Банк России

Квартальная прогнозная модель России с рынком труда

Август 2024

Орлов Андрей
Шарафутдинов Артур
Банк России

Авторы выражают благодарность Смирновой Ж.И., Нелюбиной А.С. за комментарии и дополнения к работе, а также Левашовой О.Е., Воронцовой А.Р., Лысенко Г.В., Левиной Е.А. за помощь при подготовке публикации.

Вы можете направить Ваши предложения и замечания по адресу svc_analysis@cbr.ru.

Адрес: 107016, Москва, ул. Неглинная, 12
Телефоны: +7 499 300-30-00, +7 495 621-64-65 (факс)
Официальный сайт Банка России: www.cbr.ru

Содержание

Введение

Квартальная прогнозная модель (КПМ) разрабатывается в Банке России в качестве аналитического инструмента для анализа и прогнозирования российской экономики с 2007 года[1]. В настоящее время КПМ, наряду с рядом DSGE-моделей[2], используется для среднесрочного прогнозирования, анализа и выработки рекомендаций по денежно-кредитной политике, а также сценарного анализа и разработки стресс-тестов.

В новой версии КПМ по сравнению с предыдущей версией модели Орлов (2021) добавляется блок рынка труда, включающий переменные зарплат и безработицы. Для более глубокого анализа взаимосвязей между индикаторами рынка труда необходимо добавление количественных переменных рабочей силы и занятости. Поэтому для рынка труда строится модель *«search and matching»* из класса Diamond—Mortensen—Pissarides Diamond (1982), Mortensen (1982), Pissarides (1985), следуя за Gertler, Sala и др. (2008) и Christiano, Eichenbaum и др. (2016).

Включение в модель блока рынка труда требует взаимоувязки выпуска и использования факторов производства, другими словами – структурного моделирования стороны предложения. Для решения этой задачи в КПМ была добавлена многоуровневая производственная функция. В частности, в модели отдельно была задана производственная функция для внутреннего выпуска, и отдельно — производственная функция выпуска для экспортного сектора (с разбивкой на нефтегазовый и ненефтегазовый экспорт). Структура производства и производственные функции специфицируются по аналогии с многоуровневой производственной функцией ядровой модели Банка Канады ToTEM I в Murchison и Rennison (2006), ToTEM II в Dorich, Johnston и др. (2013), ядровой модели Риксбанка Ramses II в Adolfson, Laséen и др. (2013), ядровой модели Банка Бразилии SAMBA в De Castro, Gouvea и др. (2015).

В основе новокейнсианских моделей лежат две ключевые предпосылки, обусловливающие отсутствие нейтральности денег, то есть возможности номинальных денежных показателей (денежная масса, номинальные процентные ставки) оказывать влияние на реальные величины по крайней мере в кратко- и среднесрочном периоде: предположение о несовершенной конкуренции на товарных и (или) факторных рынках и предположение о жесткости цен и заработных плат. Эти основополагающие предпосылки образуют ядро трансмиссионного механизма денежно-кредитной политики центрального банка — его способность через изменение номинальных показателей влиять на реальные величины в экономике и инфляцию.

Квартальная прогнозная модель основывается на приведенной форме исходной стандартной DSGE-модели для малой открытой экономики, то есть является результатом решения отдельных оптимизационных задач экономических агентов — потребителей, фирм, государства — при выполнении усло-

[1] См. Бородин, Горбова и др. (2008) и Бородин (2014).
[2] См. Селезнев и Крепцев (2016), Селезнев и Крепцев (2017).

вий равновесия на товарных и факторных рынках. Каркасом модели являются следующие блоки: *сторона предложения*, определяющая взаимозависимость внутреннего спроса, спроса на производственные факторы и инфляции, *задача домохозяйства* (уравнение Эйлера), описывающая взаимосвязь внутреннего спроса и процентной ставки, *правило денежно-кредитной политики* (правило Тейлора), определяющее правило установления ключевой ставки и *условие отсутствия арбитража на финансовых рынках* (уравнение непокрытого паритета), задающее взаимосвязь отечественной и зарубежной процентных ставок и динамики валютного курса. Сформулированные и решенные в явном виде задачи фирм и домохозяйств также являются особенностью данной версии модели, что приближает ее к классу структурных моделей. Но стоит отметить, что текущая версия КПМ абстрагируется от моделирования отдельных компонент конечного спроса и балансовых показателей.

В дополнение к отмеченным выше блокам, лежащим в основе Квартальной прогнозной модели, отдельный акцент делается на моделировании бюджетного импульса, ценовой динамики базовой и небазовых компонент потребительской корзины, относительных цен и временно́й структуры процентных ставок, элементов нерациональности ожиданий. Являясь линейной моделью, КПМ не может быть использована для ретроспективного анализа периодов с разной денежно-кредитной и валютной политикой. Как следствие, настоящая структура модели адаптирована к текущему режиму инфляционного таргетирования при плавающем валютном курсе и функционировании бюджетного правила[3].

Текущая версия КПМ развивает модели в работах Бородин, Горбова и др. (2008) и Бородин (2014), используя накопленный опыт моделирования и прогнозирования в рамках регулярных объединенных прогнозных раундов процесса подготовки принятия решений в области денежно-кредитной политики Банка России, а также опыт построения полуструктурных новокейнсианских моделей для целей анализа и прогнозирования денежно-кредитной политики ряда центральных банков и международных организаций — см. модель для Чехии в Beneš, Hledik и др. (2003), Новой Зеландии в Kirker (2008), Хорватии в Ravnik и Bokan (2018), Венгрии в Szilágyi, Baksa и др. (2013), Южной Африки в Botha, Jager и др. (2017), Индии в Beneš, Clinton и др. (2017), модели для Канады, США, еврозоны и Японии в J. Laxton, Ermolaev и др. (2008), Adrian, D. Laxton и др. (2018), Gervais и Gosselin (2014) и Angelini, Bokan и др. (2019), модели для Чехии, Германии и Австрии в Kamenik, Tuma и др. (2013), модель для стран Евразийского экономического союза в Демиденко, Карачун и др. (2016).

[3] Совершенствование, расширение модели КПМ и уточнение ее параметризации ведутся в Банке России на постоянной основе. В данной статье представлено описание структуры и калибровки по состоянию на июнь 2024 года.

Рынок труда

Рынок труда — один из важнейших факторов ценовой динамики в любой экономике. Изменение номинального уровня заработных плат определяется не только соотношением спроса и предложения на труд и оценкой фирмами перспектив дальнейшего развития, но и реакцией фирм и работников на динамику инфляции, которая часто является базовым коэффициентом индексации. Гибкость заработных плат определяет скорость развития вторичных эффектов инфляционных ожиданий. При этом изменение уровня реальных заработных плат на траектории устойчивого роста должно соответствовать изменению производительности труда. Если прирост реальных заработных плат превышает прирост производительности труда, то следствием этого будет увеличение проинфляционного давления в экономике.

Перейдем к описанию рынка труда в модели, где рабочая сила формируется из домохозяйств. Каждый член домохозяйства является безработным или занятым. При этом распределение работников по трудовому статусу не зависит от типа члена домохозяйства. Первоначально любой новый член домохозяйства является безработным. Член домохозяйства, который принял предложение о трудоустройстве, становится занятым.

В реальной жизни поиск работников компанией или работы безработными происходит негладко и небыстро. Фирмы и работники предъявляют друг к другу не всегда совпадающие требования (например, с точки зрения образования и квалификации, релевантного опыта, географического расположения), поэтому, чтобы пожелания и требования работодателя и работника совпали, необходимо время и часто – дополнительные издержки. Такое несовпадение требований, вкупе с длительностью процесса установления их соответствия друг другу, является основным источником безработицы в модели. Поэтому при поиске работы потенциальный работник принимает во внимание не только рыночную заработную плату, но и вероятность нахождения им работы и величину пособия по безработице при неудачном поиске. Каждый период с некоторой вероятностью подбор завершается успехом, при неуспешном подборе кандидат остается безработным. При моделировании также предполагается, что каждый период некоторая доля занятых работников экзогенно увольняется (то есть по причинам, лежащим за рамками модели).

Рынок труда в модели функционирует через агентства по найму (рис. 1), где W – заработная плата, P^W – цена труда для фирм). Для подбора работников фирмы (производители оптовых отечественных товаров и ненефтагазового экспорта) обращаются в агентства по найму. Агентства публикуют вакансии и определяют темпы найма. Процесс подбора имеет определенные издержки (например, на затраты на публикацию объявления, на оформление документов и так далее), поэтому чем выше интенсивность найма, тем больше издержек несет агентство. При этом для сохранения ясности модельной логики предполагается, что занятые работники получают заработную плату в агентстве, а не в самих производственных компаниях.

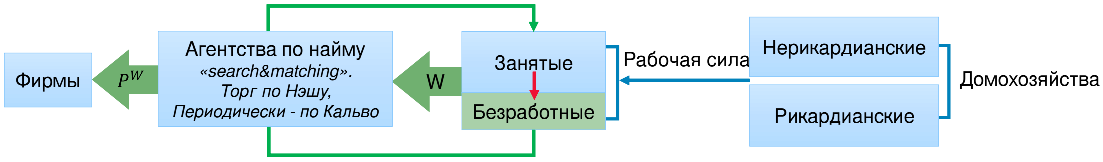

Рис. 1. Взаимосвязь фирм и домохозяйств через рынок труда

Ниже представлены лог-линеаризованные определяющие уравнения для блока рынка труда. В структурном виде доступны по ссылкам (190)—(205)[4].

Разрыв количества безработных на начало периода:

$$\hat{u}_t^b = \frac{1}{\bar{u}^r}\left[\hat{l}_t - (1-\bar{u}^r)\bar{\rho}^s(\hat{n}_{t-1} + \hat{\rho}_t^s)\right], \tag{1}$$

где $\hat{l}_t$ — разрыв рабочей силы, $\bar{u}^r$ — параметр уровня безработицы в стационарном состоянии, $\bar{\rho}^s$ — параметр в стационарном состоянии, характеризующий долю работников, которые продолжают работать, а не увольняются по экзогенным причинам, $\hat{n}_{t-1}$ — разрыв занятости в прошлый период, $\hat{\rho}_t^s$ — разрыв продолжающих работать.

Разрыв продолжающих работать:

$$\hat{\rho}_t^s = \rho_{\hat{\rho}^s}\hat{\rho}_{t-1}^s + \varepsilon_t^{\hat{\rho}^s}. \tag{2}$$

Разрыв количества успешных наймов:

$$\hat{m}_t = \varsigma^M \hat{u}_t^b + (1-\varsigma^M)\hat{v}_t, \tag{3}$$

где $\hat{v}_t$ — разрыв количества опубликованных вакансий. Уравнение (3) является лог-линеаризацией числа успешных наймов (191), которое пропорционально зависит от числа безработных на начало периода и объема опубликованных вакансий.

Разрыв требуемой интенсивности найма:

$$\hat{h}_t = \hat{q}_t + \hat{v}_t - \hat{n}_{t-1}, \tag{4}$$

где $\hat{q}_t$ — разрыв вероятности занятия вакансии. Указанная зависимость вытекает из определения интенсивности найма, представленного уравнением (204). Согласно определению, интенсивность найма прямо пропорциональна вероятности успешного закрытия вакансии агентством, объему опубликованных вакансий и обратно пропорциональна занятости в периоде $t-1$. Причем разрыв вероятности закрытия вакансии агентством:

$$\hat{q}_t = \hat{m}_t - \hat{v}_t. \tag{5}$$

[4] Все переменные со знаком ˆ — это разрывы переменных, то есть их отклонения от своих долгосрочных (потенциальных/трендовых) значений, в то время как переменные со знаком ¯ — это сами трендовые значения. Такой подход стандартен при построении структурных и полуструктурных моделей. Переменные ε в конце уравнений с соответствующими индексами характеризуют случайные шоки, экзогенные по отношению к модели.

Такая связь вытекает из определения вероятности закрытия вакансии (192), по которому данная величина — это отношение числа успешных наймов и объема опубликованных вакансий.

Динамика разрыва занятости определяется с учетом экзогенных увольнений и интенсивности найма:

$$\hat{n}_t = \hat{n}_{t-1} + (1 - \bar{\rho}^s)\hat{h}_t + \bar{\rho}^s \hat{\rho}^s_t. \tag{6}$$

Разрыв вероятности найти работу:

$$\hat{f}_t = \hat{m}_t - \hat{u}^b_t. \tag{7}$$

Соотношение (7) вытекает из определения (193), по которому успешное нахождение работы работником прямо пропорционально количеству успешных наймов и обратно пропорционально числу безработных на начало периода.

Агентства в целом воспринимают текущую и ожидаемую траекторию заработных плат как заданную. Однако эпизодически у агентства появляется возможность изменить заработную плату. В таком случае в текущем периоде агентство заключает с работниками контракты уже с новой заработной платой, в противном случае индексирует заработную плату предыдущего периода (механизм пересмотра цен по аналогии с Calvo (1983)). Новая контрактная заработная плата определяется в ходе так называемого торга по Нэшу: агентство оценивает прирост в прибыли фирмы от найма дополнительного работника, в то время как работник оценивает свой выигрыш от состояния занятости. Зарплаты текущего периода, определенные в ходе торга или в результате индексации, устанавливаются для всех новых и текущих работников. Работники, нанятые между эпизодами торга, получают текущую зарплату занятых в агентстве.

С постановкой задач агенства по найму и работника и их решением в структурном виде можно ознакомиться в Приложении в блоке «Рынок труда» или по ссылкам (262)–(266). Ниже представлены лог-линеаризованные уравнения с приведенными параметрами.

Разрыв доли работника в распределении выигрыша от нового контракта с учетом динамических дисконтов:

$$\hat{\chi}_t = -\beta^{\chi}\left[\hat{\mu}^w_t - \hat{\epsilon}^w_t\right]. \tag{8}$$

Разрыв дисконта, с которым работник оценивает ожидаемые потоки по заработной плате:

$$\hat{\epsilon}^w_t = \beta^{\epsilon}\mathbb{E}_t\left[\hat{\epsilon}^w_{t+1} + \hat{\rho}^s_{t+1} + \hat{\Lambda}_{t,t+1} + \chi_w\hat{\pi}_t - \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}^a_{t+1}\right], \tag{9}$$

где $\hat{\Lambda}_{t,t+1}$ — разрыв стохастического дисконтирующего множителя из задачи потребителя, π — инфляция, $\hat{\gamma}^a_t$ — разрыв темпов прироста совокупной факторной производительности (СФП) с учетом шоков уровня СФП относительно долгосрочных темпов прироста СФП. Дисконт представляет собой выигрыш работника от роста реальной заработной платы. Коэффициент β^{ϵ} зависит от коэффициента дисконтирования, равновесного темпа роста СФП в секторе производства отечественных оптовых товаров и темпа роста конечного товара-композита, а также вероятности индексации заработной платы. По сути, изменение выигрыша работника от роста реальной заработной платы тем больше, чем выше 1) будущие дисконты, 2) вероятность того, что работник продолжит работать, а не уволится по экзогенным причинам, 3) предельная полезность потребления в будущем периоде по отношению к текущему, 4) текущая инфляция. В то же время изменение выигрыша снижается при росте будущей инфляции и совокупной факторной производительности.

Разрыв дисконта, с которым агентство по найму оценивает ожидаемые денежные потоки от нанятого работника:

$$\hat{\mu}_t^w = \beta_h^{\mu}\mathbb{E}_t\left[\hat{h}_{t+1}\right] + \beta_{\rho}^{\mu}\mathbb{E}_t\left[\hat{\rho}_{t+1}^s\right] + \beta_w^{\mu}\mathbb{E}_t\left[\hat{w}_t - \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}^a + \chi_w\hat{\pi}_t - \hat{w}_{t+1}\right] + \beta_{\mu}^{\mu}\mathbb{E}_t\left[\hat{\mu}_{t+1}^w + \hat{\Lambda}_{t,t+1} - \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}^a + \chi_w\hat{\pi}_t\right]. \quad (10)$$

Здесь $\hat{w}$ — разрыв реальной заработной платы. Аналогично дисконту для работника дисконт агентства представляет собой изменение выигрыша агентства от роста реальной зарплаты.

Разрыв цены труда для производителей:

$$\hat{p}_t^w = \beta_w\hat{w}_t + \beta_h\hat{h}_t - \beta_{h^e}\mathbb{E}_t\hat{h}_{t,t+1} - \beta_{\Lambda}\mathbb{E}_t\hat{\Lambda}_{t,t+1} - \beta_{\rho}\mathbb{E}_t\hat{\rho}_{t,t+1}^s. \quad (11)$$

Выражение (11) выводится из условия оптимизации стоимости агентства (206) по текущей занятости.

Разрыв реальной средней заработной платы в экономике:

$$\hat{w}_t = \gamma_b(\hat{w}_{t-1} - \hat{\pi}_t + \chi_w\hat{\pi}_{t-1} - \hat{\gamma}_t^a) + \gamma_o\hat{w}_t^o + \gamma_f\mathbb{E}_t(\hat{w}_{t+1} + \hat{\pi}_{t+1} - \chi_w\hat{\pi}_t + \hat{\gamma}_{t+1}^a) + \varepsilon_t^{\hat{w}}. \quad (12)$$

Здесь $\hat{w}^o$ — разрыв оптимальной заработной платы в отсутствие номинальных жесткостей:

$$\hat{w}_t^o = \beta_p^o\hat{p}_t^w + \beta_h^o\mathbb{E}_t\hat{h}_{t+1} + \beta_f^o\mathbb{E}_t\hat{f}_{t+1} + \beta_{\Lambda}^o\mathbb{E}_t\hat{\Lambda}_{t,t+1} + \beta_{\chi}^o\mathbb{E}_t\left[\hat{\chi}_t - \beta_{\chi^e}^o\mathbb{E}_t\hat{\chi}_{t+1}\right]. \quad (13)$$

Выражения (12 и 13) вытекают из решения задачи поиска оптимальной заработной платы (219) путем торга о распределении выигрыша от найма дополнительного работника.

Стоит отметить, что, помимо описанного выше, в модель включен дополнительный механизм подстройки текущей численности занятых под производственные потребности – регулирование интенсивности труда, имплементация которого будет представлена в блоке производства оптовых товаров. Другими словами, спрос на труд в модели удовлетворяется не только численностью работников, но и параметром интенсивности трудовых усилий. При необходимости повысить выпуск производитель сначала увеличивает интенсивность труда работников, а потом, если потребность в расширении производства сохраняется, уже увеличивает штат. Это в целом соответствует российскому рынку труда, на котором предприятия какое-то время сначала предпочитают снижать или увеличивать загрузку имеющихся сотрудников (например, через дополнительные или, наоборот, сокращенные смены), а не сразу нанимать или увольнять в зависимости от экономической ситуации.

Расширенная структура стороны предложения

Предложение на внутреннем рынке

Процесс производства в модели прописан через серию трансформаций товара начиная от промежуточного и заканчивая конечным на рынке. Для отражения этого процесса в модели вводится несколько категорий товаров. Всю цепочку трансформации товаров на внутреннем рынке можно представить в виде следующей схемы (рис. 2). С формулировкой задач фирм и их решением в структурном виде можно ознакомиться в Приложении в блоках с аналогичными названиями.

Процесс начинается с гомогенного (оптового) товара. Это однородный товар, который нужно дополнительно обработать, чтобы у него появились потребительские свойства. Есть два типа оптовых товаров: импортный и отечественный. Импортный оптовый товар полностью производится за рубежом и импортируется.

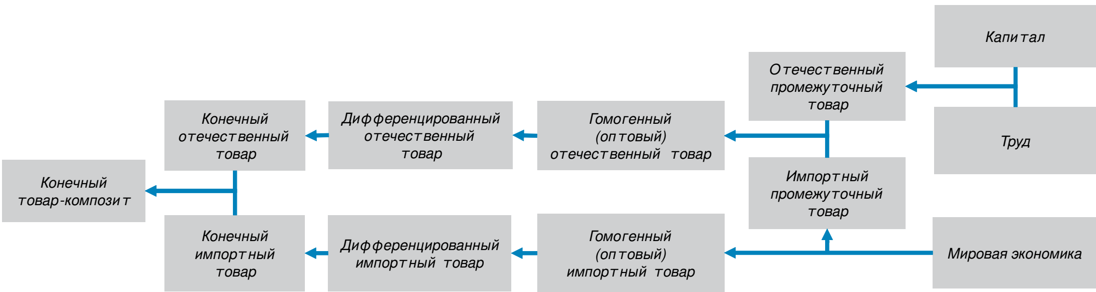

Рис. 2. Цепочка трансформации товаров на внутреннем рынке

Отечественный оптовый товар производится внутри страны. При этом сначала с помощью доступных в стране факторов производства (труд и капитал) производится отечественный промежуточный товар. Поскольку в реальности в процессе производства нередко используется импортное сырье, то этот фактор также добавляется в производство отечественного оптового товара. Таким образом, отечественный оптовый товар получается при использовании трех факторов производства: труда, капитала и импортного промежуточного товара.

Производственная функция[5] гомогенных (оптовых) отечественных товаров (далее — с индексом d, domestic) с учетом производства отечественного промежуточного товара выглядит следующим образом:

$$\hat{y}_t^h = \hat{y}_t^d = \hat{a}_t^y + (1 - \tilde{\alpha}^m)\left[\tilde{\alpha}^d \hat{l}_t^d + (1 - \tilde{\alpha}^d)\hat{k}_t^d\right] + \tilde{\alpha}^m \hat{m}_t^y, \tag{14}$$

$$\hat{a}_t^y = \rho_{a^y}\hat{a}_{t-1}^y + \varepsilon_t^{a^y}, \tag{15}$$

$$\hat{l}_t^d = \hat{n}_t^d + \hat{e}_t^d, \tag{16}$$

[5] Здесь и далее в основной части представлены приведенные лог-линеаризованные уравнения, если не указано иное.

где $\hat{a}_t^y$ — временный шок совокупной факторной производительности (СФП), $\hat{k}_t^d$ — разрыв капитала, $\hat{l}_t^d$ — разрыв совокупного фактора труда, занятого в производстве отечественных товаров, складывающегося из разрыва числа занятых, $\hat{n}_t^d$, и разрыва интенсивности трудовой загрузки, $\hat{e}_t^d$; $\hat{m}_t^y$ — разрыв объема промежуточного импортного товара. Для фирмы только изменение числа занятых связано с дополнительными затратами, тогда как вариация интенсивности трудовой загрузки предполагается частью трудового контракта и поэтому не влечет дополнительных издержек. Занятость — наблюдаемый показатель, который в данных варьируется в 2—4 раза меньше выпуска. Ненаблюдаемая переменная интенсивности труда помогает соотнести в модели эти два показателя.

Выбор между тремя факторами производства формализован в модели в виде производственной функции, которая учитывает относительную стоимость каждого фактора и издержки на его увеличение. При этом предполагается, что издержки возрастают в следующей последовательности: импорт, капитал, труд (то есть проще всего нарастить импортный промежуточный товар и сложнее всего – труд). Поскольку оптовые товары однородны (гомогенны), их производители действуют на рынке совершенной конкуренции.

