптимизации – например, метода регуляризации по Парето [2]. Экспертный способ определения величины  $q$  связан с оценкой степени концентрации рынка и наличия на нем исключительных игроков: чем больше концентрация и чем больше выдающихся по объему участников, тем меньше величина  $q$ . По предварительным оценкам, в настоящее время (октябрь 2020 г.) объем сделок в среднем в 1,5 раза значимей количества участников сделок, то есть величина  $q$  равна 0,60, а весовой показатель количества участников – 0,40.

Универсальность композитного веса в виде (6) проявляется также в том, что при  $q$ , равном 1, средняя является средневзвешенной по объему, а при  $q$ , равно 0, – средневзвешенной по количеству участников, то есть простой средней по сделкам.

## Список литературы

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.
2. Гамбаров Г.М. Проблемы статистического анализа и оценки стоимости финансовых активов. – М.: МЭСИ, 2010. – 141 с.
3. Гамбаров Г.М. Индикаторы ставок рынка репо // Практическое руководство по репо. – М.: СРО НФА, 2010. – с. 47–52.
4. Общая теория статистики. Учебник для вузов / под ред. И.И. Елисеевой. 5-е изд. перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2005 г. – 572 с.
5. Розанова Н.М., Заростратова И.В. Экономический анализ фирм и рынка. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. – 280 с.
6. Кендалл М., Стюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. М.: Наука, 1976. – 672 с.
7. Hirschman A.O. The Paternity of an Index // Amer. Econ. Rev. 1964. Vol. 54. P. 761–765.
8. Waterson M. Economic theory of the industry. Cambridge University Press, 1984.