Условие выбора между капиталом и трудом и между промежуточным отечественным и промежуточным импортным товарами:

$$\hat{k}_t^d = \hat{l}_t^d + \sigma_K \left(\hat{p}_t^w - \hat{r}_t^{K,d} - \hat{ac}_t^{K,d} + \varepsilon_t^{\zeta,K^d} \right), \tag{17}$$

$$\hat{z}_t + \hat{ac}_t^M = \hat{p}_t^h + \frac{1}{\sigma_H}(\hat{y}_t^h - \hat{m}_t^y) + \frac{\sigma_H - 1}{\sigma_H}\hat{a}_t^y, \tag{18}$$

где $\hat{p}_t^w$ — разрыв цены труда для производителей, $\hat{r}_t^{K,d}$ — разрыв арендной ставки за капитал, $\hat{z}_t$ — разрыв реального курса, $\hat{p}_t^h$ — разрыв реальной цены отечественного промежуточного товара (равен разрыву реальных предельных издержек производителей отечественных оптовых товаров), соотношения для издержек подстройки, $\hat{ac}_t^*$, факторов производства с учетом шоков издержек подстройки импорта, капитала и занятости, соответственно:

$$\hat{ac}_t^M = \chi_\xi^M[\hat{m}_t^y - \hat{y}_t^h - (\hat{m}_{t-1}^y - \hat{y}_{t-1}^h)] - \varepsilon_t^{\zeta,M}, \tag{19}$$

$$\hat{ac}_t^{K,d} = \chi_\xi^{K,d}[\hat{k}_t^d - \hat{y}_t^h - (\hat{k}_{t-1}^d - \hat{y}_{t-1}^h)] - \varepsilon_t^{\zeta,K^d}, \tag{20}$$

$$\hat{ac}_t^{N,d} = \chi_\xi^{N,d}(\hat{n}_t^d - \hat{n}_{t-1}^d) - \varepsilon_t^{\zeta,N^d}, \tag{21}$$

$$\hat{e}_t^d = \hat{ac}_t^{N,d}, \tag{22}$$

где издержки подстройки занятости компенсируются через интенсивность загрузки труда. Также стоит отметить, что $\varepsilon_t^{\zeta,*}$ — шоки подстройки факторов, положительное значение которого означает меньшие издержки.

Далее оптовый товар необходимо подготовить для продажи. Это происходит на этапе дифференцированного товара – его получение не требует сложного производственного процесса с подключением факторов производства, а представляет собой упаковку оптового товара, придание ему вида «для продажи». Отечественный дифференцированный товар получается посредством упаковки отечественного оптового товара, а, соответственно, импортный дифференцированный – упаковки импортного оптового. Производители дифференцированных товаров – за счет придания оптовым гомогенным товарам разных дополнительных свойств в процессе упаковки – действуют на рынке монополистической конкуренции.

Наконец, в продажу на внутренний рынок поступают конечные товары. Поскольку конечный товар может быть как импортным, так и отечественным, то в модели для удобства вводится единая переменная – конечный товар-композит, который представляет собой комбинацию конечного отечественного и конечного импортного товара. Товар-композит удовлетворяет внутренний спрос, который, в свою очередь, зависит от уровня ставок в экономике, фискального стимула, доходов от труда и условий торговли.

Базовая инфляция и инфляция небазовых компонент

Для отражения взаимосвязи между производственным процессом и инфляцией в модели был изменен блок, описывающий инфляцию. В частности, был реализован переход к базовой инфляции и небазовым компонентам, заменивший разбивку на продовольственные и непродовольственные товары и услуги, за исключением жилищно-коммунальных услуг.

Базовая инфляция – это инфляция, очищенная от влияния административных, сезонных или просто волатильных факторов. Ее моделирование предполагает описание явной взаимосвязи между реальными предельными издержками фирм и уровнем цен в экономике (через кривую Филлипса). В модели предельные издержки формируются у производителей отечественных товаров, а также у фирм-импортеров. Поскольку производители оптовых товаров (как отечественных, так и импортных) работают в условиях совершенной конкуренции, то основное ценовое давление реализуется через производителей дифференцированных товаров, работающих в условиях монополистической конкуренции и потому имеющих возможность устанавливать цены.

Кривая Филлипса для отечественных товаров в приведенной форме:

$$\pi_t^d = \gamma_b^d \pi_{t-1}^d + (1-\gamma_b^d)\mathbb{E}_t^w \pi_{t+1}^d + \gamma_{rmc}^d r\hat{m}c_t^{d,a,ma} + \varepsilon_t^{\pi^d}, \tag{23}$$

$$\varepsilon_t^{\pi^d} = \rho_{\pi^d}\varepsilon_{t-1}^{\pi^d} + e_t^{\pi^d}, \tag{24}$$

где $\mathbb{E}_t^w$ — взвешенные инфляционные ожидания, $r\hat{m}c_t^{d,a,ma}$ — сглаженные MA-функцией предельные издержки (уравнения 29, 31 и 32).

$$\mathbb{E}_t^w \pi_{t+1}^d = \gamma_b^{d,e}\pi_{t-1}^d + (1-\gamma_b^{d,e})\mathbb{E}_t\pi_{t+1}^d + \gamma_e(\pi_t^{nc} - \pi_t^c) + \varepsilon_t^{\pi^{d,e}}, \tag{25}$$

где π^{nc} — небазовая инфляция, π^c — базовая инфляция.

Кривая Филлипса для импортных товаров в приведенной форме:

$$\pi_t^m = \gamma_b^m \pi_{t-1}^m + (1-\gamma_b^m)\mathbb{E}_t^w \pi_{t+1}^m + \gamma_{rmc}^m r\hat{m}c_t^m, \tag{26}$$

где $\mathbb{E}_t^w$ — взвешенные инфляционные ожидания:

$$\mathbb{E}_t^w \pi_{t+1}^m := \gamma_b^{m,e} \pi_{t-1}^m + (1 - \gamma_b^{m,e}) \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^m. \tag{27}$$

Кривые Филлипса в структурном виде выведены в Приложении (322) и (298) соответственно.

Базовая инфляция товара-композита представляет собой взвесь кривых Филлипса для отечественных и импортных товаров:

$$\pi_t^c = (1 - \tilde{\omega}^m)\pi_t^d + \tilde{\omega}^m \pi_t^m. \tag{28}$$

Однако исходный размер и структура предельных издержек формируется на уровне оптовых фирм – как взвешенная стоимость факторов производства. Разрыв реальных предельных издержек производителей отечественных гомогенных (оптовых) товаров:

$$\begin{aligned} r\hat{m}c_t^d = (1 - \tilde{\alpha}^m) \left[\tilde{\alpha}^d \hat{p}_t^w + (1 - \tilde{\alpha}^d)(\hat{r}_t^{K,d} + \chi_\xi^M (\Delta \hat{k}_t^d - \Delta \hat{y}_t^h) - \varepsilon_t^{\zeta, K^d}) \right] + \\ + \tilde{\alpha}^m \left[\hat{z}_t + \chi_\xi^M (\Delta \hat{m}_t^y - \Delta \hat{y}_t^h) - \varepsilon_t^{\zeta, M} \right] - \hat{a}_t^y - \hat{\varrho}_t^{d,c} + (1 - \omega^c) \hat{\varrho}_t^{nc,c}, \end{aligned} \tag{29}$$

где $\hat{\varrho}_t^{d,c}$ — разрыв относительной цены отечественного конечного товара к цене конечного товара-композита и $\hat{\varrho}_t^{nc,c}$ — разрыв отношения индекса цен на основе инфляции небазовых компонент и базового ИПЦ.

Также на реальные предельные издержки влияет шок предложения отечественного выпуска, $\varepsilon_t^{\bar{y}^d}$, с учетом формы производственной функции:

$$\varepsilon_t^{\bar{y}^d} = \varepsilon_t^{\bar{a}} + (1 - \tilde{\alpha}_m)\tilde{\alpha}^d \varepsilon_t^{\bar{n}} + \tilde{\alpha}^m \varepsilon_t^{\bar{m}}, \tag{30}$$

где $\varepsilon_t^{\bar{a}}$ — шок уровня равновесной СФП, $\varepsilon_t^{\bar{n}}$ — шок уровня равновесной занятости, $\varepsilon_t^{\bar{m}}$ — шок уровня равновесного импорта.

Реальные предельные издержки с учетом шока предложения:

$$r\hat{m}c_t^{d,a} = r\hat{m}c_t^d - \gamma^{\varepsilon, \bar{y}^d} \varepsilon_t^{\bar{y}^d}. \tag{31}$$

В стандартной NK-формулировке кривой Филлипса предельные издержки влияют на текущую инфляцию уже в текущем периоде. В соответствии с эмпирическими наблюдениями влияние реальных факторов на динамику инфляции может происходить с некоторым лагом. Для отражения данной закономерности кривая реальных предельных издержек отечественных производителей сглаживается с помощью МА-функции:

$$r\hat{m}c_t^{d,a,ma} = f^{ma}(r\hat{m}c_t^{d,a}) := 0,25 \cdot r\hat{m}c_{t-2}^{d,a} + 0,50 \cdot r\hat{m}c_{t-1}^{d,a} + 0,25 \cdot r\hat{m}c_t^{d,a}. \tag{32}$$

Реальные предельные издержки импортеров (в ценах импортеров):

$$r\hat{m}c_t^m = \hat{z}_t - \hat{\varrho}_t^{m,c} + (1 - \omega^c)\hat{\varrho}_t^{nc,c}, \tag{33}$$

где $\hat{\varrho}_t^{m,c}$ — разрыв относительной цены импортного конечного товара к цене конечного товара-композита.

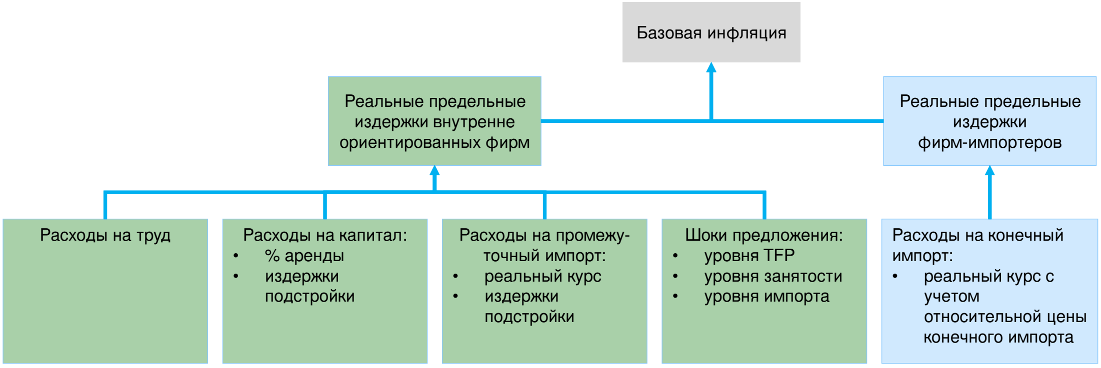

Рис. 3. Взаимосвязь реальных предельных издержек и инфляции

Таким образом, базовая инфляция показывает совокупное давление реальных предельных издержек в экономике. Взаимосвязь реальных предельных издержек фирм и инфляции представлена на рис. 3.

Общая инфляция разбивается на базовую, π_t^c, модельную инфляцию конечного товара-композита, и небазовые компоненты: плодоовощи, π_t^{veg}, нефтепродукты, π_t^{fuel}, регулируемые услуги, π_t^{sreg}, и прочие волатильные компоненты, π_t^{vol}:

$$\pi_t = \omega_c \pi_t^c + \omega_{veg} \pi_t^{veg} + \omega_{fuel} \pi_t^{fuel} + \omega_{sreg} \pi_t^{sreg} + \omega_{vol} \pi_t^{vol}. \tag{34}$$

Ценовая динамика небазовых компонент моделируется исходя из стандартного процесса изменения цен на основе прошлых значений (авторегрессия) со схождением к целевому уровню инфляции, $\bar{\pi}_t$, с включением отдельных дополнительных *ad hoc* элементов и коррекцией на отклонение относительных цен.

Уравнение для инфляции плодоовощей имеет следующий вид:

$$\pi_t^{veg} = \gamma_{lag}^{veg} \pi_{t-1}^{veg} + (1 - \gamma_{lag}^{veg})(\bar{\pi}_t + \Delta \bar{\varrho}_t^{veg}) + \gamma_{\Delta z}^{veg} \Delta \hat{z}_t - \gamma_{rp}^{veg} \hat{\varrho}_t^{veg} + \varepsilon_t^{\pi^{veg}}, \tag{35}$$

$$\varepsilon_t^{\pi^{veg}} = \epsilon_t^{\pi^{veg}} - \chi \epsilon_{t-1}^{\pi^{veg}}, \tag{36}$$

где ϱ_t^{veg} — относительная цена плодоовощей, то есть log-уровень цен плодоовощей, p_t^{veg}, относительно log-уровня базового ИПЦ, p_t^c:

$$\varrho_t^{veg} = p_t^{veg} - p_t^c. \tag{37}$$

Относительная цена плодоовощей (и остальных небазовых комопонент) разбивается на равновесную компоненту, $\bar{\varrho}_t^{veg}$, и разрыв, $\hat{\varrho}_t^{veg}$:

$$\varrho_t^{veg} = \bar{\varrho}_t^{veg} + \hat{\varrho}_t^{veg}. \tag{38}$$

Равновесная компонента относительной цены моделируется простой авторегрессией:

$$\bar{\varrho}_t^{veg} = \bar{\varrho}_{t-1}^{veg} + 0,25 \cdot \Delta \bar{\varrho}_t^{veg} + \bar{\gamma}_{rp}^{veg} \hat{\varrho}_t^{veg} + \varepsilon_t^{\bar{\varrho}^{veg}}, \tag{39}$$

$$\Delta\bar{\varrho}_t^{veg} = \rho_{\Delta\bar{\varrho}^{veg}} \cdot \Delta\bar{\varrho}_{t-1}^{veg} + \varepsilon_t^{\Delta\bar{\varrho}^{veg}}. \tag{40}$$

В уравнениях выше предполагается, что не только фактическая инфляция плодоовощей частично корректируется на разрыв относительной цены, но и равновесная компонента относительной цены также подстраивается к накопленному отклонению.

Уравнение для инфляции нефтепродуктов имеет следующий вид:

$$\pi_t^{fuel} = \gamma_{lag}^{fuel}\pi_{t-1}^{fuel} + (1-\gamma_{lag}^{fuel})(\bar{\pi}_t + \Delta\bar{\varrho}_t^{fuel}) + \gamma_{oil}^{fuel}(\hat{q}_t^{oil} + \hat{z}_t) - \gamma_{rp}^{fuel}\hat{\varrho}_t^{fuel} + \varepsilon_t^{\pi^{fuel}}, \tag{41}$$

где $\hat{q}_t^{oil}$ — разрыв реальной цены на нефть.

Уравнения для инфляции регулируемых услуг и волатильных компонент имеют одинаковый вид:

$$\pi_t^{sreg} = \gamma_{lag}^{sreg}\pi_{t-1}^{sreg} + (1-\gamma_{lag}^{sreg})(\bar{\pi}_t + \Delta\bar{\varrho}_t^{sreg}) - \gamma_{rp}^{sreg}\hat{\varrho}_t^{sreg} + \varepsilon_t^{\pi^{sreg}}, \tag{42}$$

$$\pi_t^{vol} = \gamma_{lag}^{vol}\pi_{t-1}^{vol} + (1-\gamma_{lag}^{vol})(\bar{\pi}_t + \Delta\bar{\varrho}_t^{vol}) - \gamma_{rp}^{vol}\hat{\varrho}_t^{vol} + \varepsilon_t^{\pi^{vol}}. \tag{43}$$

Производство экспортных товаров

Производство экспортных товаров состоит из нефтегазового (НГ) экспорта, $y_t^{x,o}$, и ненефтегазового (ННГ) экспорта, $y_t^{x,no}$. Предполагается, что нефтегазовый экспорт, который опирается на налаженный процесс добычи, не требует детализации производственной функции и поэтому моделируется экзогенно:

$$y_t^x = \omega^{x,o}y_t^{x,o} + (1-\omega^{x,o})y_t^{x,no}, \tag{44}$$

$$y_t^{x,o} = \bar{y}_t^{x,o} + \hat{y}_t^{x,o}, \tag{45}$$

$$\hat{y}_t^{x,o} = \rho_{x,o}\hat{y}_{t-1}^{x,o} + \varepsilon_t^{\hat{y}^{x,o}}, \tag{46}$$

$$\bar{y}_t^{x,o} = \bar{y}_{t-1}^{x,o} + 0,25\Delta\bar{y}_t^{x,o} + \varepsilon_t^{\bar{y}^{x,o}}, \tag{47}$$

$$\Delta\bar{y}_t^{x,o} = \bar{\Delta}\bar{y}_t^{x,o} + 4\varepsilon_t^{\bar{y}^{x,o}}, \tag{48}$$

$$\bar{\Delta}\bar{y}_t^{x,o} = \rho_{\bar{x},o}\bar{\Delta}\bar{y}_{t-1}^{x,o} + (1-\rho_{\bar{x},o})\bar{\Delta}\bar{y}^{x,o} + \varepsilon_t^{\bar{\Delta}\bar{y}^{x,o}}. \tag{49}$$

В свою очередь, производство ненефтегазового экспорта во многом аналогично производству отечественного оптового товара. В реальной жизни в производстве экспортных товаров промежуточная импортная продукция в среднем используется меньше, чем для производства товаров для внутреннего рынка (например, можно сравнить производство автомобилей и стальных слябов). Поэтому при моделировании предполагается, что в производстве ненефтегазового экспортного товара используются только два фактора производства: труд и капитал. Кроме того, предполагается выпуск ненефтегазового экспорта, более капиталоемкий по сравнению с выпуском для внутреннего рынка, а уровень занятости в этом секторе в целом невысок в контексте всей экономики.

Производственная функция ненефтегазового экспорта:

$$\hat{y}_t^{x,no} = \hat{x}_t^{no} = \hat{a}_t^x + \left[\tilde{\alpha}^x \hat{l}_t^x + (1-\tilde{\alpha}^x)\hat{k}_t^x\right], \tag{50}$$

где $\hat{a}^x$ — совокупная факторная производительность после лог-линеаризации.

Условие выбора между капиталом и трудом:

$$\hat{k}_t^x = \hat{l}_t^x + \sigma_K^x \left(\hat{p}_t^w - \hat{r}_t^{K,x} - \hat{ac}_t^{K,x}\right), \tag{51}$$

$$\hat{l}_t^x = \hat{n}_t^x + \hat{e}_t^x, \tag{52}$$

где $\hat{l}_t^x$ — разрыв совокупного фактора труда занятого в производстве ненефтегазового экспорта, складывающегося из разрыва числа занятых, $\hat{n}_t^x$, и разрыва интенсивности трудовой загрузки, $\hat{e}_t^x$.

Соотношения для издержек подстройки факторов производства, капитала и занятости, соответственно:

$$\hat{ac}_t^{K,x} = \chi_\xi^{K,x}[\hat{k}_t^x - \hat{y}_t^{x,no} - (\hat{k}_{t-1}^x - \hat{y}_{t-1}^{x,no})], \tag{53}$$

$$\hat{ac}_t^{N,x} = \chi_\xi^{N,x}(\hat{n}_t^x - \hat{n}_{t-1}^x), \tag{54}$$

$$\hat{e}_t^x = \hat{ac}_t^{N,}, \tag{55}$$

где издержки подстройки труда компенсируются через интенсивность загрузки труда.

Спрос на товары ненефтегазового экспорта:

$$\hat{x}_t^{no} = \hat{y}_t^f + \epsilon_x \hat{z}_t + \varepsilon_t^x, \tag{56}$$

где $\hat{y}_t^f$ — разрыв совокупного внешнего спроса.

С формулировкой задачи производителей экспортных товаров и ее структурным решением можно ознакомиться в Приложении в блоке с аналогичным названием.

Задача домохозяйства

Домохозяйство состоит из двух типов членов: впередсмотрящие (рикардианские) и потребляющие из текущих доходов (нерикардианские). Доля последних составляет ω^{ci}, а распределение работников по трудовому статусу не зависит от типа агента.

Впередсмотрящие агенты характеризуются «когнитивным дисконтированием» Gabaix (2020) — дополнительно дисконтируют ожидаемое отклонение будущих переменных: $\mathbb{E}_t^{BR}\left[g(\hat{\mathbf{x}}_{t+k})\right] = \delta_b^k \mathbb{E}_t\left[g(\hat{\mathbf{x}}_{t+k})\right]$, где $\hat{\mathbf{x}}$ — отклонение (от BGP) вектора состояний.

Только впередсмотрящие агенты владеют финансовыми активами, также им принадлежит капитал, который они сдают в аренду фирмам. Капитал предполагается постоянным, но агенты могут варьировать его загрузку.

Задача рикардианских агентов

Впередсмотрящие агенты максимизируют ожидаемую дисконтированную полезность в виде функции с постоянной эластичностью замещения (constant elasticity of substitution, CES) с экзогенными привычками в потреблении:

$$\max_{\{c_t, b_t, b_t^f, \nu_t^d, \nu_t^x\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0^{BR} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \zeta_t^c \frac{(c_t - h\tilde{c}_{t-1})^{1-\varsigma_c}}{1-\varsigma_c}, \quad \log \zeta_t^c = \rho_{\zeta^c} \log \zeta_{t-1}^c + \varepsilon_t^c, \tag{57}$$

при выполнении следующего бюджетного ограничения:

$$\begin{aligned} c_t + (b_t + z_t b_t^f)(1 + \Psi_t^b) + \mathcal{A}_d(\nu_t^d)\bar{K}^d + \mathcal{A}_x(\nu_t^x)\bar{K}^x = (1-\omega^{ci})(N_t w_t + U_t b_t^u) + \\ + r_t^{K,d}\nu_t^d \bar{K}^d + r_t^{K,x}\nu_t^x \bar{K}^x + (1+r_{t-1})b_{t-1} + (1+\tilde{r}_{t-1}^f) z_t b_{t-1}^f + T_t, \end{aligned} \tag{58}$$

$$\Psi_t^b = \frac{\Omega_b}{2}(\psi_t^b - \bar{\psi}^b)^2, \quad \psi_t^b = \frac{z_t b_t^f}{b_t + z_t b_t^f}, \quad (1+\tilde{r}_t^f) = (1+\vartheta_t^f)(1+r_t^f). \tag{59}$$

В бюджетном ограничении выше агенты потребляют c_t, осуществляют вложения в отечественные, b_t, и внешние, b_t^f, облигации, неся издержки на изменение финансового портфеля, Ψ_t^b, получают трудовой доход, $N_t w_t$, пособие по безработице, $U_t b_t^u$, (с долей впередсмотрящих агентов), доход от сдачи в аренду капитала (за вычетом стоимости загрузки капитала, $\mathcal{A}(\nu_t)\bar{K}$) отечественным производителям, $r_t^{K,d}\nu_t^d\bar{K}^d$, и экспортерам, $r_t^{K,x}\nu_t^x\bar{K}^x$, кроме того, получают процентный доход, $r_{t-1}b_{t-1} + r_{t-1}^f z_t b_{t-1}^f$, прибыль фирм – монополистических конкурентов и чистые трансферты от государства, T_t.

Условия первого порядка и уравнение Эйлера для рикардианских агентов в структурной форме см. в Приложении в блоке с аналогичным названием.

Уравнение Эйлера для рикардианских агентов в приведенной форме:

$$\hat{c}_t = \rho_c \hat{c}_{t-1} + (1-\rho_c)\mathbb{E}_t^{BR}\hat{c}_{t+1} - \kappa_c \mathbb{E}_t \hat{r}_t + \sigma_c \varepsilon_t^c. \tag{60}$$

Условие непокрытого паритета процентных ставок (Uncovered interest rate parity, UIP):

$$\hat{r}_t - \hat{r}_t^f = \hat{\vartheta}_t^f + \mathbb{E}_t^{BR}[\hat{z}_{t+1} - \hat{z}_t] - \Omega_b \bar{\psi}^b \hat{\psi}_t^b, \quad \hat{\psi}_t^b = (1-\bar{\psi}^b)(\hat{b}_t^f + \hat{z}_t - \hat{b}_t). \tag{61}$$

Из данного условия непокрытого паритета следует, что разница между отечественной и внешней реальной ставкой может объясняться риск-премией, $\hat{\vartheta}_t^f$, ожидаемым ослаблением реального курса или ростом в структуре портфеля доли отечественных активов (которое приводит к увеличению финансовых издержек).

UIP для режима контроля за движением капитала

Модельный регулятор может полностью изолировать экономику от влияния внешних ставок, если будет участвовать на рынке государственных облигаций так, чтобы:

$$\hat{\psi}_t^{b,cc} = \frac{\hat{r}_t^f + \hat{\vartheta}_t^f - \hat{r}_t}{\Omega_b \bar{\psi}^b}. \tag{62}$$

Например, если $(1-\omega^{cb})\hat{b}_t + \omega^{cb}\hat{b}_t^{cb} = \hat{b}_t^g$, то, варьируя объем покупок облигаций, $\hat{b}_t^{cb}$, регулятор может добиться структуры частного портфеля, $\hat{\psi}_t^{b,cc}$, определенной выше.

В этом случае курс фактически будет случайным блужданием:

$$\mathbb{E}_t^{BR}\hat{z}_{t+1} = \hat{z}_t. \tag{63}$$

Предположим, что поведенческие ожидания по будущему разрыву реального курса, $\mathbb{E}_t^{BR}\hat{z}_{t+1}$, есть проекция на прокси торгового баланса, $\hat{\vartheta}_t^{bop}$, с адаптивной компонентой, $(1-\delta^{cc})\hat{z}_{t-1}$:

$$\mathbb{E}_t^{BR}\hat{z}_{t+1} = \delta^{cc}\cdot(-\tilde{\chi}^{bop})\hat{\vartheta}_t^{bop} + (1-\delta^{cc})\hat{z}_{t-1}. \tag{64}$$

Прокси торгового баланса:

$$\hat{\vartheta}_t^{bop} = \hat{x}_t - \hat{m}_t + \hat{q}_t^{oil}. \tag{65}$$

Здесь разрыв реальной цены на нефть, $\hat{q}^{oil}$, выступает ценовым прокси, так как это разность логарифмов номинальной цены на нефть (прокси цены экспорта) и уровня цен в США (прокси цены импорта).

UIP для полностью закрытого финансового счета будет выглядеть следующим образом:

$$\hat{z}_t = (1-\delta^{cc})\hat{z}_{t-1} - \chi^{bop}\hat{\vartheta}_t^{bop}, \tag{66}$$

где $\chi^{bop} = \delta^{cc}\cdot\tilde{\chi}^{bop}$.

Модифицированный UIP для (частично) закрытого финансового счета будет выглядеть как:

$$\hat{z}_t = (1-\omega^{cc})[\mathbb{E}_t^w\hat{z}_{t+1} - (\hat{r}_t - \hat{r}_t^f - \hat{\vartheta}_t^f)] + \omega^{cc}[(1-\delta^{cc})\hat{z}_{t-1} - \chi^{bop}\hat{\vartheta}_t^{bop}] + \varepsilon_t^{\hat{z}}, \tag{67}$$

где ω^{cc} — степень жесткости контроля за движением капитала.

Задача нерикардианских агентов и совокупный спрос

Нерикардианские агенты не решают оптимизационную задачу, а потребляют текущий трудовой доход и чистые трансферты от государства, T_t^{ci}:

$$c_t^{ci} = \omega^{ci}(N_t w_t + U_t b_t^u) + T_t^{ci}. \tag{68}$$

Лог-линеаризуя:

$$\hat{c}_t^{ci} = \frac{\bar{N}\bar{w}}{\bar{CI}}\left(\hat{n}_t + \hat{w}_t + \frac{\bar{u}^r}{1-\bar{u}^r}\frac{\bar{b}^u}{\bar{w}}\hat{u}_t\right) + \frac{\bar{T}^{ci}}{\bar{CI}}\hat{t}_t^{ci} := \hat{ci}_t. \tag{69}$$

Совокупное потребление домохозяйства:

$$\hat{c}_t^h = (1-\omega^{ci})\hat{c}_t + \omega^{ci}\hat{c}_t^{ci}. \tag{70}$$

Агрегированное уравнение Эйлера:

$$\hat{c}_t^h = \omega^{ci}(1-\rho_c)(1-\delta_{ci})\hat{ci}_t + \rho_c\hat{c}_{t-1}^h + (1-\rho_c)\delta_b\mathbb{E}_t\hat{c}_{t+1}^h - (1-\omega^{ci})\mathbb{E}_t[\kappa_c\hat{r}_t - \sigma_c\varepsilon_t^c]. \tag{71}$$

В модели отсутствуют накопление капитала и формальное моделирование инвестиционного спроса. При привязке модели к данным воспользуемся соотношениями выше, но под потреблением будем понимать переменную совокупного конечного спроса (включающую также государственное потребление и валовое накопление, без учета промежуточного импорта и модельных издержек, кроме того, включим в переменную все модельные издержки подстройки):

$$\hat{d}_t^f = \hat{c}_t^h. \tag{72}$$

Компонента государственных трансфертов из текущих доходов определяется как взвесь НГ доходов (аппроксимируется реальной ценой нефти $\hat{q}_t^{oil}$) и ННГ фискального стимула, φ_t (из сателлитного бюджетного блока для расчета фискального стимула):

$$\frac{\bar{T}^{ci}}{\bar{CI}}\hat{t}_t^{ci} = \varphi_{oil}\hat{q}_t^{oil} + \varphi_t. \tag{73}$$

С учетом всех *ad hoc* поправок агрегированное уравнение Эйлера для конечного спроса можно записать как:

$$\hat{d}_t^f = \delta_{lag}\hat{d}_{t-1}^f + \delta_{fwd}\mathbb{E}_t\hat{d}_{t+1}^f - \delta_r\hat{r}_t^{avg} + \delta_w(\hat{w}_t + \hat{n}_t + \delta_{ub}\hat{u}_t) + \delta_{oil}\hat{q}_t^{oil} + \varkappa_t + \varepsilon_t^{\hat{d}f}, \tag{74}$$

где $\varkappa_t = \omega^{ci}\varphi_t$ и $\varepsilon_t^{\hat{d}f} = (1-\omega^{ci})\sigma_c\varepsilon_t^c$, а $\hat{r}_t^{avg}$ — разрыв ДКУ (взвешенный индикатор разрывов реальных ставок разной срочности) из сателлитного блока срочной структуры процентных ставок. Соотношение приведенных коэффициентов со структурными см. в Приложении в блоке с аналогичным названием.

Прочие блоки

Правило денежно-кредитной политики

В модели монетарный регулятор устанавливает номинальную процентную ставку, i_t, согласно правилу, в котором он реагирует на ожидаемое отклонение инфляции от цели и выпуска от потенциального уровня, сглаживая изменения процентной ставки:

$$i_t = \rho_i i_{t-1} + (1-\rho_i)(i_t^n + \varphi_\pi(\mathbb{E}_t\tilde{\pi}4_{t+3} - \mathbb{E}_t\bar{\pi}4_{t+3}) + \varphi_y \hat{y}_t) + \varepsilon_t^i, \tag{75}$$

$$i_t^n = \bar{r}_t + \mathbb{E}_t\tilde{\pi}4_{t+3},$$
$$\tilde{\pi}4_t = \omega_c^{mp}\pi4_t^c + (1-\omega_c^{mp})\pi4_t, \tag{76}$$

где i_t^n — номинальная нейтральная процентная ставка, $\mathbb{E}_t\tilde{\pi}4_{t+3}$ — ожидаемый взвешенный индикатор годовой базовой, $\pi4_t^c$, и общей инфляции, $\pi4_t$. $\bar{\pi}4_{t+3}$ — целевой уровень общей инфляции г/г через 3 квартала, ε_t^i — шок денежно-кредитной политики, $\bar{r}_t$ — равновесная реальная процентная ставка.

Уравнение (75) является модификацией стандартного правила Тейлора. В спецификации (75) центральный банк таргетирует годовую инфляцию через 3 квартала, то есть ориентируется на среднюю квартальную инфляцию за текущий и будущий кварталы, о которых регулятор обладает относительно более точной информацией, и кварталы $t+2$ и $t+3$, ожидания инфляции в которых уже менее определенны.

Равновесная реальная процентная ставка определяется из аналога уравнения непокрытого паритета для равновесных реальных величин — как сумма зарубежной равновесной реальной ставки, $\bar{r}_t^f$, равновесной страновой премии за риск, $\bar{\vartheta}_t^c$, и ожидаемого ослабления равновесного реального курса, $\mathbb{E}_t\Delta\bar{z}_{t+1}$, с возможностью сглаживания изменения с коэффициентом $\rho_{\bar{r}}$:

$$\bar{r}_t = \rho_{\bar{r}}\bar{r}_{t-1} + (1-\rho_{\bar{r}})(\bar{r}_t^f + \bar{\vartheta}_t^c + \mathbb{E}_t\Delta\bar{z}_{t+1}). \tag{77}$$

В малой открытой экономике на долгосрочном горизонте реальная процентная ставка внутри страны определяется условием отсутствия арбитража на финансовых рынках, то есть формируется под влиянием зарубежной реальной ставки с поправкой на премию за риск и фундаментальные изменения реального курса.

Срочная структура процентных ставок

Ставка денежного рынка сначала увязывается с кривой БКД ОФЗ, $i_t^{g,\tau}$, $\tau = 1, 2, 3, 5, 7, 10$ (лет):

$$i_t^{g,\tau} = \mathbb{E}_t^{w,\tau} i + \vartheta_t^{term,\tau} + \vartheta_t^{g,\tau} + \varepsilon_t^{i^{g,\tau}}, \tag{78}$$

$$\mathbb{E}_t^{w,\tau} i = \rho_{i^e}\mathbb{E}_{t-1}^{w,\tau} i + (1-\rho_{i^e})\sum_{s=0}^{4\tau-1}\mathbb{E}_t i_{t+s}/4\tau + e_t^{\mathbb{E}^{w,\tau}i}, \tag{79}$$

где $\vartheta_t^{term,\tau}$ — премия за срочность, $\vartheta_t^{g,\tau}$ — премия за суверенный риск.

Премия за суверенный риск зависит от разрыва страновой премии, $\hat{\vartheta}_t^c$, жесткости финансовых условий кредиторов, η_t^{lnd}, и (для длинного конца кривой) от динамики государственного долга, d_t^a:

$$\text{для} \quad \tau \leq 5 \quad \vartheta_t^{g,\tau} \equiv \vartheta_t^{g,sm} = \rho_{\vartheta^{g,sm}} \vartheta_{t-1}^{g,sm} + g_{\vartheta^c} \hat{\vartheta}_t^c + g_\eta \eta_t^{lnd} + \varepsilon_t^{\vartheta^{g,sm}}, \tag{80}$$

$$\text{для} \quad \tau \geq 5 \quad \vartheta_t^{g,\tau} \equiv \vartheta_t^{g,lm} = \rho_{\vartheta^{g,lm}} \vartheta_{t-1}^{g,lm} + g_{\vartheta^c} \hat{\vartheta}_t^c + g_d (d_t^a - d_{t-1}^a) + g_\eta \eta_t^{lnd} + \varepsilon_t^{\vartheta^{g,lm}}. \tag{81}$$

Финансовые жесткости со стороны кредиторов, η_t^{lnd}, можно описать следующим механизмом. Смягчение ДКП при прочих равных приводит к переоценке вверх приведенной стоимости активов на балансе финансовых посредников. С другой стороны, смягчение ДКП приводит к увеличению наклона кривой доходности, что увеличивает предельный доход от дополнительной единицы активов (долгосрочные активы при краткосрочных пассивах), что вместе с переоценкой текущих активов приводит к росту стоимости капитала. Больший буфер со стороны капитала позволяет посредникам нарастить левередж, что приводит к снижению цены риска и расширению балансов. Описанный выше механизм получил название «канала (не)приятия риска ДКП». В модели он формализуется в качестве *reduced-form* зависимости от разрыва краткосрочной ставки, $\hat{i}_t$:

$$\eta_t^{lnd} = \rho_{\eta^{lnd}} \eta_{t-1}^{lnd} + \psi_i \hat{i}_t. \tag{82}$$

Премия за срочность, $\vartheta_t^{term,\tau}$, моделируется на основе параметрического подхода Nelson и Siegel (1987) в версии Diebold и Li (2006) в виде разности премии для длинного конца, ϑ_t^{lm}, наклона, ς_t^τ, и кривизны, γ_t^τ:

$$\vartheta_t^{term,\tau} = \vartheta_t^{lm} - \varsigma_t^\tau - \gamma_t^\tau, \tag{83}$$

$$\vartheta_t^{lm} = \bar{\vartheta}_t^{lm} + \hat{\vartheta}_t^{lm}, \tag{84}$$

$$\bar{\vartheta}_t^{lm} = \bar{\vartheta}_{t-1}^{lm} + \varepsilon_t^{\bar{\vartheta}^{lm}}, \tag{85}$$

$$\hat{\vartheta}_t^{lm} = \rho_{\hat{\vartheta}^{lm}} \hat{\vartheta}_{t-1}^{lm} + g_{\hat{\vartheta}^{term,f,10}} \hat{\vartheta}_t^{term,f,10} + \varepsilon_t^{\hat{\vartheta}^{lm}}, \tag{86}$$

$$\varsigma_t^\tau = \varsigma_t \cdot (1 - e^{-12\lambda\tau})/12\lambda\tau, \tag{87}$$

$$\gamma_t^\tau = \gamma_t \cdot \left((1 - e^{-12\lambda\tau})/12\lambda\tau - e^{-12\lambda\tau}\right). \tag{88}$$

Общие факторы наклона и кривизны, ς_t и γ_t, следуют AR(1) процессам вокруг равновесных ς^{ss} и γ^{ss} (оцененных на основе динамических коэффициентов модели МосБиржи).

Кредитные ставки, $i_t^{m,\tau}$, $\tau = 1, 3$ (1 для ставок до года и 3 для ставок свыше года), моделируются на основе кривой ОФЗ и премий за кредитный риск, $\vartheta_t^{cred,\tau}$:

$$i_t^{m,\tau} = \rho_{i^{m,\tau}} i_{t-1}^{m,\tau} + (1 - \rho_{i^{m,\tau}}) \left(i_t^{g,\tau} + \vartheta_t^{cred,\tau} \right) + \varepsilon_t^{i^{m,\tau}}, \tag{89}$$

$$\vartheta_t^{cred,\tau} = \bar{\vartheta}_t^{cred,\tau} + \hat{\vartheta}_t^{cred,\tau}, \tag{90}$$

$$\bar{\vartheta}_t^{cred,\tau} = \rho_{\bar{\vartheta}^{cred,\tau}} \bar{\vartheta}_{t-1}^{cred,\tau} + (1 - \rho_{\bar{\vartheta}^{cred,\tau}}) \tilde{\vartheta}_t^{cred,\tau} + \varepsilon_t^{\bar{\vartheta}^{cred,\tau}}, \tag{91}$$

$$\tilde{\vartheta}_t^{cred,\tau} = \tilde{\vartheta}_{t-1}^{cred,\tau} + \varepsilon_t^{\tilde{\vartheta}^{cred,\tau}}. \tag{92}$$

Разрывы кредитных премий связаны с (латентным) фактором жесткости финансовых условий со стороны как кредиторов, η_t^{lnd}, так и заемщиков, η_t^{brw}, прообразом финансового акселератора:

$$\hat{\vartheta}_t^{cred,\tau} = \rho_{\hat{\vartheta}^{cred,\tau}} \hat{\vartheta}_{t-1}^{cred,\tau} + \psi_{\eta^{lnd}} \eta_t^{lnd} + \psi_{\eta^{brw}} \eta_t^{brw} + \varepsilon_t^{\hat{\vartheta}^{cred,\tau}}. \tag{93}$$

Латентный фактор финансовых жесткостей со стороны заемщиков отражает зависимость положения заемщиков от фазы делового цикла — механизм «финансового акселератора» — и моделируется функцией от ожиданий по разрыву выпуска:

$$\eta_t^{brw} = \rho_{\eta^{brw}} \eta_{t-1}^{brw} - \psi_y \hat{y}_t - \psi_{ey} \mathbb{E}_t \hat{y}_{t+1}. \tag{94}$$

Реальные процентные ставки определяются из соотношения Фишера как разность между соответствующей номинальной процентной ставкой и ожидаемой базовой инфляцией на соответствующем горизонте. Разрывы реальных ставок ОФЗ ($x = g$) и рыночных ставок ($x = m$) рассчитываются из ожиданий равновесной ставки денежного рынка и соответствующих премий:

$$r_t^{x,\tau} = i_t^x - \mathbb{E}_t^w \pi_{t:t+4\tau-1}^c / 4\tau, \tag{95}$$

$$\hat{r}_t^{g,\tau} = r_t^{g,\tau} - (\bar{r}_t + \bar{\vartheta}_t^{term,\tau}), \tag{96}$$

$$\bar{\vartheta}_t^{term,\tau} = \bar{\vartheta}_t^{lm} - \bar{\varsigma}_t^{\tau} - \bar{\gamma}_t^{\tau}, \tag{97}$$

$$\hat{r}_t^{m,\tau} = r_t^{m} - (\bar{r}_t^{g,\tau} + \bar{\vartheta}_t^{cred,\tau}). \tag{98}$$

Разрыв (ставок) ДКУ, участвующий в кривой Эйлера, рассчитывается как взвешенное среднее из разрывов кредитных ставок и разрывов ставок длинного конца ОФЗ:

$$\hat{r}_t^{avg} = w_{1y} \hat{r}_t^{m,1} + w_{3y} \hat{r}_t^{m,3} + w_{5y} \hat{r}_t^{g,5} + w_{10y} \hat{r}_t^{g,10}. \tag{99}$$

Бюджетная политика

Бюджетная политика представлена *ad hoc* структурой с фокусом на агрегированных показателях доходов и расходов бюджетной системы[6] [7]. Доходы и расходы консолидированного бюджета, $\mathcal{R}_t^{gen}$ и $\mathcal{E}_t^{gen}$, раскладываются на доходы и расходы федерального бюджета, $\mathcal{R}_t^{fed}$ и $\mathcal{E}_t^{fed}$, и доходы и расходы

[6] Этот блок практически полностью повторяет бюджетный блок, описанный в работе Орлов (2021), и приведен здесь для удобства читателей.

[7] Далее все показатели доходов и расходов приведены в %-ном отношении к скользящему за 12 месяцев номинальному ВВП.

бюджета субъектов и внебюджетных фондов[8] (далее — субъектов), $\mathcal{R}_t^{reg}$ и $\mathcal{E}_t^{reg}$:

$$\mathcal{R}_t^{gen} = \mathcal{R}_t^{fed} + \mathcal{R}_t^{reg}, \tag{100}$$

$$\mathcal{E}_t^{gen} = \mathcal{E}_t^{fed} + \mathcal{E}_t^{reg}. \tag{101}$$

Доходы федерального бюджета декомпозируются на ненефтегазовые, $\mathcal{R}_t^{no,fed}$, и нефтегазовые доходы, $\mathcal{R}_t^{o}$, а также доходы, косвенно обеспеченные трансфертом из Фонда национального благосостояния[9] (далее — ФНБ), $\mathcal{R}_t^{wf}$:

$$\mathcal{R}_t^{fed} = \mathcal{R}_t^{no,fed} + \mathcal{R}_t^{o} + \mathcal{R}_t^{wf}. \tag{102}$$

Ненефтегазовые доходы в отношении к номинальному ВВП имплицитно определяют эффективную среднюю ставку налога, $\tau_t^{no,fed}$, которая моделируется исходя из разложения на равновесную ставку, $\bar{\tau}_t^{no,fed}$, и разрыв, $\hat{\tau}_t^{no,fed}$:

$$\mathcal{R}_t^{no,fed} = \tau_t^{no,fed}, \tag{103}$$

$$\tau_t^{no,fed} = \bar{\tau}_t^{no,fed} + \hat{\tau}_t^{no,fed}. \tag{104}$$

Равновесная налоговая ставка специфицирована авторегрессией со средним $\bar{\tau}_t^{no,tar,fed}$, которое следует случайному блужданию, разрыв налоговой ставки задан простой авторегрессией:

$$\bar{\tau}_t^{no,fed} = \rho_{\bar{\tau}^{no,fed}} \bar{\tau}_{t-1}^{no,fed} + (1 - \rho_{\bar{\tau}^{no,fed}}) \bar{\tau}_t^{no,tar,fed} + \varepsilon_t^{\bar{\tau}^{no,fed}}, \tag{105}$$

$$\bar{\tau}_t^{no,tar,fed} = \bar{\tau}_{t-1}^{no,tar,fed} + \varepsilon_t^{\bar{\tau}^{no,tar,fed}}, \tag{106}$$

$$\hat{\tau}_t^{no,fed} = \rho_{\hat{\tau}^{no,fed}} \hat{\tau}_{t-1}^{no,fed} + \varepsilon_t^{\hat{\tau}^{no,fed}}. \tag{107}$$

Нефтегазовые доходы, $\mathcal{R}_t^{o}$, представлены суммной базовых нефтегазовых доходов, $\bar{\mathcal{R}}_t^{o}$, и отклонением, $\mathcal{R}_t^{o,extra}$[10]:

$$\mathcal{R}_t^{o} = \bar{\mathcal{R}}_t^{o} + \mathcal{R}_t^{o,extra}. \tag{108}$$

Соотношение для базовых нефтегазовых доходов основано на линеаризации изменения отношения номинальных базовых нефтегазовых доходов к ВВП вокруг среднего уровня, $\bar{\mathcal{R}}^{o,ss}$, при предположении о стабильности нефте- и газодобычи и неизменности налогообложения нефтегазовой отрасли:

$$\bar{\mathcal{R}}_t^{o} = \bar{\mathcal{R}}_{t-1}^{o} + \bar{\mathcal{R}}^{o,ss} (\Delta^4 \hat{p}_t^{oil,base} + \Delta^4 \hat{s}_t - \Delta^4 \hat{y}_t^{nom})/4 + e_t^{\bar{\mathcal{R}}^{o}}, \tag{109}$$

[8] При такой разбивке под доходами бюджета субъектов и внебюджетных фондов понимаются собственные доходы, а под их расходами — «собственные расходы», то есть без учета части расходов, обеспеченных трансфертами, субсидиями и субвенциями из федерального бюджета.

[9] К этой категории, в частности, можно отнести доходы от продажи пакета ПАО «Сбербанк» за счет средств ФНБ. При этом формально они являются частью ненефтегазовых доходов.

[10] Отклонение моделируется как функция от отношения фактической и базовый цены на нефть.

$$e_t^{\bar{\mathcal{R}}^o} = \rho_{e^{\bar{\mathcal{R}}^o}} e_{t-1}^{\bar{\mathcal{R}}^o} + \varepsilon_t^{\bar{\mathcal{R}}^o}, \tag{110}$$

$$\Delta^4 p_t^{oil,base} = \Delta^4 \bar{q}_t^{oil} + \pi^{*,ss} + \varepsilon_t^{\Delta^4 p^{oil,base}}, \tag{111}$$

где $\Delta^4 \hat{p}_t^{oil,base}$ — изменение г/г разрыва номинальной базовой цены на нефть, $\Delta^4 \hat{s}_t$ — изменение г/г разрыва номинального курса[11].

Из расходов федерального бюджета выделяются первичные расходы, $\mathcal{E}_t^{p,fed}$:

$$\mathcal{E}_t^{p,fed} = \mathcal{E}_t^{fed} - \mathcal{E}_t^{d,fed}, \tag{112}$$

$$\mathcal{E}_t^{d,fed} = \mathcal{E}_{t-1}^{d,fed} + \varepsilon_t^{\mathcal{E}^{d,fed}}, \tag{113}$$

где $\mathcal{E}_t^{d,fed}$ — расходы на обслуживание государственного долга. Соотношение (113) предполагает стабильность расходов на обслуживание государственного долга в % к ВВП, что согласуется с относительной стабильностью отношения государственного долга к ВВП за последнее десятилетие.

Согласно конструкции бюджетного правила, функционирующего с 2023г., объем расходов федерального бюджета не может превышать сумму базовых нефтегазовых доходов, расходов на обслуживание государственного долга, ненефтегазовых доходов, а также разницы между возвращенными и предоставленными бюджетными и межгосударственными кредитами. При этом в 2023—2024 гг. предусмотрено временное отклонение структурного первичного дефицита от уровня, определенного бюджетным правилом. В модели предполагается, что регулятор исполняет расходы в соответствии с бюджетным правилом, $\mathcal{E}_t^{p,rule}$, и временной компонентой переходного периода (до 2024г.), $\tilde{\mathcal{E}}_t^{fed}$, с возможностью дискреционного отклонения от него и подстройки под фазу делового цикла[12]:

$$\mathcal{E}_t^{p,fed} = \rho_{\mathcal{E}^{p,fed}} \mathcal{E}_{t-1}^{p,fed} + (1 - \rho_{\mathcal{E}^{p,fed}})(\mathcal{E}_t^{p,rule} + \tilde{\mathcal{E}}_t^{fed}) - \psi_{cycl}^{fed} \left(\Sigma_{\tau=0}^3 \hat{y}_{t-\tau}/4\right) + \varepsilon_t^{\mathcal{E}^{p,fed}}, \tag{114}$$

$$\tilde{\mathcal{E}}_t^{fed} = \tilde{\mathcal{E}}_{t-1}^{fed} + \varepsilon_t^{\tilde{\mathcal{E}}^{fed}}.$$

Расходы, согласно бюджетному правилу, формируются из структурной компоненты, $\bar{\mathcal{E}}_t^{p,fed}$, и конъюнктурных ненефтегазовых доходов, $\hat{\tau}_t^{no,fed} + \mathcal{R}_t^{wf}$. Структурная часть расходов сглаженно подстраивается к равновесным ненефтегазовым доходам и базовым нефтегазовым доходам, $\bar{\mathcal{R}}_t^o$:

$$\mathcal{E}_t^{p,rule} = \bar{\mathcal{E}}_t^{p,fed} + \hat{\tau}_t^{no,fed} + \mathcal{R}_t^{wf},$$

$$\bar{\mathcal{E}}_t^{p,fed} = \rho_{\bar{\mathcal{E}}^{p,fed}} \bar{\mathcal{E}}_{t-1}^{p,fed} + (1 - \rho_{\bar{\mathcal{E}}^{p,fed}})(\bar{\tau}_t^{no,fed} + \bar{\mathcal{R}}_t^o) + \varepsilon_t^{\bar{\mathcal{E}}^{p,fed}}. \tag{115}$$

В рамках описанной выше структуры доходов и расходов федерального бюджета под бюджетным стимулом от федерального бюджета, $\varkappa_t^{fed}$, подразумевается эффект на выпуск от дискреционных и временных шоков в части

[11] Здесь под изменениями разрывов понимаются: $\Delta^4 \hat{p}_t^{oil,base} = \Delta^4 p_t^{oil,base} - \pi^{*,ss}$ и $\Delta^4 \hat{s}_t = \Delta^4 s_t - \Delta^4 \bar{s}_t$.

[12] Текущая спецификация бюджетного правила не предполагает контрцикличности в части расходов, формирующихся из ненефтегазовых доходов. Тем не менее в (114) предполагается, что регулятор — особенно в кризисные периоды — корректирует расходы, заложенные в бюджетном правиле, на фазу делового цикла.

доходов и расходов, а также от адаптации к изменению их структурных компонент:

$$\varkappa_t^{fed} = \psi^{\mathcal{R}} \varphi_t^{\mathcal{R},fed} + \psi^{\mathcal{E}} \varphi_t^{\mathcal{E},fed}, \tag{116}$$

где $\varphi_t^{\mathcal{R},fed}$ и $\varphi_t^{\mathcal{E},fed}$ — бюджетный импульс от доходов и расходов федерального бюджета, а $\psi^{\mathcal{R}}$ и $\psi^{\mathcal{E}}$ — мультипликаторы доходов и расходов бюджетной системы[13].

Бюджетный импульс от доходов федерального бюджета определяется суммой дискреционных шоков и подстройкой к изменению структурной компоненты доходов:

$$\varphi_t^{\mathcal{R},fed} = -\varepsilon_t^{\hat{\tau}^{no,fed}} - \bar{\varphi}_t^{\mathcal{R},fed}, \tag{117}$$

$$\bar{\varphi}_t^{\mathcal{R},fed} = \varepsilon_t^{\bar{\tau}^{no,fed}} + (1 - \rho_{\bar{\tau}^{no,fed}})\phi(\epsilon_t^{\bar{\tau}^{no,tar,fed}}), \tag{118}$$

$$\epsilon_t^{\bar{\tau}^{no,tar,fed}} = \bar{\tau}_t^{no,tar,fed} - \Sigma_{j=1}^{8} \bar{\tau}_{t-j}^{no,tar,fed}, \tag{119}$$

$$\phi(\epsilon_t) = \epsilon_t + \rho_\phi \epsilon_{t-1} + \rho_\phi^2 \epsilon_{t-2} + \rho_\phi^3 \epsilon_{t-3}, \tag{120}$$

где $\bar{\varphi}_t^{\mathcal{R},fed}$ — бюджетный импульс от структурной части ненефтегазовых доходов федерального бюджета, $\epsilon_t^{\bar{\tau}^{no,tar,fed}}$ — шок от изменения ненефтегазовых доходов в результате изменения их структурной компоненты. В определение совокупного импульса не включен импульс от доходов, косвенно обеспеченных трансфертом из ФНБ, они являются частью бюджетного импульса от расходов в спецификации (121). В спецификации (118)—(120) предполагается, что со стороны подстройки бюджета к изменению структурной части ненефтегазовых доходов влияние оказывают не только неожиданные изменения, $\varepsilon_t^{\bar{\tau}^{no,fed}}$, и $\varepsilon_t^{\bar{\tau}^{no,tar,fed}}$, но и фактическое отклонение равновесной эффективной налоговой ставки от среднего за предыдущие несколько лет, $\epsilon_t^{\bar{\tau}^{no,tar,fed}}$, при этом влияние последнего распределено во времени с лагами в соответствии с коэффициентами в функции ϕ в (120).

Бюджетный импульс от расходов федерального бюджета по аналогии определяется суммой дискреционных шоков и подстройкой к изменению структурной компоненты расходов:

$$\varphi_t^{\mathcal{E},fed} = \varepsilon_t^{\mathcal{E}^{p,fed}} + (1 - \rho_{\mathcal{E}^{p,fed}})(\varepsilon_t^{\tilde{\mathcal{E}}^{fed}} + \varepsilon_t^{\hat{\tau}^{no,fed}} + \varepsilon_t^{\mathcal{R}^{wf}}) + \bar{\varphi}_t^{\mathcal{E},fed}, \tag{121}$$

$$\begin{aligned}\bar{\varphi}_t^{\mathcal{E},fed} = (1 - \rho_{\mathcal{E}^{p,fed}})(\varepsilon_t^{\bar{\mathcal{E}}^{p,fed}} + (1 - \rho_{\bar{\mathcal{E}}^{p,fed}})(\varepsilon_t^{\bar{\tau}^{no,fed}} + \\ (1 - \rho_{\bar{\tau}^{no,fed}})\phi(\epsilon_t^{\bar{\tau}^{no,tar,fed}}) + \phi(\epsilon_t^{\bar{\mathcal{R}}^o}))),\end{aligned} \tag{122}$$

$$\epsilon_t^{\bar{\mathcal{R}}^o} = \bar{\mathcal{R}}_t^o - \Sigma_{j=1}^{8} \bar{\mathcal{R}}_{t-j}^o, \tag{123}$$

где $\bar{\varphi}_t^{\mathcal{E},fed}$ — бюджетный импульс от структурной части расходов федерального бюджета, а $\epsilon_t^{\bar{\mathcal{R}}^o}$ — шок от подстройки расходов федерального бюджета к изменению базовых нефтегазовых доходов.

[13] Здесь $\psi^{\mathcal{R}}$ — абсолютное значение мультипликатора доходов, а знак бюджетного импульса доходов и расходов определяется исходя из направленности влияния на выпуск.

Доходы и расходы субъектов моделируются по аналогии с доходами и расходами федерального бюджета с выделением ненаблюдаемых равновесных величин.

Доходы субъектов в отношении к номинальному ВВП имплицитно определяют эффективную среднюю ставку налога, τ_t^{reg}, которая моделируется исходя из разложения на равновесную ставку, $\bar{\tau}_t^{reg}$, и разрыв, $\hat{\tau}_t^{reg}$:

$$\mathcal{R}_t^{reg} = \tau_t^{reg}, \tag{124}$$

$$\tau_t^{reg} = \bar{\tau}_t^{reg} + \hat{\tau}_t^{reg}, \tag{125}$$

$$\bar{\tau}_t^{reg} = \rho_{\bar{\tau}^{reg}} \bar{\tau}_{t-1}^{reg} + (1 - \rho_{\bar{\tau}^{reg}}) \bar{\tau}_t^{tar,reg} + \varepsilon_t^{\bar{\tau}^{reg}}, \tag{126}$$

$$\bar{\tau}_t^{tar,reg} = \bar{\tau}_{t-1}^{tar,reg} + \varepsilon_t^{\bar{\tau}^{tar,reg}}, \tag{127}$$

$$\hat{\tau}_t^{reg} = \rho_{\hat{\tau}^{reg}} \hat{\tau}_{t-1}^{reg} + \varepsilon_t^{\hat{\tau}^{reg}}. \tag{128}$$

Первичные расходы субъектов, $\mathcal{E}_t^{p,reg}$, моделируются исходя из сглаженной подстройки к структурной компоненте расходов, $\bar{\mathcal{E}}_t^{p,reg}$, с коррекцией на фазу делового цикла:

$$\mathcal{E}_t^{p,reg} = \mathcal{E}_t^{reg} - \mathcal{E}_t^{d,reg}, \tag{129}$$

$$\mathcal{E}_t^{d,reg} = \mathcal{E}_{t-1}^{d,reg} + \varepsilon_t^{\mathcal{E}^{d,reg}}, \tag{130}$$

$$\mathcal{E}_t^{p,reg} = \rho_{\mathcal{E}^{p,reg}} \mathcal{E}_{t-1}^{p,reg} + (1 - \rho_{\mathcal{E}^{p,reg}}) \bar{\mathcal{E}}_t^{p,reg} - \psi_{cycl}^{reg} \left(\Sigma_{\tau=0}^{3} \hat{y}_{t-\tau}/4 \right) + \varepsilon_t^{\mathcal{E}^{p,reg}}, \tag{131}$$

где $\mathcal{E}_t^{d,reg}$ — расходы на обслуживание долга субъектов. Структурные (первичные) расходы субъектов моделируются из сглаженной постройки к имплицитному таргетируемому уровню, $\bar{\mathcal{E}}_t^{p,tar,reg}$, который задается случайным блужданием:

$$\bar{\mathcal{E}}_t^{p,reg} = \rho_{\bar{\mathcal{E}}^{p,reg}} \bar{\mathcal{E}}_{t-1}^{p,reg} + (1 - \rho_{\bar{\mathcal{E}}^{p,reg}}) \bar{\mathcal{E}}_t^{p,tar,reg} + \varepsilon_t^{\bar{\mathcal{E}}^{p,reg}}, \tag{132}$$

$$\bar{\mathcal{E}}_t^{p,tar,reg} = \bar{\mathcal{E}}_{t-1}^{p,tar,reg} + \varepsilon_t^{\bar{\mathcal{E}}^{p,tar,reg}}. \tag{133}$$

По аналогии с (116) под бюджетным стимулом от бюджета субъектов, $\varkappa_t^{reg}$, подразумевается эффект на выпуск от дискреционных и временных шоков в части доходов и расходов, а также от адаптации к изменению их структурных компонент:

$$\varkappa_t^{reg} = \psi^{\mathcal{R}} \varphi_t^{\mathcal{R},reg} + \psi^{\mathcal{E}} \varphi_t^{\mathcal{E},reg}, \tag{134}$$

где $\varphi_t^{\mathcal{R},reg}$ и $\varphi_t^{\mathcal{E},reg}$ — бюджетный импульс от доходов и расходов бюджета субъектов.

Бюджетный импульс от доходов бюджета субъектов определяется суммой дискреционных шоков и подстройкой к изменению структурной компоненты доходов:

$$\varphi_t^{\mathcal{R},reg} = -\varepsilon_t^{\hat{\tau}^{reg}} - \varepsilon_t^{\bar{\tau}^{reg}} - (1 - \rho_{\bar{\tau}^{reg}}) \phi(\epsilon_t^{\bar{\tau}^{tar,reg}}), \tag{135}$$

$$\epsilon_t^{\bar{\tau}^{tar,reg}} = \bar{\tau}_t^{tar,reg} - \Sigma_{j=1}^{8} \bar{\tau}_{t-j}^{tar,reg}, \tag{136}$$

$\epsilon_t^{\bar{\tau}^{tar,reg}}$ — шок от изменения доходов субъектов в результате изменения их структурной компоненты.

Бюджетный импульс от расходов субъектов определяется суммой дискреционных шоков и подстройкой к изменению структурной компоненты расходов:

$$\varphi_t^{\mathcal{E}^{p,reg}} = \varepsilon_t^{\mathcal{E}^{p,reg}} + (1 - \rho_{\mathcal{E}^{p,reg}})(\varepsilon_t^{\bar{\mathcal{E}}^{p,reg}} + (1 - \rho_{\bar{\mathcal{E}}^{p,reg}})\phi(\epsilon_t^{\bar{\mathcal{E}}^{p,tar,reg}})), \tag{137}$$

$$\epsilon_t^{\bar{\mathcal{E}}^{p,tar,reg}} = \bar{\mathcal{E}}_t^{p,tar,reg} - \Sigma_{j=1}^{8} \bar{\mathcal{E}}_{t-j}^{p,tar,reg}, \tag{138}$$

где $\epsilon_t^{\bar{\mathcal{E}}^{p,tar,reg}}$ — шок от подстройки расходов субъектов к изменению таргетируемого уровня.

Наконец, совокупный бюджетный стимул, $\varkappa_t$, объединяет бюджетные стимулы от федерального бюджета и бюджета субъектов:

$$\varkappa_t = \varkappa_t^{fed} + \varkappa_t^{reg}. \tag{139}$$

Дополнительные детали моделирования обменного курса

Реальный курс, z_t, определяется стандартно с нормировкой, что рост z_t означает ослабление реального курса, и декомпозируется на равновесный уровень, $\bar{z}_t$, и разрыв, $\hat{z}_t$:

$$z_t = s_t + p_t^f - p_t, \tag{140}$$

$$z_t = \bar{z}_t + \hat{z}_t, \tag{141}$$

где s_t — уровень номинального курса[14], p_t — уровень общего ИПЦ, p_t^f — уровень зарубежного ИПЦ.

В отсутствие контроля за движением капитала динамика реального обменного курса определяется исходя из выполнения гипотезы непокрытого паритета процентных ставок, связывающего ожидаемое изменение курса и дифференциал процентных ставок в реальном выражении. Перепишем (61) с учетом использования разрывов реальных годовых процентных ставок и отсутствия явного моделирования структуры портфеля облигаций:

$$\mathbb{E}_t^w \hat{z}_{t+1} - \hat{z}_t = (\hat{r}_t - \hat{r}_t^f - \hat{\vartheta}_t^f)/4 - \varepsilon_t^{\hat{z}}, \tag{142}$$

где $\mathbb{E}_t^w \hat{z}_{t+1}$ — ожидаемый разрыв реального курса, $\hat{r}_t$ — разрыв реальной процентной ставки, $\hat{r}_t^f$ — разрыв зарубежной реальной процентной ставки, $\hat{\vartheta}_t$ — разрыв премии за риск, $\varepsilon_t^{\hat{z}}$ — шок валютного курса, связанный с отклонением динамики курса от предполагаемой непокрытым паритетом процентных ставок.

Ожидаемый разрыв реального курса задается взвешенным средним рациональных ожиданий и прошлого значения разрыва реального курса:

$$\mathbb{E}_t^w \hat{z}_{t+1} = \delta \mathbb{E}_t \hat{z}_{t+1} + (1 - \delta)\hat{z}_{t-1}. \tag{143}$$

[14] В качестве наблюдаемой переменной для номинального курса используется бивалютная корзина как прокси для эффективного курса.

Разрыв премии за риск, $\hat{\vartheta}_t^f$, разбивается на четыре компоненты:

$$\hat{\vartheta}_t^f = \hat{\vartheta}_t^c + \vartheta_t^{oil} + \vartheta_t^{trn} + \hat{\vartheta}_t^{bop*}, \tag{144}$$

где $\hat{\vartheta}_t^c$ — разрыв страновой премии за риск, привязанной к торгуемым финансовым инструментам, ϑ_t^{oil} — уровень премии за риск, зависящей от условий торговли, ϑ_t^{trn} — уровень транзитивной (вре́менной) премии за риск, $\hat{\vartheta}_t^{bop*}$ — альтернативное прокси торгового баланса в отсутствие контроля за движением капитала.

Страновая премия за риск, ϑ_t^c, измеряется премией по страновому кредитному дефолтному свопу и является суммой равновесной премии, $\bar{\vartheta}_t^c$, и ее разрыва, $\hat{\vartheta}_t^c$,:

$$\vartheta_t^c = \bar{\vartheta}_t^c + \hat{\vartheta}_t^c, \tag{145}$$

$$\bar{\vartheta}_t^c = \rho_{\bar{\vartheta}^c}\bar{\vartheta}_{t-1}^c + (1 - \bar{\vartheta}^c)\bar{\vartheta}^{c,ss} + \varepsilon_t^{\bar{\vartheta}^c}, \tag{146}$$

$$\hat{\vartheta}_t^c = \rho_{\hat{\vartheta}^c}\hat{\vartheta}_{t-1}^c - \delta_{\mathcal{R}^{o,extra}}(\mathcal{R}_t^{o,extra} + \mathbb{E}_t\mathcal{R}_{t+4}^{o,extra})/2 + \varepsilon_t^{\hat{\vartheta}^c}. \tag{147}$$

Премия за риск, зависящая от условий торговли, ϑ_t^{oil}, определяется пропорционально неожиданному изменению реальной цены на нефть:

$$\vartheta_t^{oil} = -\delta_{oil} \cdot 4(q_t^{oil} - \mathbb{E}_{t-1}q_t^{oil}). \tag{148}$$

Под спецификациями (147) и (148) подразумевается, что превышение нефтегазовых доходов над базовыми нефтегазовыми доходами бюджета и неожиданное изменение цены на нефть приводит к пересмотру текущего баланса бюджетной системы и траектории государственного долга, от которого напрямую зависит инвестиционная привлекательность страновых финансовых инструментов и, соответственно, премия за риск.

Транзитивная премия за риск, ϑ_t^{trn}, имеет простую авторегрессионную структуру с нулевым средним:

$$\vartheta_t^{trn} = \rho_{\vartheta^{trn}}\vartheta_{t-1}^{trn} + \varepsilon_t^{\vartheta^{trn}}. \tag{149}$$

Альтернативное прокси торгового баланса в отсутствие контроля за движением капитала отличается от прокси торгового баланса (65) меньшей чувствительностью курса ко всем применяемым компонентам:

$$\hat{\vartheta}_t^{bop*} = \delta^{bop}(\hat{x}_t - \hat{m}_t + \delta_{oil}^{bop}\hat{q}_t^{oil}). \tag{150}$$

Перепишем модифицированный UIP для (частично) закрытого финансового счета (67) с учетом использования годовых процентных ставок:

$$\hat{z}_t = (1 - \omega^{cc})[\mathbb{E}_t^w\hat{z}_{t+1} - (\hat{r}_t - \hat{r}_t^f - \hat{\vartheta}_t^f)/4] + \omega^{cc}[(1 - \delta^{cc})\hat{z}_{t-1} - \lambda\hat{\vartheta}_t^{bop}] + \varepsilon_t^{\hat{z}}, \tag{151}$$

где ω^{cc} — степень жесткости контроля за движением капитала.

Внешний блок

Внешняя экономика и сырьевой блок представлены редуцированно и задаются следующими уравнениями.

Внешний спрос

Уровень внешнего выпуска, y_t^f, является суммой потенциального внешнего выпуска, $\bar{y}_t^f$, и его разрыва, $\hat{y}_t^f$:

$$y_t^f = \bar{y}_t^f + \hat{y}_t^f, \tag{152}$$

$$\Delta\bar{y}_t^f = \rho_{\Delta\bar{y}^f}\Delta\bar{y}_{t-1}^f + (1-\rho_{\Delta\bar{y}^f})\Delta\bar{y}^{f,ss} + \varepsilon_t^{\Delta\bar{y}^f}, \tag{153}$$

$$\bar{y}_t^f = \bar{y}_{t-1}^f + 0,25\Delta\bar{y}_t^f + \varepsilon_t^{\bar{y}^f}. \tag{154}$$

Кривая внешнего спроса задается следующим уравнением Эйлера:

$$\hat{y}_t^f = \delta_{lag}^f\hat{y}_{t-1}^f + \delta_{fwd}^f\mathbb{E}_t\hat{y}_{t+1}^f - \delta_r^f\hat{r}_t^{f,avg} + \varepsilon_t^{\hat{y}^f}, \tag{155}$$

где $\hat{r}_t^{f,avg}$ — внешний разрыв ДКУ.

Внешняя инфляция

Для внешней инфляции используется кривая Филлипса, в которой разрыв реальных предельных издержек аппроксимируется разрывом внешнего выпуска:

$$\pi_t^{c,f} = \gamma_b^{c,f}\pi4_{t-1}^{c,f} + \gamma_{fwd}^{c,f}\mathbb{E}_t\pi4_{t+4}^{c,f} + (1-\gamma_b^{c,f}-\gamma_{fwd}^{c,f})\bar{\pi}4_t^f + \gamma_{rmc}^f\hat{y}_{t-1}^f - \gamma_{spl}^f\varepsilon_t^{\bar{y}^f} + \varepsilon_t^{\pi^{f,c}}. \tag{156}$$

Также моделируется относительная внешняя цена:

$$\varrho_t^f = p_t^{f,c} - p_t^f, \tag{157}$$

ϱ_t^f — относительная внешняя цена, то есть log-уровень внешнего базового ИПЦ, $p_t^{f,c}$, относительно log-уровня внешнего ИПЦ, p_t^f.

Относительная внешняя цена разбивается на равновесную компоненту, $\bar{\varrho}_t^f$, и разрыв, $\hat{\varrho}_t^f$:

$$\varrho_t^f = \bar{\varrho}_t^f + \hat{\varrho}_t^f. \tag{158}$$

Равновесная компонента относительной цены моделируется простой авторегрессией:

$$\Delta\bar{\varrho}_t^f = \rho_{\Delta\bar{\varrho}^f}\cdot\Delta\bar{\varrho}_{t-1}^f + (1-\rho_{\Delta\bar{\varrho}^f})\Delta\bar{\varrho}^{f,ss} + \varepsilon_t^{\Delta\bar{\varrho}^f}, \tag{159}$$

$$\hat{\varrho}_t^f = \rho_{\hat{\varrho}^f}\hat{\varrho}_{t-1}^f - \gamma^{\hat{\varrho}^f}\hat{q}_t^{oil} + \varepsilon^{\hat{\varrho}^f}. \tag{160}$$

Внешняя денежно-кредитная политика и ставки

Правило внешней денежно-кредитной политики:

$$i_t^f = \rho_{i^f} i_{t-1}^f + (1-\rho_{i^f})(i_t^{f,n} + \varphi_{\pi^f}(\mathbb{E}_t\pi 4_{t+3}^{f,c} - \mathbb{E}_t\bar{\pi}4_{t+3}^f) + \varphi_{y^f}\hat{y}_t^f) + \varepsilon_t^{i^f}, \tag{161}$$

$$i_t^{f,n} = \bar{r}_t^f + \mathbb{E}_t\pi 4_{t+3}^{f,c}, \tag{162}$$

где $i_t^{f,n}$ — внешняя номинальная нейтральная процентная ставка, $\mathbb{E}_t\pi 4_{t+3}^{f,c}$ — ожидаемая внешняя годовая базовая инфляция, $\bar{\pi}4_{t+3}^f$ — целевой уровень внешней инфляции г/г через 3 квартала, $\varepsilon_t^{i^f}$ — шок внешней денежно-кредитной политики, $\bar{r}_t^f$ — равновесная внешняя реальная процентная ставка. Для моделирования реальной процентной ставки используем:

$$i_t^f = r_t^f + \mathbb{E}_t\pi_{t+1}^{f,c}, \tag{163}$$

$$r_t^f = \bar{r}_t^f + \hat{r}_t^f, \tag{164}$$

$$\bar{r}_t^f = \bar{r}^{f,ss} + \gamma_{\bar{r}^f}(\Delta\bar{y}_t^f - \Delta\bar{y}^{f,ss}) + z^f, \tag{165}$$

$$z^f = \rho_{z^f} z_{t-1}^f + \varepsilon_t^{z^f}, \tag{166}$$

где z^f — все прочее, что не учтено фактором долгосрочного роста в уравнении (165). Внешняя однолетняя процентная ставка:

$$i_t^{f,1} = \sum_{s=0}^{3}\mathbb{E}_t i_{t+s}^f/4, \tag{167}$$

$$r_t^{f,1} = i_t^{f,1} - \mathbb{E}_t\pi 4_{t+3}^{f,c}, \tag{168}$$

$$r_t^{f,1} = \bar{r}_t^{f,1} + \hat{r}_t^{f,1}, \tag{169}$$

$$\bar{r}_t^{f,1} = \sum_{s=0}^{3}\mathbb{E}_t\bar{r}_{t+s}^f/4. \tag{170}$$

Внешняя БКД 10-летних государственных облигаций:

$$i_t^{g,f,10} = \mathbb{E}_t^{10} i_t^f + \vartheta_t^{term,f,10} + \varepsilon_t^{i^{g,f,10}}, \tag{171}$$

$$\vartheta_t^{term,f,10} = \bar{\vartheta}_t^{term,f,10} + \hat{\vartheta}_t^{term,f,10}, \tag{172}$$

$$\bar{\vartheta}_t^{term,f,10} = \bar{\vartheta}_{t-1}^{term,f,10} + \varepsilon_t^{\bar{\vartheta}^{term,f,10}}, \tag{173}$$

$$\hat{\vartheta}_t^{term,f,10} = \rho_{\hat{\vartheta}^{term,f,10}}\hat{\vartheta}_{t-1}^{term,f,10} + \varepsilon_t^{\hat{\vartheta}^{term,f,10}}, \tag{174}$$

$$\mathbb{E}_t^{10} i_t^f = \sum_{s=0}^{4\cdot 10-1}\mathbb{E}_t i_{t+s}^f/(4\cdot 10). \tag{175}$$

Внешние реальные процентные ставки определяются из соотношения Фишера:

$$r_t^{g,f,10} = i_t^{g,f,10} - \mathbb{E}_t^{10}\pi_t^{f,c}, \tag{176}$$

$$r_t^{g,f,10} = \bar{r}_t^{g,f,10} + \hat{r}_t^{g,f,10}, \tag{177}$$

$$\bar{r}_t^{g,f,10} = \mathbb{E}_t^{10}\bar{r}_t^f + \bar{\vartheta}_t^{term,f,10}, \tag{178}$$

$$\mathbb{E}_t^{10}\pi_t^{f,c} = \sum_{s=0}^{4\cdot 10-1} \mathbb{E}_t\pi_{t+s}^{f,c}/(4\cdot 10), \tag{179}$$

$$\mathbb{E}_t^{10}\bar{r}_t^f = \sum_{s=0}^{4\cdot 10-1} \mathbb{E}_t\bar{r}_{t+s}^f/(4\cdot 10). \tag{180}$$

Внешний разрыв ДКУ, участвующий во внешней кривой Эйлера, рассчитывается как взвешенное среднее из разрыва внешней однолетней ставки и разрыва ставки длинного конца зарубежных государственных облигаций:

$$\hat{r}_t^{f,avg} = w_{1y}^f\hat{r}_t^{f,1} + w_{10y}^f\hat{r}_t^{g,f,10}. \tag{181}$$

Условия торговли

$$q_t^{oil} = p_t^{oil} - p_t^f, \tag{182}$$

$$q_t^{oil} = \bar{q}_t^{oil} + \hat{q}_t^{oil}, \tag{183}$$

$$\Delta\bar{q}_t^{oil} = \rho_{\Delta\bar{q}^{oil}}\Delta\bar{q}_{t-1}^{oil} + (1-\rho_{\Delta\bar{q}^{oil}})\Delta\bar{q}^{oil,ss} + \varepsilon_t^{\Delta\bar{q}^{oil}}, \tag{184}$$

$$\hat{q}_t^{oil} = \rho_{\hat{q}^{oil}}\hat{q}_{t-1}^{oil} + \varepsilon_t^{\hat{q}^{oil}}. \tag{185}$$

Анализ трансмиссионного механизма

Явное моделирование стороны предложения в квартальной прогнозной модели обогатило цепочки каналов трансмиссионного механизма денежно-кредитной политики. Теперь процентная ставка через внутренний спрос влияет на спрос на производственные факторы и их стоимость, которая определяет инфляцию. Ниже представлены функции импульсных откликов — реакции модельных переменных на неожиданные изменения экзогенных шоков[15].

Шок внутреннего спроса

Для удовлетворения более высокого спроса в ответ на шок внутреннего спроса (шок $\varepsilon_t^{\hat{d}f}$ в кривой внутреннего спроса (74)) производители внутренне ориентированного выпуска одновременно наращивают спрос на все производственные факторы в соответствии с их относительной стоимостью (см. рис. 4). Это приводит к росту заработной платы, арендной ставки капитала и стоимости промежуточного импорта.

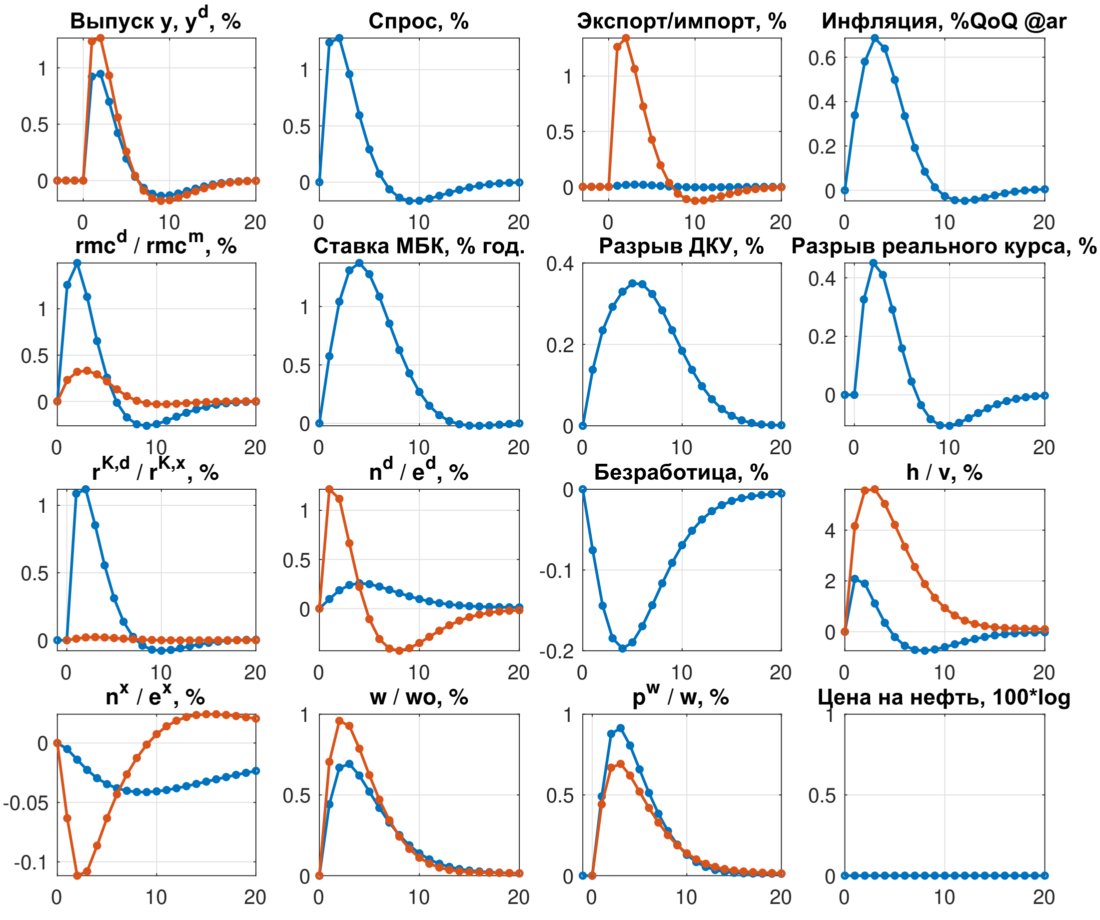

Рис. 4. Шок внутреннего спроса

[15] Если на одном графике представлено две линии, то синяя соответствует первой переменной в заголовке, а оранжевая — второй.

С точки зрения экспортно ориентированных производителей, стоимость труда вырастает относительно стоимости привлечения капитала, используемого в экспортно ориентированных отраслях, поэтому здесь труд временно заменяется капиталом.

Стоит обратить внимание, что в период шока наращиваются усилия работников внутренне ориентированных фирм и остаются повышенными до пика разрыва числа занятых во внутренне ориентированном секторе экономики. Для их привлечения агентства по найму увеличивают интенсивность найма, наращивая число публикуемых вакансий, что постепенно приводит к снижению уровня безработицы, и предлагают более высокую заработную плату для удовлетворения повышенного спроса на труд. В результате реальные предельные издержки отечественных производителей увеличиваются, что приводит к росту цен темпами выше целевого уровня инфляции. На это центральный банк реагирует повышением процентной ставки. Это приводит к временному укреплению реального курса и росту реальных рыночных процентных ставок, что означает ужесточение денежно-кредитных условий и охлаждает внутренний спрос. Как результат, инфляция снижается и возвращается к цели, что дает возможность постепенно возвращаться к нейтральной денежно-кредитной политике.

Временный шок TFP

Отрицательный временный шок совокупной факторной производительности внутренне ориентированных фирм, $\varepsilon_t^{a^y}$ (см. (14)), приводит к увеличению их реальных предельных издержек, а также повышает относительную цену промежуточных отечественных товаров в сравнении с импортными промежуточными товарами. Вследствие этого растет спрос на последние, что вызывает ослабление реального курса и рост реальных предельных издержек фирм-импортеров. Проинфляционный эффект от временного шока производительности на спрос транслируется в повышенный спрос на производственные факторы и последующий рост заработной платы и арендной ставки капитала. Увеличение реальных предельных издержек фирм приводит к росту инфляции. Центральный банк реагирует на это повышением ключевой ставки и возвращает инфляцию к цели.

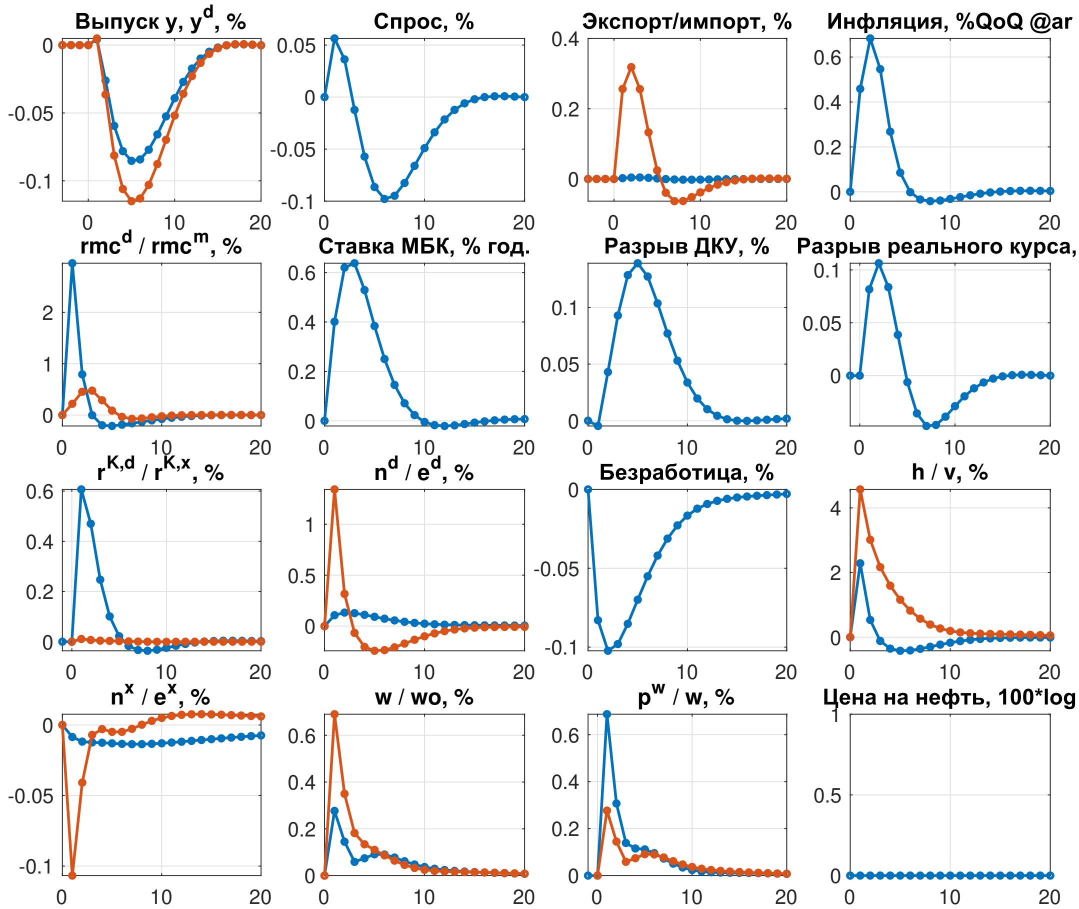

Рис. 5. Временный шок TFP

Шок денежно-кредитной политики

Шок денежно-кредитной политики (шок ε_t^i в уравнении правила денежно-кредитной политики (75)) приводит (рис. 6) к ужесточению денежно-кредитных условий, представляющих собой взвесь разрывов реальных рыночных ставок. Рост последних связан с увеличением номинальных ставок в условиях ценовой жесткости.

Ужесточение ДКУ охлаждает внутренний спрос и транслируется в снижение спроса и стоимости привлечения производственных факторов: труда, капитала и промежуточного импорта. Стоимость последнего дополнительно снижается за счет временного укрепления реального курса в соответствии с условием непокрытого паритета процентных ставок.

Вызванное описанными выше факторами снижение разрыва реальных предельных издержек отечественных фирм ослабляет инфляционное давление и вызывает снижение инфляции. В следующем квартале регулятор переходит к снижению ключевой ставки. Поэтому выпуск и реальный курс постепенно возвращаются к равновесным траекториям, а инфляция — к целевому уровню.

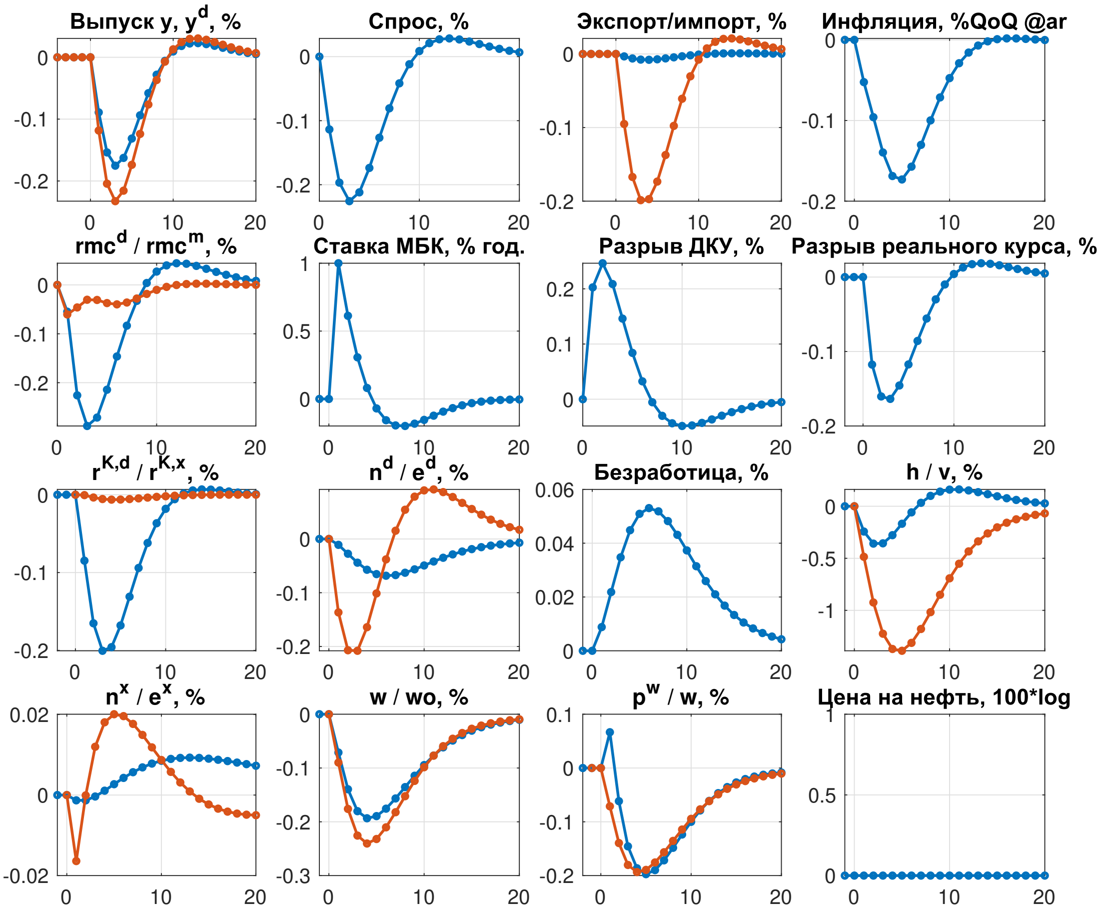

Рис. 6. Шок ДКП

Шок внешнего спроса

Положительный шок внешнего спроса (шок $\varepsilon_t^{\hat{y}^f}$ в уравнении (155)) трактуется как рост спроса на российский экспорт и транслируется в рост спроса фирм-экспортеров на производственные факторы: капитал и труд. Так как фирмы-экспортеры и внутренне ориентированные производители действуют на общем рынке труда, то это приводит к росту заработных плат и к увеличению реальных предельных издержек последних. Последнее происходит вследствие преобладания проинфляционного эффекта от роста заработной платы над дезинфляционным эффектом от временного укрепления реального курса. В результате инфляция увеличивается, на что центральный банк реагирует ужесточением денежно-кредитной политики и возвращает инфляцию к целевому уровню.

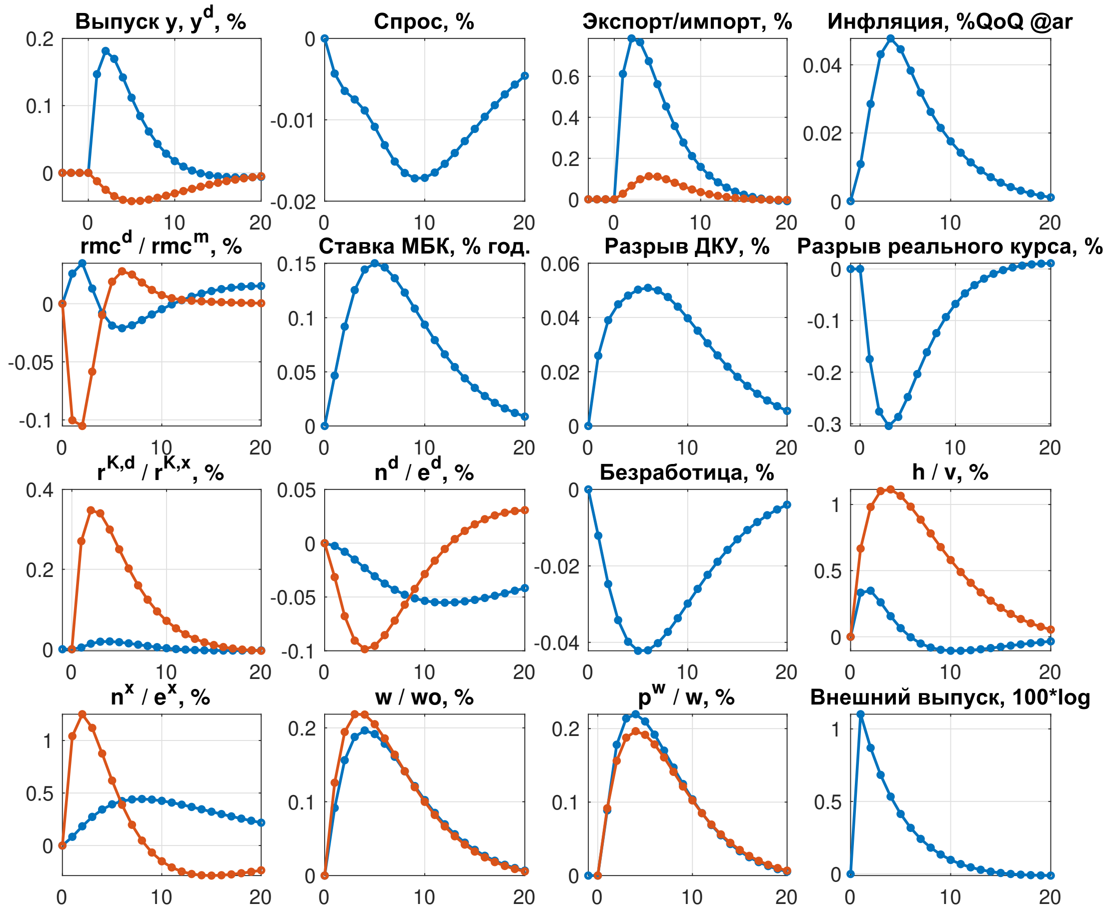

Рис. 7. Шок внешнего спроса

Шок цены на нефть

Шок цены на нефть (шок $\varepsilon_t^{\hat{q}^{oil}}$ в уравнении разрыва реальной цены на нефть (185)) приводит (рис. 8) к укреплению реального курса и эффекту дохода, что стимулирует спрос. В первом случае это приводит к снижению издержек фирм-импортеров. Во втором — к росту спроса на труд и капитал с последующим ростом цен на эти производственные факторы. Как результат, реальные предельные издержки фирм снижаются из-за преобладания дезинфляционного эффекта от снижения издержек на импорт над проинфляционным эффектом от роста заработной платы и арендной ставки капитала. Инфляция снижается, и центральный банк реагирует на это смягчением денежно-кредитной политики, что дополнительно стимулирует внутренний спрос и позволяет вернуть инфляцию к цели.

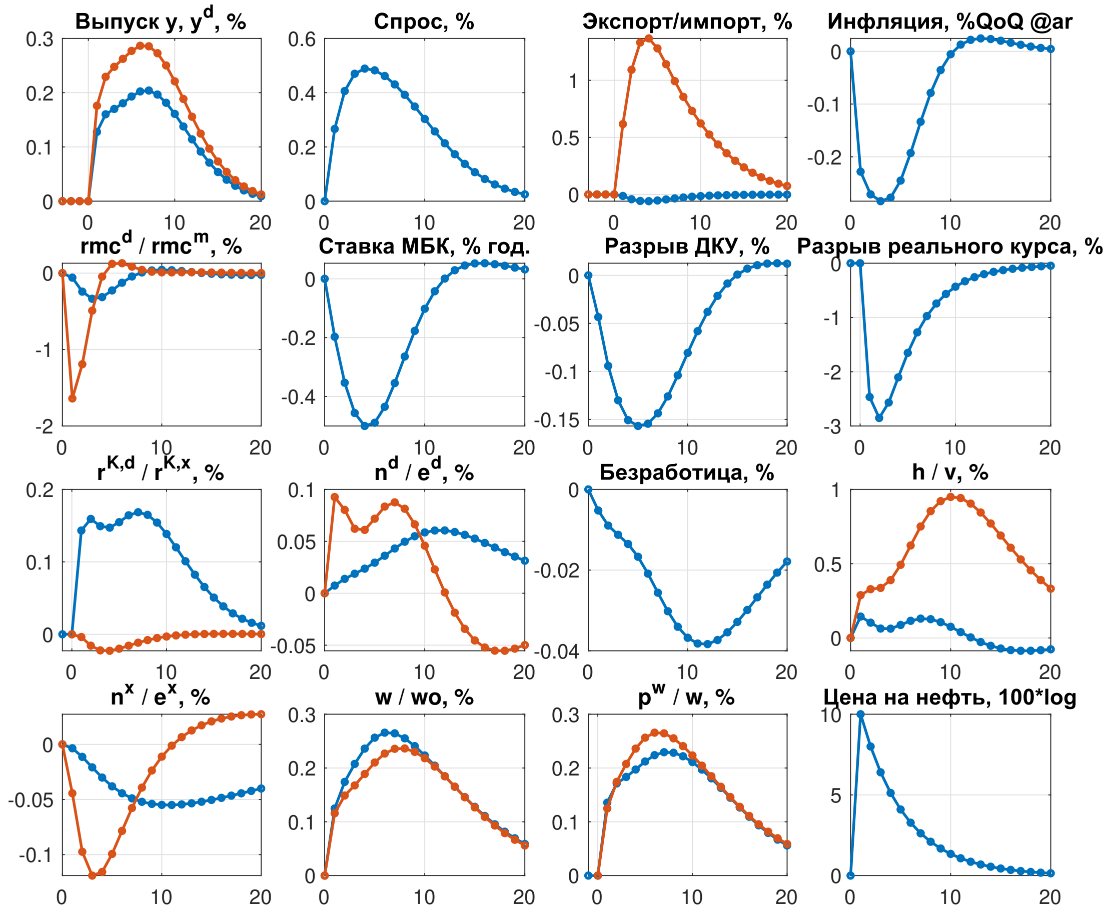

Рис. 8. Шок цены на нефть

Шок реальной заработной платы

Шок реальной заработной платы (шок $\varepsilon_t^{\hat{w}}$ в уравнении разрыва реальной заработной платы (12)) стимулирует внутренний спрос в соответствии с эффектом дохода и повышает стоимость привлечения труда фирмами относительно стоимости привлечения капитала (рис. 9). Вследствие этого фирмы стремятся заместить подорожавший труд капиталом, что вызывает рост арендной ставки капитала. Одновременный рост заработной платы и арендной ставки капитала приводит к росту реальных предельных издержек фирм и последующему увеличению инфляции. Центральный банк реагирует на отклонение инфляции вверх от цели ужесточением денежно-кредитной политики. В результате спрос охлаждается, и инфляция возвращается к цели.

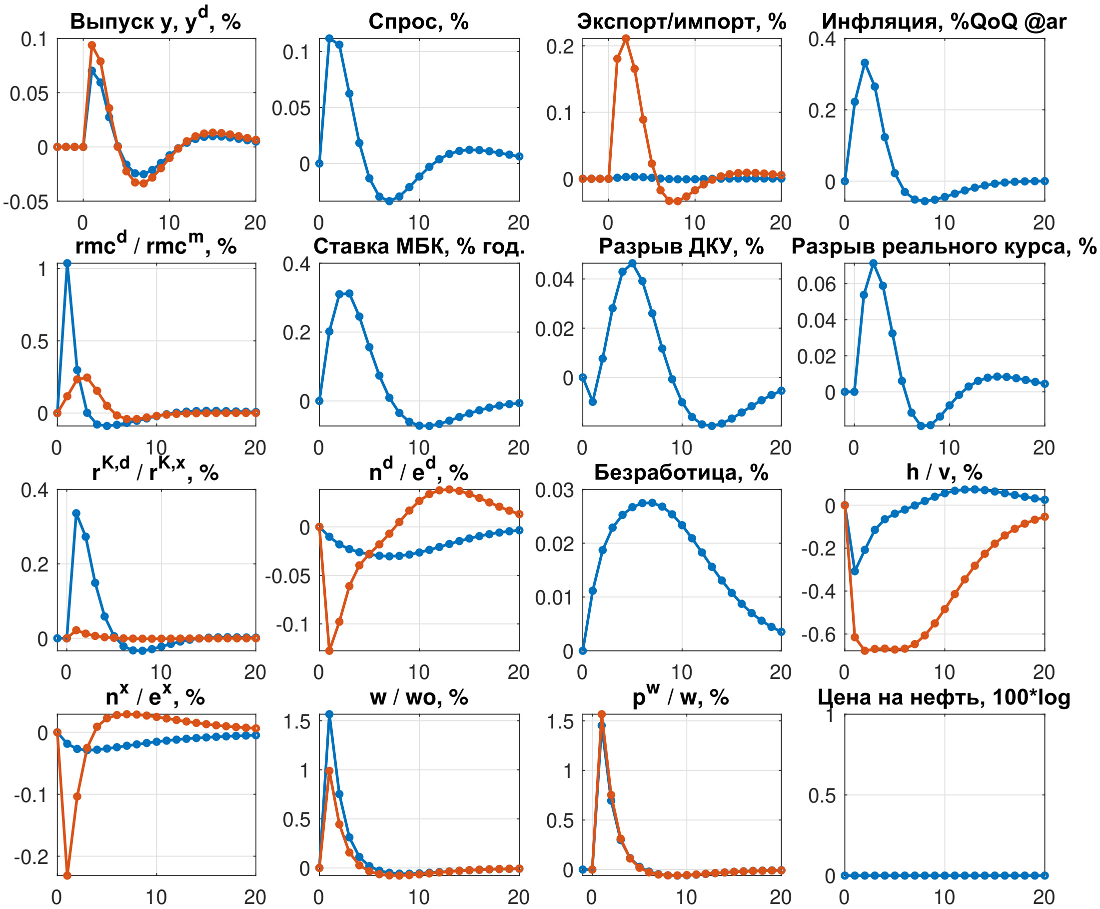

Рис. 9. Шок реальной зарплаты

Список литературы

Adolfson, M., S. Laséen, L. Christiano, M. Trabandt и K. Walentin (2013). «Ramses II–Model. Description». В.

Adrian, T., D. Laxton и M. Obstfeld (2018). *Advancing the frontiers of monetary policy.* International Monetary Fund. ISBN: 9781484344521.

Angelini, E., N. Bokan, K. Christoffel, M. Ciccarelli и S. Zimic (2019). «Introducing ECB-BASE: The blueprint of the new ECB semi-structural model for the euro area». В: *European Central Bank Working Paper Series.*

Beneš, J., K. Clinton, A. George, P. Gupta, J. John и др. (2017). «Quarterly Projection Model for India; Key Elements and Properties». В: *IMF Working Papers.*

Beneš, J., T. Hledik, D. Vavra и J. Vlcek (2003). «The Quarterly Projection Model and its Properties». В: *The Czech National Bank's Forecasting and Policy Analysis System.*

Botha, B., S. de Jager, F. Ruch и R. Steinbach (2017). «The Quarterly Projection Model of the SARB». В: *Working Papers.*

Calvo, G.A. (1983). «Staggered prices in a utility-maximizing framework». В: *Journal of monetary Economics* 12(3), с. 383—398.

Christiano, L.J., M.S. Eichenbaum и M. Trabandt (2016). «Unemployment and business cycles». В: *Econometrica* 84(4), с. 1523—1569.

De Castro, M.R., S.N. Gouvea, A. Minella, R. Santos и N.F. Souza-Sobrinho (2015). «SAMBA: Stochastic analytical model with a bayesian approach». В: *Brazilian Review of Econometrics* 35(2), с. 103—170.

Diamond, P.A. (1982). «Wage determination and efficiency in search equilibrium.» В: *The Review of Economic Studies* 49(2), с. 217—227.

Diebold, F. и C. Li (2006). «Forecasting the term structure of government bond yields.» В: *Journal of econometrics* 130(2), с. 337—364.

Dorich, J., M.K. Johnston, R.R. Mendes, S. Murchison и Y. Zhang (2013). «ToTEM II: An updated version of the Bank of Canada's quarterly projection model». В(: 100).

Gabaix, X. (2020). «A behavioral New Keynesian model». В: *American Economic Review* 110(8), с. 2271—2327.

Gertler, M., L. Sala и A. Trigari (2008). «An estimated monetary DSGE model with unemployment and staggered nominal wage bargaining». В: *Journal of Money, Credit and Banking* 40(8), с. 1713—1764.

Gervais, O. и M. Gosselin (2014). «Analyzing and Forecasting the Canadian Economy through the LENS Model». В: *Bank of Canada Technical Report.*

Kamenik, O., Z. Tuma, D. Vavra и Z. Smidova (2013). «A Simple Fiscal Stress Testing Model: Case Studies of Austrian, Czech and German Economies». В: *OECD Economics Department Working Papers.*

Kirker, M. (2008). «Does natural rate variation matter? Evidence from New Zealand». В: *Reserve Bank of New Zealand Discussion Paper Series.*

Laxton, J., I. Ermolaev, C. Freedman, O. Kamenik, M. Juillard, D. Laxton, I. Carabenciov и D. Korshunov (2008). «A Small Quarterly Multi-Country Projection Model». В: *IMF Working Papers.*

Mortensen, D.T. (1982). «The matching process as a noncooperative bargaining game.» В: *The economics of information and uncertainty*, с. 233—258.

Murchison, S. и A. Rennison (2006). «ToTEM: The Bank of Canada's new quarterly projection model». В(: 97).

Nelson, C. и A. Siegel (1987). «Parsimonious modeling of yield curves». В: *Journal of business*, с. 473—489.

Pissarides, C.A. (1985). «Short-run equilibrium dynamics of unemployment, vacancies, and real wages.» В: *he American Economic Review* 75(4), с. 676—690.

Ravnik, R. и N. Bokan (2018). «Quarterly Projection Model for Croatia». В: *Surveys 34, The Croatian National Bank.*

Shimer, R. (2005). «The cyclical behavior of equilibrium unemployment and vacancies.» В: *American economic review* 95(1), с. 25—49.

Szilágyi, K., D. Baksa, J. Beneš, A. Horváth, C. Köber и G.D. Soós (2013). «The Hungarian Monetary Policy Model». В: *MNB Working Papers.*

Yun, T. (1996). «Nominal price rigidity, money supply endogeneity, and business cycles.» В: *Journal of monetary Economics* 37(2), с. 345—370.

Бородин, А.Д. (2014). «Структурное макроэкономическое моделирование для целей центрального банка». В: Высшая школа экономики, Москва.

Бородин, А.Д., Е.А. Горбова, С.В. Плотников и Ю.Л. Плущевская (2008). «Оценка потенциального выпуска и других ненаблюдаемых переменных в рамках модели трансмиссионного механизма монетарной политики (на примере России)». В: Сборник докладов II Международной научно-практической конференции «Проблемы выбора эффективной денежно-кредитной политики в условиях переходной экономики». Национальный банк Республики Беларусь, Минск.

Демиденко, М., О. Карачун, Д. Коршунов, А. Липин и Г. Хребичек (2016). «Система анализа и макроэкономического прогнозирования Евразийского экономического союза». В: *Доклады Центра интеграционных исследований ЕАБР.*

Орлов, А.Д. (2021). *Орлов А. Квартальная прогнозная модель России.* Банк России.

Селезнев, С. и Д. Крепцев (2016). «DSGE-модели российской экономики с малым количеством уравнений». В: *Серия докладов об экономических исследованиях Банка России.*

Селезнев, С. и Д. Крепцев (2017). «DSGE-модель российской экономики с банковским сектором». В: *Серия докладов об экономических исследованиях Банка России.*

Приложение

Рынок труда

Оптовые фирмы и ННГ-экспортеры нанимают работников, N_t^d и N_t^x, по цене P_t^w на однородном конкурентном рынке у «поставщиков» — агентств по найму, континуум которых равномерно распределен на единичном интервале.

Агентства по найму публикуют вакансии и определяют темпы найма работников, неся издержки, связанные с интенсивностью найма. Часть работников оставляют агентства и становятся безработными. После кадровых изменений устанавливается номинальная зарплата в процессе торга по Нэшу, который повторяется периодически в рамках формализма Кальво.

Экспозиция блока рынка труда следует Gertler, Sala и др. (2008) и Christiano, Eichenbaum и др. (2016).

Трудовые потоки, вакансии и безработица

Каждый период t агентство i публикует v_{it} вакансий, а в агентстве занято n_{it} работников. Совокупное число вакансий и работников составляет $V_t = \int_0^1 v_{it} di$ и $N_t = N_t^d + N_t^x = \int_0^1 n_{it} di$. Все безработные направляются домохозяйством на поиск работы. Все, кто находит работу в текущем периоде, сразу приступают к работе. Занятые и безработные составляют рабочую силу $L_t = N_t + U_t$.

Для рабочей силы $l_t = 100 \cdot \log(L_t)$ специфицируется простое разложение на тренд и разрыв:

$$l_t = \bar{l}_t + \hat{l}_t, \tag{186}$$

$$\hat{l}_t = \rho_{\hat{l}} \hat{l}_{t-1} + \varepsilon_t^{\hat{l}}, \tag{187}$$

$$\bar{l}_t = \bar{l}_{t-1} + \Delta\bar{l}_t/4 + \varepsilon_t^{\bar{l}}, \tag{188}$$

$$\Delta\bar{l}_t = \rho_{\Delta\bar{l}} \Delta\bar{l}_{t-1} + (1 - \rho_{\Delta\bar{l}})\Delta\bar{l} + \varepsilon_t^{\Delta\bar{l}}. \tag{189}$$

В конце каждого периода $t-1$ происходит *экзогенная сепарация* занятых: доля $1 - \rho_t^s$ работников покидают агентства. Агенты, приходящие на рынок труда с ростом рабочей силы, $L_t - L_{t-1}$, сначала безработны. В результате на начало периода t количество безработных, ищущих работу, составляет:

$$U_t^b = (L_{t-1} - N_{t-1}) + (L_t - L_{t-1}) + (1 - \rho_{t-1}^s)N_{t-1} = L_t - \rho_t^s N_{t-1}. \tag{190}$$

Количество успешных наймов работников, M_t, прямо пропорционально числу ищущих работу, U_t^b, и числу вакансий, V_t:

$$M_t = \sigma^M (U_t^b)^{\varsigma^M} (V_t)^{1-\varsigma^M}. \tag{191}$$

Вероятность успешного закрытия вакансии агентством одинаковая для всех агентств и равна:

$$Q_t = \frac{M_t}{V_t} = \sigma^M \left(U_t^b/V_t\right)^{\varsigma^M}. \tag{192}$$

Аналогично вероятность успешного нахождения работы безработным равна:

$$F_t = \frac{M_t}{U_t^b} = \sigma^M \left(V_t/U_t^b\right)^{1-\varsigma^M}. \tag{193}$$

Уровень безработицы, u_t^r, определяется стандартно:

$$u_t^r = \frac{U_t}{L_t} = \frac{L_t - N_t}{L_t}. \tag{194}$$

Для равновесного уровня безработицы задается простое авторегрессионное соотношение:

$$u_t^r = \bar{u}_t^r + \hat{u}_t^r, \tag{195}$$

$$\bar{u}_t^r = \bar{u}_{t-1}^r + \Delta\bar{u}_t^r + \varepsilon_t^{\bar{u}^r}, \tag{196}$$

$$\Delta\bar{u}_t^r = \rho_{\Delta\bar{u}^r}\Delta\bar{u}_{t-1}^r + \varepsilon_t^{\Delta\bar{u}^r}. \tag{197}$$

Линеаризуя (194) вокруг $\bar{u}$:

$$\hat{u}_t^r = \bar{u}^r(\hat{u}_t - \hat{l}_t), \tag{198}$$

$$\hat{u}_t = \frac{1}{\bar{u}^r}(\hat{l}_t - (1-\bar{u}^r)\hat{n}_t). \tag{199}$$

Равновесный уровень занятости ($n_t = 100 \cdot \log(N_t)$) специфицируется на основе изменения трендовых компонент в (194):

$$n_t = \bar{n}_t + \hat{n}_t, \tag{200}$$

$$\bar{n}_t = \bar{n}_{t-1} + \Delta\bar{n}_t/4 + \varepsilon_t^{\bar{l}} - \frac{1}{1-\bar{u}^r}\varepsilon_t^{\bar{u}^r} + \varepsilon_t^{\bar{n}}, \tag{201}$$

$$\Delta\bar{n}_t = \Delta\bar{l}_t - \frac{4}{1-\bar{u}^r}\Delta\bar{u}_t^r. \tag{202}$$

Разрыв безработицы, согласно (199), определяется разрывом по занятости, который зависит от спроса на труд со стороны оптовых фирм и ННГ-экспортеров:

$$\hat{n}_t = (1-\omega^{n,x})\hat{n}_t^d + \omega^{n,x}\hat{n}_t^x. \tag{203}$$

Задача агентства по найму

Интенсивность найма агентства, i, h_{it}, определим как отношение ожидаемого количества занятых вакансий к уровню занятости в предыдущий период:

$$h_{it} = \frac{Q_t v_{it}}{n_{it-1}}. \tag{204}$$

Занятость текущего периода с учетом экзогенной сепарации работников определяется решением агентства об интенсивности найма:

$$n_{it} = \rho_t^s n_{it-1} + Q_t v_{it} = (\rho_t^s + h_{it})n_{it-1}, \quad \hat{\rho}_t^s = \rho_{\rho^s}\hat{\rho}_{t-1}^s + \varepsilon_t^{\rho^s}. \tag{205}$$

Агентство, выбирая интенсивность найма h_{it}, определяет количество занятых работников n_{it}, которых предлагает на конкурентном рынке труда фирмам по цене $p_t^w = P_t^w/P_t$. Занятые работники получают номинальную зарплату w_{it}^n. Интенсивность найма h_{it} связана с издержками подстройки в размере $\kappa_t h_{it}^2 n_{it-1}/2$, $\kappa_t = \kappa A_t^y$. Стоимость агентства, $\mathcal{F}_t$, равна приведенной оценке будущих прибылей:

$$\mathcal{F}_t(w_{it}^n, n_{it-1}) = p_t^w n_{it} - \frac{w_{it}^n}{P_t} n_{it} - \frac{\kappa_t}{2} h_{it}^2 n_{it-1} + \mathbb{E}_t \left[\Lambda_{t,t+1} \mathcal{F}_{t+1}(w_{it+1}^n, n_{it}) \right]. \quad (206)$$

Агентство воспринимает текущую и ожидаемую траекторию зарплат как заданную. В случае если у агентства появляется возможность торга по зарплате в текущем периоде, оно использует новую контрактную зарплату, иначе — индексирует зарплату предыдущего периода. Таким образом, агентство решает следующую задачу:

$$\max_{n_{it}} \mathcal{F}_t(w_{it}^n, n_{it-1}). \quad (207)$$

Условие первого порядка:

$$0 = p_t^w - \frac{w_{it}^n}{P_t} - \kappa_t h_{it} + \mathbb{E}_t \left[\Lambda_{t,t+1} \frac{\partial \mathcal{F}_{t+1}(w_{it+1}^n, n_{it})}{\partial n_{it}} \right]. \quad (208)$$

По теореме об огибающей:

$$\frac{\partial \mathcal{F}_t(w_{it}^n, n_{it-1})}{\partial n_{it-1}} = \frac{\partial \left[-\frac{\kappa_t n_{it-1}}{2} \left(\frac{n_{it}}{n_{it-1}} - \rho_t^s \right)^2 \right]}{\partial n_{it-1}} = \frac{\kappa_t h_{it}^2}{2} + \kappa_t \rho_t^s h_{it}. \quad (209)$$

Условие первого порядка тогда принимает вид:

$$\kappa_t h_{it} = p_t^w - \frac{w_{it}^n}{P_t} + \mathbb{E}_t \Lambda_{t,t+1} \frac{\kappa_{t+1} h_{it+1}^2}{2} + \mathbb{E}_t \rho_{t+1}^s \Lambda_{t,t+1} \kappa_{t+1} h_{it+1}. \quad (210)$$

Используя (206), определим также $\mathcal{J}(w_{it}^n)$ как предельное изменение стоимости фирмы от найма дополнительного работника *после* понесенных издержек подстройки:

$$\mathcal{J}_t(w_{it}^n) := \left. \frac{\partial \mathcal{F}_t(w_{it}^n, n_{it-1})}{\partial n_{it}} \right|_{h_{it}} = p_t^w - \frac{w_{it}^n}{P_t} + \mathbb{E}_t \left[\Lambda_{t,t+1} \frac{\partial \mathcal{F}_{t+1}(w_{it+1}^n, n_{it})}{\partial n_{it}} \right]. \quad (211)$$

Тогда из (208) и (210):

$$\mathcal{J}_t(w_{it}^n) = \kappa_t h_{it}, \quad (212)$$

$$\mathcal{J}_t(w_{it}^n) = p_t^w - \frac{w_{it}^n}{P_t} - \mathbb{E}_t \Lambda_{t,t+1} \frac{\kappa_{t+1} h_{it+1}^2}{2} + \mathbb{E}_t \Lambda_{t,t+1} (\rho_{t+1}^s + h_{it+1}) \mathcal{J}_{t+1}(w_{it+1}^n). \quad (213)$$

Выигрыш работника на рынке труда

После кадровых изменений в текущем периоде оценка работника от состояния занятости в агентстве i, $\mathcal{V}_t(w_{it}^n)$, составляет:

$$\mathcal{V}_t(w_{it}^n) = \frac{w_{it}^n}{P_t} + \mathbb{E}_t\Lambda_{t,t+1}\left[\rho_{t+1}^s\mathcal{V}_{t+1}(w_{it+1}^n) + (1-\rho_{t+1}^s)\mathcal{U}_{t+1}\right], \tag{214}$$

где $\mathcal{U}_t$ — оценка работника от состояния безработного:

$$\mathcal{U}_t = b_t^u + \mathbb{E}_t\Lambda_{t,t+1}\left[F_{t+1}\mathcal{V}_{x,t+1} \ + (1-F_{t+1})\mathcal{U}_{t+1}\right], \tag{215}$$

где b_t^u — пособие по безработице, а $\mathcal{V}_{x,t} = \int_0^1 \mathcal{V}_t(w_{it+1}^n)\frac{v_{it+1}}{v_{t+1}}di$.

Выигрыш от состояния занятости тогда составляет:

$$\mathcal{H}_{x,t+1} = \mathcal{V}_{x,t+1} - U_t, \tag{216}$$

$$\mathcal{H}_t(w_{it}^n) = \frac{w_{it}^n}{P_t} - b_t^u + \mathbb{E}_t\Lambda_{t,t+1}\left[\rho_{t+1}^s\mathcal{H}_{t+1}(w_{it+1}^n) - F_{t+1}\mathcal{H}_{x,t+1}\right]. \tag{217}$$

Торг зарплаты по Нэшу

Номинальная зарплата определяется в ходе ступенчатого торга по Нэшу: срок действия контракта определяется с помощью формализма Кальво.

Каждый период с вероятностью $1-\theta_w$ агентство получает возможность нового торга по зарплате, а с вероятностью θ_w индексирует текущую номинальную зарплату на взвесь таргета и инфляции прошлого периода и на равновесный рост СФП в секторе производства отечественных оптовых товаров, $\gamma_{A^y} := e^{\bar{\Delta}\bar{a}^y}$:

$$w_{it}^n = \Gamma_{t-1,t}^w w_{it-1}^n = \gamma_{A^y}(\bar{\Pi})^{1-\chi_w}(\Pi_{t-1})^{\chi_w}w_{it-1}^n := \bar{\gamma}^w(\Pi_{t-1})^{\chi_w}w_{it-1}^n. \tag{218}$$

Зарплаты текущего периода — определенные в ходе торга или в результате индексации — устанавливаются для всех новых и текущих работников. Работники, нанятые, между эпизодами торга, получают текущую зарплату занятых в агентстве. В процессе торга агентство и предельный работник переговариваются о новой зарплате w_t^{*n} путем торга о распределении выигрыша от найма дополнительного работника:

$$w_t^{*n} = \arg\max_{w_{it}^n} \mathcal{H}_t(w_{it}^n)^{\eta_t^w}\mathcal{J}_t(w_{it}^n)^{1-\eta_t^w}, \quad \log\eta_t^w = \log\bar{\eta}^w + \varepsilon_t^{\eta^w}. \tag{219}$$

Условие первого порядка:

$$\eta_t^w\epsilon_t^w\mathcal{J}_t(w_t^{*n}) = (1-\eta_t^w)\mu_t^w(w_t^{*n})\mathcal{H}_t(w_t^{*n}), \tag{220}$$

где η_t^w — переговорная сила работника, $\epsilon_t^w := P_t\partial\mathcal{H}(w_{it}^n)/\partial w_{it}^n$ — изменение выигрыша работника от роста реальной зарплаты, а $\mu_t^w := -P_t\partial\mathcal{J}(w_{it}^n)/\partial w_{it}^n$—

изменение выигрыша агентства от роста реальной зарплаты. Из (217) и (213) следует:

$$\epsilon_t^w = 1 + \mathbb{E}_t\left[\theta_w \rho_{t+1}^s \Lambda_{t,t+1} \Pi_{t+1}^{-1} \Gamma_{t,t+1}^w \epsilon_{t+1}^w\right], \tag{221}$$

$$\mu_t^w(w_{it}^n) = 1 + \mathbb{E}_t\left[\theta_w [\rho_{t+1}^s + h_{t+1}(\Gamma_{t,t+1}^w w_{it}^n)] \Lambda_{t,t+1} \Pi_{t+1}^{-1} \Gamma_{t,t+1}^w \mu_{t+1}^w(\Gamma_{t,t+1}^w w_{it}^n)\right], \tag{222}$$

где ϵ_t^w и μ_t^w — дисконты, с которыми работник и агентство оценивают ожидаемые потоки по контрактной зарплате. Так как $h_t \geq 0$, то $\mu_t^w(w_{it}^n) \geq \epsilon_t^w$: агентство также учитывает в своей оценке влияние текущей зарплаты на зарплаты будущих новых сотрудников.

Условие первого порядка (220) можно записать как:

$$\chi_t(w_t^{*n}) \mathcal{J}_t(w_t^{*n}) = [1 - \chi_t(w_t^{*n})]\, \mathcal{H}_t(w_t^{*n}), \tag{223}$$

$$\chi_t(w_t^{*n}) = \frac{\eta_t^w}{\eta_t^w + (1 - \eta_t^w)\mu_t^w(w_t^{*n})/\epsilon_t^w}, \tag{224}$$

где $\chi_t(w_t^{*n})$ — вес работника в распределении выигрыша от нового контракта с учетом динамических дисконтов. Если $\theta_w = 0$, то $\chi_t(w_t^{*n}) = \eta_t^w$, если $\theta_w > 0$, то $\chi_t(w_t^{*n}) < \eta_t^w$ — так как у агентств дисконт будущего больше, то их переговорная сила возрастает по сравнению с $1 - \eta_t^w$, а у работников — понижается.

Средняя номинальная зарплата, w_t^n, и ее эволюция в рамках формализма Кальво определяются как:

$$w_t^n = \int_0^1 w_{it}^n \frac{n_{it}}{n_t} di, \tag{225}$$

$$w_t^n = (1 - \theta_w) w_t^{*n} + \theta_w \int_0^1 \Gamma_{t-1,t}^w w_{it-1}^n \frac{\rho_t^s + h_t(\Gamma_{t-1,t}^w w_{it-1}^n)}{\rho_t^s + h_t} \frac{n_{it-1}}{n_{t-1}} di. \tag{226}$$

Оптимальная зарплата

Найдем лог-линеаризованное выражение для оптимальной зарплаты. Перепишем выражение для излишка работника (217) с учетом вероятности торга:

$$\mathcal{H}_t(w_t^{*n}) = \frac{w_t^{*n}}{P_t} - [b_t^u + \mathbb{E}_t \Lambda_{t,t+1} F_{t+1} \mathcal{H}_{x,t+1}] + \mathbb{E}_t \rho_{t+1}^s \Lambda_{t,t+1} \mathcal{H}_{t+1}(w_{t+1}^{*n}) + \\ + \mathbb{E}_t \theta_w \rho_{t+1}^s \Lambda_{t,t+1}\left[\mathcal{H}_{t+1}(\Gamma_{t,t+1}^w w_t^{*n}) - \mathcal{H}_{t+1}(w_{t+1}^{*n})\right]. \tag{227}$$

Скобку в правой части выражения выше можно записать как:

$$\mathbb{E}_t\left[\mathcal{H}_{t+1}(\Gamma_{t,t+1}^w w_t^{*n}) - \mathcal{H}_{t+1}(w_{t+1}^{*n})\right] = \mathbb{E}_t\left[\frac{\Gamma_{t,t+1}^w w_t^{*n}}{P_{t+1}} - \frac{w_{t+1}^{*n}}{P_{t+1}}\right] + \\ + \mathbb{E}_t \theta_w \rho_{t+2}^s \Lambda_{t+1,t+2}\left[\mathcal{H}_{t+2}(\Gamma_{t,t+2}^w w_t^{*n}) - \mathcal{H}_{t+2}(\Gamma_{t+1,t+2}^w w_{t+1}^{*n})\right]. \tag{228}$$

Лог-линеаризуя выражение выше и итерируя выражение в правой части вперед:

$$\mathbb{E}_t\left[\hat{\mathcal{H}}_{t+1}(\Gamma^w_{t,t+1}w^{*n}_t)-\hat{\mathcal{H}}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})\right]=$$
$$=\frac{\bar{w}\bar{\epsilon}^w}{\bar{\mathcal{H}}}\mathbb{E}_t\left[\hat{w}^*_t+\chi_w\hat{\pi}_t-\hat{\pi}_{t+1}-\hat{\gamma}^a_{t+1}-\hat{w}^*_{t+1}\right], \quad (229)$$

где $\hat{w}^*_t$ — отклонение от BGP оптимальной реальной зарплаты $w^*_t=w^{*n}_t/P_t$, $\hat{\gamma}^a_t=\Delta\bar{a}^y_t-\bar{\Delta}a^y$ (предполагается, что зарплаты растут с темпом TFP на BGP), а $(\bar{\epsilon}^w_t)^{-1}=1-\tilde{\beta}_\gamma\theta_w\bar{\rho}^s$, $\tilde{\beta}_\gamma:=\beta\gamma_{A^y}\gamma_c^{-\varsigma_c}$.

Перепишем выражение для выигрыша агентства (210), используя (208):

$$\mathcal{J}_t(w^{*n}_{it})=p^w_t-\frac{w^{*n}_t}{P_t}+\mathbb{E}_t\Lambda_{t,t+1}\frac{\kappa_{t+1}}{2}h_{t+1}(w^{*n}_{t+1})^2+$$
$$+\mathbb{E}_t\Lambda_{t,t+1}\frac{\kappa_{t+1}}{2}\theta_w\left[h_{t+1}(\Gamma^w_{t,t+1}w^{*n}_t)^2-h_{t+1}(w^{*n}_{t+1})^2\right]+$$
$$+\mathbb{E}_t\Lambda_{t,t+1}\rho^s_{t+1}\mathcal{J}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})+\mathbb{E}_t\theta_w\Lambda_{t,t+1}\rho^s_{t+1}\mathbb{E}_t\left[\mathcal{J}_{t+1}(\Gamma^w_{t,t+1}w^{*n}_t)-\mathcal{J}_{t+1}(w^{*n}_{it+1})\right]. \quad (230)$$

Скобку в правой части выражения выше можно записать как:

$$\mathbb{E}_t\left[\mathcal{J}_{t+1}(\Gamma^w_{t,t+1}w^{*n}_t)-\mathcal{J}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})\right]=-\mathbb{E}_t\left[\frac{\Gamma^w_{t,t+1}w^{*n}_t}{P_{t+1}}-\frac{w^{*n}_{t+1}}{P_{t+1}}\right]+$$
$$+\mathbb{E}_t\theta_w\frac{\kappa_{t+2}}{2}\Lambda_{t+1,t+2}\left[h_{t+2}(\Gamma^w_{t,t+2}w^{*n}_t)-h_{t+2}(\Gamma^w_{t+1,t+2}w^{*n}_{t+1})\right]+$$
$$+\mathbb{E}_t\theta_w\rho^s_{t+2}\Lambda_{t+1,t+2}\left[\mathcal{J}_{t+2}(\Gamma^w_{t,t+2}w^{*n}_t)-\mathcal{J}_{t+2}(\Gamma^w_{t+1,t+2}w^{*n}_{t+1})\right]. \quad (231)$$

Лог-линеаризуя выражение выше, используя $\hat{\mathcal{J}}_t=\hat{\kappa}_t+\hat{h}_t$ и $(\bar{\mu}^w_t)^{-1}=1-\tilde{\beta}_\gamma\theta_w$ и итерируя выражение в правой части вперед:

$$\mathbb{E}_t\left[\hat{\mathcal{J}}_{t+1}(\Gamma^w_{t,t+1}w^{*n}_t)-\hat{\mathcal{J}}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})\right]=\mathbb{E}_t\left[\hat{h}_{t+1}(\Gamma^w_{t,t+1}w^{*n}_t)-\hat{h}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})\right]=$$
$$=-(\bar{w}\bar{\mu}^w/\bar{\mathcal{J}})\mathbb{E}_t\left[\hat{w}^*_t+\chi_w\hat{\pi}_t-\hat{\pi}_{t+1}-\hat{\gamma}^a_{t+1}-\hat{w}^*_{t+1}\right]. \quad (232)$$

Лог-линеаризуя (227) и подставляя (229) (ниже мы предполагаем неизменность пособий по безработице, то есть $\hat{b}^u_t=0$):

$$\hat{\mathcal{H}}_t(w^{*n}_t)=\frac{\bar{w}}{\bar{\mathcal{H}}}\left[\hat{w}^*_t+(\tilde{\beta}_\gamma\theta_w\bar{\rho}^s)\bar{\epsilon}^w\mathbb{E}_t\left[\hat{w}^*_t+\chi_w\hat{\pi}_t-\hat{\pi}_{t+1}-\hat{\gamma}^a_{t+1}-\hat{w}^*_{t+1}\right]\right]-$$
$$-\tilde{\beta}_\gamma\bar{F}\mathbb{E}_t\left[\hat{f}_{t+1}+\hat{\mathcal{H}}_{x,t+1}+\hat{\Lambda}_{t,t+1}\right]+\bar{\rho}^s\tilde{\beta}_\gamma\mathbb{E}_t\left[\hat{\mathcal{H}}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})+\hat{\Lambda}_{t,t+1}+\hat{\rho}^s_{t+1}\right]. \quad (233)$$

Лог-линеаризуя (230) и подставляя (232):

$$\hat{\mathcal{J}}_t(w^{*n}_t)=\frac{\bar{p}^w}{\bar{\mathcal{J}}}\hat{p}^w_t-\frac{\bar{w}}{\bar{\mathcal{J}}}\left[\hat{w}^*_t+(\tilde{\beta}_\gamma\theta_w\bar{\mu}^w)\mathbb{E}_t\left[\hat{w}^*_t+\chi_w\hat{\pi}_t-\hat{\pi}_{t+1}-\hat{\gamma}^a_{t+1}-\hat{w}^*_{t+1}\right]\right]+$$
$$+\bar{h}\tilde{\beta}_\gamma\mathbb{E}_t\left[\hat{h}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})+0.5\hat{\Lambda}_{t,t+1}\right]+\bar{\rho}^s\tilde{\beta}_\gamma\mathbb{E}_t\left[\hat{\mathcal{J}}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})+\hat{\Lambda}_{t,t+1}+\hat{\rho}^s_{t+1}\right]. \quad (234)$$

Лог-линеаризуя условие оптимальности торга (220):

$$\hat{\mathcal{J}}_t(w_t^{*n}) + (1-\bar{\chi})^{-1}\hat{\chi}_t(w_t^{*n}) = \hat{\mathcal{H}}_t(w_t^{*n}), \tag{235}$$

$$\hat{\chi}_t(w_t^{*n}) = -(1-\bar{\chi})\left[\hat{\mu}_t^w(w_t^{*n}) - \hat{\epsilon}_t^w\right] + (1-\bar{\chi})(1-\bar{\eta}^w)^{-1}\varepsilon_t^{\eta^w}. \tag{236}$$

Подставляя (233) и (234) в (235) и используя (235) для периода $t+1$, получим выражение для оптимальной реальной зарплаты:

$$\hat{w}_t^* + \psi^w \mathbb{E}_t\left[\hat{w}_t^* + \chi_w\hat{\pi}_t - \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}^a - \hat{w}_{t+1}^*\right] = \frac{\bar{\chi}\bar{p}^w}{\bar{w}}\hat{p}_t^w +$$
$$+\frac{\bar{\chi}\bar{h}\tilde{\beta}_\gamma\bar{\mathcal{J}}}{\bar{w}}\mathbb{E}_t\left[\hat{h}_{t+1}(w_{t+1}^{*n}) + 0.5\hat{\Lambda}_{t,t+1}\right] + \frac{(1-\bar{\chi})\bar{\mathcal{H}}\tilde{\beta}_\gamma\bar{F}}{\bar{w}}\mathbb{E}_t\left[\hat{f}_{t+1} + \hat{\mathcal{H}}_{x,t+1} + \hat{\Lambda}_{t,t+1}\right] +$$
$$+\frac{\bar{\chi}\bar{\mathcal{J}}}{(1-\bar{\chi})\bar{w}}\left[\hat{\chi}_t(w_t^{*n}) - \tilde{\beta}_\gamma\bar{\rho}^s\mathbb{E}_t\hat{\chi}_{t+1}(w_{t+1}^{*n})\right], \tag{237}$$

где $\psi^w \coloneqq \bar{\chi}\tilde{\beta}_\gamma\theta_w\bar{\mu}^w + (1-\bar{\chi})\bar{\rho}^s\tilde{\beta}_\gamma\theta_w\bar{\epsilon}^w$.

Выражение выше можно записать в виде:

$$\hat{w}_t^* = \left[(1-\tau^w)\hat{w}_t^o(w_t^{*n}) + \tau^w\mathbb{E}_t\left(\hat{\pi}_{t+1} - \chi_w\hat{\pi}_t + \hat{\gamma}_{t+1}^a\right)\right] + \tau^w\mathbb{E}_t\hat{w}_{t+1}^*, \tag{238}$$

$$\hat{w}_t^o(w_t^{*n}) = \varphi_p\hat{p}_t^w + \varphi_h\mathbb{E}_t\left[\hat{h}_{t+1}(w_{t+1}^{*n}) + 0.5\hat{\Lambda}_{t,t+1}\right] +$$
$$+\varphi_f\mathbb{E}_t\left[\hat{f}_{t+1} + \hat{\mathcal{H}}_{x,t+1} + \hat{\Lambda}_{t,t+1}\right] + \varphi_\chi\left[\hat{\chi}_t(w_t^{*n}) - \tilde{\beta}_\gamma\bar{\rho}^s\mathbb{E}_t\hat{\chi}_{t+1}(w_{t+1}^{*n})\right], \tag{239}$$

где $\tau^w \coloneqq \psi^w/(1+\psi^w), \varphi_p \coloneqq \bar{\chi}\bar{p}^w/\bar{w}, \varphi_h \coloneqq \bar{\chi}\bar{h}\tilde{\beta}_\gamma\bar{\mathcal{J}}/\bar{w}, \varphi_f \coloneqq (1-\bar{\chi})\bar{\mathcal{H}}\tilde{\beta}_\gamma\bar{F}/\bar{w}, \varphi_\chi \coloneqq \bar{\chi}\bar{\mathcal{J}}/((1-\bar{\chi})\bar{w})$, а $\hat{w}_t^o(w_t^{*n})$ — таргетируемая зарплата — оптимальная зарплата в отсутствие номинальных жесткостей.

Найдем выражение для оптимальной зарплаты в терминах средних по экономике. Лог-линеаризуя выражения для дисконтов (221) и (222):

$$\hat{\epsilon}_t^w = \bar{\rho}^s\tilde{\beta}_\gamma\theta_w\mathbb{E}_t\left[\hat{\epsilon}_{t+1}^w + \hat{\rho}_{t+1}^s + \hat{\Lambda}_{t,t+1} + \chi_w\hat{\pi}_t - \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}^a\right], \tag{240}$$

$$\hat{\mu}_t^w(w_t^{*n}) = \tilde{\beta}_\gamma\theta_w\mathbb{E}_t\left[\bar{h}\hat{h}_{t+1}(\Gamma_{t,t+1}^w w_t^{*n}) + \bar{\rho}^s\hat{\rho}_{t+1}^s\right] +$$
$$+\tilde{\beta}_\gamma\theta_w\mathbb{E}_t\left[\hat{\mu}_{t+1}^w(\Gamma_{t,t+1}^w w_t^{*n}) + \hat{\Lambda}_{t,t+1} + \chi_w\hat{\pi}_t - \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}^a\right]. \tag{241}$$

Из (241) и полагая $\hat{\chi}(w_t^n) \coloneqq -(1-\bar{\chi})\left[\hat{\mu}_t^w(w_t^n) - \hat{\epsilon}_t^w\right]$ и $\varkappa_w \coloneqq \bar{w}/\bar{\mathcal{J}}$:

$$\hat{\mu}_t^w(w_t^{*n}) - \hat{\mu}_t^w(w_t^n) = -(\bar{h}\tilde{\beta}_\gamma\theta_w)(\varkappa_w\bar{\mu}^w)\bar{\mu}^w(\hat{w}_t^* - \hat{w}_t), \tag{242}$$

$$\hat{\chi}(w_t^{*n}) - \hat{\chi}(w_t^n) = (1-\bar{\chi})(\bar{h}\tilde{\beta}_\gamma\theta_w)(\varkappa_w\bar{\mu}^w)\bar{\mu}^w(\hat{w}_t^* - \hat{w}_t) + (1-\bar{\chi})(1-\bar{\eta}^w)^{-1}\varepsilon_t^{\eta^w}. \tag{243}$$

Из (229) и (232):

$$\mathbb{E}_t\left[\hat{\mathcal{H}}_{t+1}(w_{t+1}^{*n}) - \hat{\mathcal{H}}_{t+1}(w_{t+1}^n)\right] = (1-\bar{\chi})\bar{\chi}^{-1}\varkappa_w\bar{\epsilon}^w\mathbb{E}_t\left[(\hat{w}_{t+1}^* - \hat{w}_{t+1})\right], \tag{244}$$

$$\mathbb{E}_t\left[\hat{\mathcal{J}}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})-\hat{\mathcal{J}}_{t+1}(w^{n}_{t+1})\right]=-\varkappa_w\bar{\mu}^w\mathbb{E}_t\left[(\hat{w}^*_{t+1}-\hat{w}_{t+1})\right]. \tag{245}$$

Подставляя в условие оптимальности торга в периоде $t+1$ (235) выражения выше, получим условие в терминах средних зарплат:

$$\mathbb{E}_t\hat{\mathcal{J}}_{t+1}(w^n_{t+1})+(1-\bar{\chi})^{-1}\mathbb{E}_t\hat{\chi}_{t+1}(w^n_{t+1})+(1-\bar{\eta}^w)^{-1}\varepsilon^{\eta^w}_t=\mathbb{E}_t\hat{\mathcal{H}}_{t+1}(w^n_{t+1})+\Gamma\mathbb{E}_t\left[\hat{w}^*_{t+1}-\hat{w}_{t+1}\right], \tag{246}$$

где $\Gamma:=\left[1-\bar{\eta}^w(\bar{h}\tilde{\beta}_\gamma\theta_w)\bar{\mu}^w\right](\bar{\eta}^w)^{-1}\bar{\mu}^w\varkappa_w$.

Используя $\hat{\mathcal{J}}_t(w^n_t)=\hat{h}_t(w^n_t)$, выразим будущий выигрыш работника:

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}_t\hat{\mathcal{H}}_{t+1}(w^n_{t+1})=\mathbb{E}_t\hat{\mathcal{H}}_{x,t+1}(w^n_{t+1})=\\&=\mathbb{E}_t\hat{h}_{t+1}(w^n_{t+1})-\Gamma\mathbb{E}_t\left[\hat{w}^*_{t+1}-\hat{w}_{t+1}\right]+(1-\bar{\chi})^{-1}\mathbb{E}_t\hat{\chi}_{t+1}(w^n_{t+1})+(1-\bar{\eta}^w)^{-1}\varepsilon^{\eta^w}_t.\end{aligned} \tag{247}$$

Подставляя выражения для $\hat{h}_{t+1}(w^{*n}_{t+1}),\hat{\mathcal{H}}_{x,t+1}(w^n_{t+1}),\hat{\chi}_t(w^{*n}_t)$ и $\hat{\chi}_{t+1}(w^{*n}_{t+1})$ в выражение для таргетируемой зарплаты (239):

$$\hat{w}^o_t(w^{*n}_t)=\hat{w}^o_t+\frac{\tau^w_1}{1-\tau^w}\mathbb{E}_t\left[\hat{w}_{t+1}-\hat{w}^*_{t+1}\right]+\frac{\tau^w_2}{1-\tau^w}\mathbb{E}_t\left[\hat{w}_t-\hat{w}^*_t\right], \tag{248}$$

где $\tau^w_1:=\left[\varkappa_w\bar{\mu}^w\varphi_h+\varphi_\chi\tilde{\beta}_\gamma\bar{\rho}^s(1-\bar{\chi})(\bar{h}\tilde{\beta}_\gamma\theta_w)(\varkappa_w\bar{\mu}^w)\bar{\mu}^w+\varphi_f\Gamma\right](1-\tau^w)$,

$\tau^w_2:=-(\varkappa_w\bar{\mu}^w)\varphi_\chi(1-\bar{\chi})(\bar{h}\tilde{\beta}_\gamma\theta_w)\bar{\mu}^w(1-\tau^w)$.

В (248) таргетируемая зарплата (оптимальная зарплата при отсутствии номинальных жесткостей) в среднем по экономике (то есть если бы не было разброса зарплат), $\hat{w}^o_t$ имеет вид:

$$\begin{aligned}&\hat{w}^o_t=\varphi_p\hat{p}^w_t+(\varphi_h+\varphi_f)\mathbb{E}_t\hat{h}_{t+1}(w^n_{t+1})+\varphi_f\mathbb{E}_t\hat{f}_{t+1}+\\&+(\varphi_h/2+\varphi_f)\mathbb{E}_t\hat{\Lambda}_{t,t+1}+\varphi_\chi\mathbb{E}_t\left[\hat{\chi}_t(w^n_t)-\tilde{\beta}_\gamma(\bar{\rho}^s-\bar{F})\mathbb{E}_t\hat{\chi}_{t+1}(w^n_{t+1})\right]+\varepsilon^{w^o}_t,\end{aligned} \tag{249}$$

где $\varepsilon^{w^o}_t=\varphi_\chi(1-\bar{\chi})(1-\bar{\eta}^w)^{-1}\varepsilon^{\eta^w}_t$.

Лог-линеаризуя дефлированное выражение для средней зарплаты (226):

$$\hat{w}_t=(1-\theta_w)\hat{w}^*_t+\theta_w\left(\hat{w}_{t-1}-\hat{\pi}_t+\chi_w\hat{\pi}_{t-1}-\hat{\gamma}^a_t\right). \tag{250}$$

Наконец, подставляя (250) и (248) в (238), получим итоговое выражение для реальной средней зарплаты в экономике:

$$\hat{w}_t=\gamma_b(\hat{w}_{t-1}-\hat{\pi}_t+\chi_w\hat{\pi}_{t-1}-\hat{\gamma}^a_t)+\gamma_o\hat{w}^o_t+\gamma_f\mathbb{E}_t(\hat{w}_{t+1}+\hat{\pi}_{t+1}-\chi_w\hat{\pi}_t+\hat{\gamma}^a_{t+1}), \tag{251}$$

где $\gamma_b:=(1+\tau^w_2)(\phi^w)^{-1},\gamma_o:=\varsigma^w(\phi^w)^{-1},\gamma_f:=(\tau^w\theta_w^{-1}-\tau^w_1)(\phi^w)^{-1},\phi^w:=1+\tau^w_2+\varsigma^w+\tau^w\theta_w^{-1}-\tau^w_1,\varsigma^w:=(1-\theta_w)(1-\tau^w)\theta_w^{-1}$, при этом $\gamma_b+\gamma_o+\gamma_f=1$.

Цена труда и трудовые потоки

Лог-линеаризуя условия оптимальной интенсивности найма агентства (210) и выражая из него цену труда для производителей, $\hat{p}_t^w$:

$$\hat{p}_t^w = \frac{\varkappa_w}{\varkappa_p}\hat{w}_t + \frac{1}{\varkappa_p}\hat{h}_t - \frac{\tilde{\beta}_\gamma}{\varkappa_p}\mathbb{E}_t\hat{h}_{t,t+1} - \frac{\varkappa_\Lambda}{\varkappa_p}\mathbb{E}_t\hat{\Lambda}_{t,t+1} - \frac{\tilde{\beta}_\gamma\bar{\rho}^s}{\varkappa_p}\mathbb{E}_t\hat{\rho}^s_{t,t+1}, \tag{252}$$

где $\varkappa \coloneqq (\kappa\bar{h})^{-1}$, $\varkappa_p \coloneqq \varkappa\bar{p}^w$, $\varkappa_w \coloneqq \varkappa\bar{w}$, $\varkappa_\Lambda \coloneqq \tilde{\beta}_\gamma(1+\bar{\rho}^s)/2$.

Лог-линеаризованные выражения для количества безработных на начало периода (190), количества успешных наймов (191), требуемой интенсивности найма (204), динамики занятости (205), вероятности занятия вакансии (192) и вероятности найти работу (193):

$$\hat{u}_t^b = \frac{1}{\bar{u}^r}\left[\hat{l}_t - (1-\bar{u}^r)\bar{\rho}^s(\hat{n}_{t-1} + \hat{\rho}_t^s)\right], \tag{253}$$

$$\hat{m}_t = \varsigma^M\hat{u}_t^b + (1-\varsigma^M)\hat{v}_t, \tag{254}$$

$$\hat{h}_t = \hat{q}_t + \hat{v}_t - \hat{n}_{t-1}, \tag{255}$$

$$\hat{n}_t = \hat{n}_{t-1} + (1-\bar{\rho}^s)\hat{h}_t + \bar{\rho}^s\hat{\rho}_t^s, \tag{256}$$

$$\hat{q}_t = \hat{m}_t - \hat{v}_t, \tag{257}$$

$$\hat{f}_t = \hat{m}_t - \hat{u}_t^b. \tag{258}$$

Индикатор перегрева рынка труда:

$$\hat{\xi}_t = \hat{v}_t - \hat{u}_t. \tag{259}$$

Калибровка блока рынка труда и приведенные уравнения

Вероятности сепарации и нахождения работы можно оценить с помощью подхода Shimer (2005). Если $s_t = 1-\rho_t^s$ и u_t^s — число безработных с периодом безработицы меньше месяца, а e_t — уровень занятости, то:

$$u_{t+1} = u_t(1-f_t) + u_{t+1}^s \quad \Rightarrow f_t = 1 - \frac{u_{t+1} - u_{t+1}^s}{u_t}, \tag{260}$$

$$u_{t+1}^s = s_t e_t(1-0.5f_t) \quad \Rightarrow s_t = \frac{u_{t+1}^s}{e_t(1-0.5f_t)}. \tag{261}$$

Приведенные параметры в уравнениях блока рынка труда имеют следующий вид:

$$\hat{p}_t^w = \beta_w\hat{w}_t + \beta_h\hat{h}_t - \beta_{h^e}\mathbb{E}_t\hat{h}_{t,t+1} - \beta_\Lambda\mathbb{E}_t\hat{\Lambda}_{t,t+1} - \beta_\rho\mathbb{E}_t\hat{\rho}^s_{t,t+1}, \tag{262}$$

$$\hat{w}_t = \gamma_b(\hat{w}_{t-1} - \hat{\pi}_t + \chi_w\hat{\pi}_{t-1} - \hat{\gamma}_t^a) + \gamma_o\hat{w}_t^o + \gamma_f\mathbb{E}_t(\hat{w}_{t+1} + \hat{\pi}_{t+1} - \chi_w\hat{\pi}_t + \hat{\gamma}_{t+1}^a) + \varepsilon_t^{\hat{w}}, \tag{263}$$

$$\hat{w}_t^o = \beta_p^o \hat{p}_t^w + \beta_h^o \mathbb{E}_t \hat{h}_{t+1} + \beta_f^o \mathbb{E}_t \hat{f}_{t+1} + \beta_\Lambda^o \mathbb{E}_t \hat{\Lambda}_{t,t+1} + \beta_\chi^o \mathbb{E}_t \left[\hat{\chi}_t - \beta_{\chi^e}^o \mathbb{E}_t \hat{\chi}_{t+1}\right]. \quad (264)$$

Соотношения для переменных дисконтированной переговорной силы и дисконтов принимают вид:

$$\hat{\chi}_t = -\beta^\chi \left[\hat{\mu}_t^w - \hat{\epsilon}_t^w\right], \quad (265)$$

$$\hat{\epsilon}_t^w = \beta^\epsilon \mathbb{E}_t \left[\hat{\epsilon}_{t+1}^w + \hat{\rho}_{t+1}^s + \hat{\Lambda}_{t,t+1} + \chi_w \hat{\pi}_t - \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}^a\right], \quad (266)$$

$$\hat{\mu}_t^w = \beta_h^\mu \mathbb{E}_t \left[\hat{h}_{t+1}\right] + \beta_\rho^\mu \mathbb{E}_t \left[\hat{\rho}_{t+1}^s\right] + \beta_w^\mu \mathbb{E}_t \left[\hat{w}_t - \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}^a + \chi_w \hat{\pi}_t - \hat{w}_{t+1}\right] + \\ + \beta_\mu^\mu \mathbb{E}_t \left[\hat{\mu}_{t+1}^w + \hat{\Lambda}_{t,t+1} - \hat{\pi}_{t+1} - \hat{\gamma}_{t+1}^a + \chi_w \hat{\pi}_t\right]. \quad (267)$$

Расширенная структура стороны предложения

Отдельно моделируется внутренний выпуск — рассчитанный на отечественный рынок, то есть без учета экспорта — и выпуск экспортного сектора. Последний разбивается на нефтегазовый и ненефтегазовый. Внутренний выпуск производится с применением трех факторов производства: труда, капитала и импортируемых промежуточных товаров, а ненефтегазовый экспорт — с применением труда и капитала. Производственные функции являются CES-композитами факторов производства с постоянной эластичностью замещения (constant elasticity of substitution, CES) с включением издержек подстройки объемов факторов. Кривые Филлипса и функции спроса на факторы выводятся из оптимизационных задач соответствующих фирм.

Производство конечного товара

Конечный товар - композит, Y_t^c, являющийся CES-упаковкой конечного отечественного товара, Y_t^d, и конечного импортного товара, M_t^d, используется для удовлетворения конечного спроса, D_t^f (суммы потребления и инвестиций), и производится репрезентативной совершенно конкурентной фирмой:

$$Y_t^c = \left[(1-\omega_t^m)^{\frac{1}{\epsilon_c}} (Y_t^d)^{(\epsilon_c-1)/\epsilon_c} + (\omega_t^m)^{\frac{1}{\epsilon_c}} (M_t^d)^{(\epsilon_c-1)/\epsilon_c}\right]^{\epsilon_c/(\epsilon_c-1)}, \quad (268)$$

$$\log \omega_t^m = \log \omega^m + \varepsilon_t^m. \quad (269)$$

Принимая цены P_t^c, P_t^d, и P_t^m как данные, фирма максимизирует прибыль:

$$\max_{Y_t^d, M_t^d} P_t^c Y_t^c - P_t^d Y_t^d - P_t^m M_t^d. \quad (270)$$

Условия первого порядка:

$$Y_t^d = (1-\omega_t^m) \left(\frac{P_t^d}{P_t^c}\right)^{-\epsilon_c} Y_t^c, \quad (271)$$

$$M_t^d = \omega_t^m \left(\frac{P_t^m}{P_t^c}\right)^{-\epsilon_c} Y_t^c. \tag{272}$$

Из определения Y_t^c и условий первого порядка:

$$P_t^c Y_t^c = P_t^d Y_t^d + P_t^m M_t^d, \tag{273}$$

$$(P_t^c)^{1-\epsilon_c} = (1-\omega_t^m)(P_t^d)^{1-\epsilon_c} + \omega_t^m (P_t^m)^{1-\epsilon_c}. \tag{274}$$

Лог-линеаризуя соотношения выше:

$$\hat{m}_t^d = \hat{y}_t^c - \epsilon_c \hat{\varrho}_t^{m,c} + \varepsilon_t^m, \tag{275}$$

где $\hat{x}_t \coloneqq \log(x_t/\bar{x}_t)$, $\hat{\varrho}_t^{m,c} = \hat{p}_t^m - \hat{p}_t^c$;

$$\hat{d}_t^f = \hat{y}_t^c = (1-\tilde{\omega}^m)\hat{y}_t^d + \tilde{\omega}^m \hat{m}_t^d, \tag{276}$$

где $\tilde{\omega}^m \coloneqq \omega^m (\bar{P}^m/\bar{P}^c)^{1-\epsilon_c} = \bar{P}^m \bar{M}^d / \bar{P}^c \bar{Y}^c$;

$$\hat{p}_t^c = (1-\tilde{\omega}^m)\hat{p}_t^d + \tilde{\omega}^m \hat{p}_t^m + \left(\tilde{\omega}^m - \frac{\omega^m}{1-\omega^m}(1-\tilde{\omega}^m)\right)\varepsilon_t^m. \tag{277}$$

При параметризации $\omega^m = \tilde{\omega}^m$ отсюда:

$$\hat{\pi}_t^c = (1-\tilde{\omega}^m)\hat{\pi}_t^d + \tilde{\omega}^m \hat{\pi}_t^m, \tag{278}$$

где $\hat{\pi}_t^x = \hat{p}_t^x - \hat{p}_{t-1}^x$.

Совокупный выпуск (в отклонениях от выпуска на BGP, $\bar{y}_t$), $\hat{y}_t$, состоит из выпуска отечественных товаров, $\hat{y}_t^d$, и товаров на экспорт, $\hat{y}_t^x$, удовлетворяющего спрос $\hat{x}_t$:

$$(supply) : \hat{y}_t = (1-\omega^x)\hat{y}_t^d + \omega^x \hat{y}_t^x, \tag{279}$$

$$\begin{aligned}(demand) : \hat{y}_t &= \omega^d \hat{d}_t + \omega^x \hat{x}_t - \omega_y^m[\omega^{m,d}\hat{m}_t^d + (1-\omega^{m,d})\hat{m}_t^y] = \\ &= \omega^d[\omega^{d,f}\hat{d}_t^f + (1-\omega^{d,f})\hat{m}_t^y] + \omega^x \hat{x}_t - \omega_y^m[\omega^{m,d}\hat{m}_t^d + (1-\omega^{m,d})\hat{m}_t^y] = \\ &= \omega^d\omega^{d,f}\hat{d}_t^f + \omega^x\hat{x}_t - \omega_y^m\omega^{m,d}\hat{m}_t^d,\end{aligned} \tag{280}$$

$$\omega^{d,f} \coloneqq 1 - \frac{\omega_y^m(1-\omega^{m,d})}{\omega^d}, \tag{281}$$

где $\hat{m}_t^y$ — импорт промежуточных товаров.

Отсюда:

$$\hat{d}_t^f = \frac{1-\omega^x}{\omega^d\omega^{d,f}}\hat{y}_t^d + \frac{\omega_y^m\omega^{m,d}}{\omega^d\omega^{d,f}}\hat{m}_t^d \quad \Rightarrow \quad \tilde{\omega}^m = \frac{\omega_y^m\omega^{m,d}}{\omega^d\omega^{d,f}}. \tag{282}$$

Производство импортных товаров

Конечный импортный товар, Y_t^m, является CES-упаковкой дифференцированных импортных товаров, $Y_{i,t}^m$, и производится репрезентативной совершенно конкурентной фирмой, удовлетворяющей спрос на конечный импортный товар, M_t^d:

$$Y_t^m = \left(\int_0^1 (Y_{i,t}^m)^{\frac{\epsilon_m - 1}{\epsilon_m}} di \right)^{\epsilon_m/(\epsilon_m - 1)}. \quad (283)$$

Принимая цены P_t^m, $P_{i,t}^m$ как данные, фирма максимизирует прибыль:

$$\max_{\{Y_{i,t}^m\}_{i=0}^1} P_t^m Y_t^m - \int_0^1 P_{i,t}^m Y_{i,t}^m di. \quad (284)$$

Условия первого порядка:

$$Y_{i,t}^m = \left(\frac{P_{i,t}^m}{P_t^m} \right)^{-\epsilon_m} Y_t^m. \quad (285)$$

Из определения Y_t^m и условий первого порядка:

$$P_t^m Y_t^m = \int_0^1 P_{i,t}^m Y_{i,t}^m di, \quad (286)$$

$$(P_t^m)^{1-\epsilon_m} = \int_0^1 (P_{i,t}^m)^{1-\epsilon_m} di. \quad (287)$$

Производитель дифференцированного импортного товара оперирует на монополистически конкурентном рынке, максимизирует ожидаемую прибыль, выбирая объем производства $Y_{i,t}^m$ и цену $P_{i,t}^m$, учитывая кривую спроса на свою продукцию (285) и номинальные жесткости в виде формализма Кальво: с вероятностью $1 - \theta_m$ фирма получает возможность в текущем периоде $t+j$ установить новую оптимальную цену $P_{t+j}^{m,*}$, а с вероятностью θ_m — индексирует прежнюю цену на взвесь таргета и инфляции предыдущего периода $\Gamma_{t,t+j}^m = (\bar{\Pi}^j)^{1-\chi_m} (\Pi_t^m \cdot ... \cdot \Pi_{t+j-1}^m)^{\chi_m}$, где $\Pi_t^m = P_t^m / P_{t-1}^m$, при предположении, что t был последним периодом, когда фирма устанавливала оптимальную цену $P_t^{m,*}$.

Производитель дифференцированного импортного товара покупает гомогенный импортный товар на внешнем рынке по цене $S_t P_t^f$, где S_t — номинальный обменный курс, а P_t^f — цена импортного товара за рубежом, и из единицы импортного товара производит единицу дифференцированного товара.

Формально в каждый новый период t, когда фирма i получает возможность установить новую оптимальную цену, она решает следующую задачу максимизации ожидаемой реальной прибыли:

$$\max_{\{Y_{i,t+j}^m, P_{i,t+j}^m\}_{j=0}^\infty} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^\infty \theta_m^j \Lambda_{t,t+j} (P_{t+j}^m)^{-1} \left[(P_{i,t+j}^m - MC_{t+j}^m) Y_{i,t+j}^m \right], \quad (288)$$

где $\Lambda_{t,t+j}$ — стохастический дисконтирующий множитель из задачи потребителя ($\Lambda_{t,t+j} = \beta^j \lambda_{t+j}/\lambda_t$, где λ_t — предельная полезность), а MC^m_{t+j} — номинальные предельные издержки фирмы-импортера (300), не зависящие от объема производства.

При подстановке правила индексации $\Gamma^m_{t,t+j}$ и функции спроса $Y^m_{i,t+j}$ задача преобразовывается к форме:

$$\max_{P_t^{m,*}} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta_m^j \frac{\Lambda_{t,t+j} Y^m_{t+j}}{P^m_{t+j}} \left[\frac{(P_t^{m,*})^{1-\epsilon_m} (\Gamma^m_{t,t+j})^{1-\epsilon_m}}{(P^m_{t+j})^{-\epsilon_m}} - \frac{MC^m_{t+j} (P_t^{m,*})^{-\epsilon_m} (\Gamma^m_{t,t+j})^{-\epsilon_m}}{(P^m_{t+j})^{-\epsilon_m}} \right]. \tag{289}$$

Условие первого порядка:

$$\mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta_m^j \frac{\Lambda_{t,t+j} Y^m_{t+j} (\Gamma^m_{t,t+j})^{-\epsilon_m}}{(P^m_{t+j}/P^m_t)^{-\epsilon_m}} \left[\frac{p_t^{m,*} \Gamma^m_{t,t+j}}{\Pi^m_{t+1} \cdot \ldots \cdot \Pi^m_{t+j}} - \frac{\epsilon_m}{\epsilon_m - 1} mc^m_{t+j} \right] = 0, \tag{290}$$

где $p_t^{m,*} = P_t^{m,*}/P_t^m$ — относительная оптимальная цена и $mc_t^m = MC_t^m/P_t^m$— реальные предельные издержки.

Из условия (290) оптимальная относительная цена равна наценке над ожидаемой взвешенной суммой будущих реальных предельных издержек:

$$p_t^{m,*} = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_m - 1} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \omega^m_{j,t} mc^m_{t+j}, \tag{291}$$

$$\omega^m_{j,t} = \frac{\theta_m^j \Lambda_{t,t+j} Y^m_{t+j} (P^m_{t+j}/P^m_t)^{\epsilon_m} (\Gamma^m_{t,t+j})^{-\epsilon_m}}{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_m^k \Lambda_{t,t+k} Y^m_{t+k} (P^m_{t+k}/P^m_t)^{\epsilon_m - 1} (\Gamma^m_{t,t+k})^{1-\epsilon_m}}. \tag{292}$$

Лог-линеаризуя условие первого порядка (290):

$$\mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta_\gamma \theta_m)^j \left[\hat{p}_t^{m,*} + \chi_m (\hat{\pi}^m_t + \cdots + \hat{\pi}^m_{t+j-1}) - (\hat{\pi}^m_{t+1} + \cdots + \hat{\pi}^m_{t+j}) \right] = \\ = \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta_\gamma \theta_m)^j \hat{mc}^m_{t+j}, \tag{293}$$

где $\beta_\gamma := \beta {\gamma_c}^{1-\varsigma_c}$, а γ_c — темп прироста конечного товара-композита на BGP.

Отсюда:

$$\hat{p}_t^{m,*} = (1 - \beta_\gamma \theta_m) \hat{mc}^m_t + \\ + \mathbb{E}_t \sum_{j=1}^{\infty} (\beta_\gamma \theta_m)^j \left[(1 - \beta_\gamma \theta_m) \hat{mc}^m_{t+j} + \hat{\pi}^m_{t+j} - \chi_m \hat{\pi}^m_{t+j-1} \right] = \\ = (1 - \beta_\gamma \theta_m) \hat{mc}^m_t + \beta_\gamma \theta_m (\hat{\pi}^m_{t+1} - \chi_m \hat{\pi}^m_t + \hat{p}^{m,*}_{t+1}). \tag{294}$$

Из соотношения для ценового индекса (287) и свойств формализма Кальво:

$$(P_t^m)^{1-\epsilon_m} = \int_0^1 (P^m_{i,t})^{1-\epsilon_m} di = (1 - \theta_m)(P_t^{m,*})^{1-\epsilon_m} + \theta_m (P^m_{t-1} \Gamma^m_{t-1,t})^{1-\epsilon_m}. \tag{295}$$

Отсюда:

$$1 = (1-\theta_m)(p_t^{m,*})^{1-\epsilon_m} + \theta_m \left(\frac{P_{t-1}^m}{P_t^m} \bar{\Pi}^{1-\chi_m} \left(\frac{P_{t-1}^m}{P_{t-2}^m} \right)^{\chi_m} \right)^{1-\epsilon_m}. \tag{296}$$

Лог-линеаризуя соотношение выше, найдем выражение оптимальной относительной цены через общую инфляцию импортных товаров:

$$\hat{p}_t^{m,*} = \frac{\theta_m}{1-\theta_m} \left[\hat{\pi}_t^m - \chi_m \hat{\pi}_{t-1}^m \right]. \tag{297}$$

Подставляя (297) в (294) и преобразовывая, получаем кривую Филлипса для импортных товаров:

$$\hat{\pi}_t^m = \frac{\chi_m}{1+\beta_\gamma \chi_m} \hat{\pi}_{t-1}^m + \frac{\beta_\gamma}{1+\beta_\gamma \chi_m} \mathbb{E}_t \hat{\pi}_{t+1}^m + \frac{(1-\beta_\gamma \theta_m)(1-\theta_m)}{\theta_m (1+\beta_\gamma \chi_m)} r\hat{m}c_t^m. \tag{298}$$

Реальные предельные издержки фирмы-импортера равны:

$$rmc_t^m = \frac{S_t P_t^f}{P_t^m} = \frac{S_t P_t^f}{P_t} \frac{P_t^c}{P_t^m} \frac{P_t}{P_t^c} = \frac{S_t P_t^f}{P_t} \frac{P_t^c}{P_t^m} \frac{(P_t^c)^{\omega^c} (P_t^{nc})^{1-\omega^c}}{P_t^c} = \frac{z_t (\varrho_t^{nc,c})^{1-\omega^c}}{\varrho_t^{m,c}}. \tag{299}$$

В выражении выше $\varrho_t^{x,y}$ — относительная цена x к y. В отклонениях реальные предельные издержки импортеров (в ценах импортеров) равны:

$$r\hat{m}c_t^m = \hat{z}_t - \hat{\varrho}_t^{m,c} + (1-\omega^c) \hat{\varrho}_t^{nc,c}. \tag{300}$$

При β_γ, близкой к 1, сумма коэффициентов в кривой Филлипса (298) приближается к единице. Приравнивая ее точно к 1 и добавляя целевую инфляцию к обеим частям уравнения ($\pi_t^m = \hat{\pi}_t^m + \bar{\pi}_t^m$), получим вариант кривой Филлипса из КПМ:

$$\pi_t^m = \gamma_b^m \pi_{t-1}^m + (1-\gamma_b^m) \mathbb{E}_t^w \pi_{t+1}^m + \gamma_{rmc}^m r\hat{m}c_t^m, \tag{301}$$

где $\mathbb{E}_t^w$ — взвешенные инфляционные ожидания:

$$\mathbb{E}_t^w \pi_{t+1}^m \coloneqq \gamma_b^{m,e} \pi_{t-1}^m + (1-\gamma_b^{m,e}) \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^m. \tag{302}$$

Данная спецификация подразумевает следующее соответствие между структурными и приведенными коэффициентами:

$$\gamma_b^m + (1-\gamma_b^m)\gamma_b^{m,e} \approx \frac{\chi_m}{1+\beta_\gamma \chi_m}, \tag{303}$$

$$\gamma_{rmc}^m \approx \frac{(1-\beta_\gamma \theta_m)(1-\theta_m)}{\theta_m (1+\beta_\gamma \chi_m)}. \tag{304}$$

Производство отечественных товаров

Конечный отечественный товар, Y_t^d, является CES-упаковкой дифференцированных отечественных товаров, $Y_{i,t}^d$, и производится репрезентативной совершенно конкурентной фирмой, удовлетворяющей спрос на конечный отечественный товар, Y_t^d:

$$Y_t^d = \left(\int_0^1 (Y_{i,t}^d)^{\frac{\epsilon_{d,t}-1}{\epsilon_{d,t}}} di \right)^{\epsilon_{d,t}/(\epsilon_{d,t}-1)}, \tag{305}$$

$$\log \epsilon_{d,t} = \log \epsilon_d + \varepsilon_t^{\epsilon_d}. \tag{306}$$

Принимая цены P_t^d, $P_{i,t}^d$ как данные, фирма максимизирует прибыль:

$$\max_{\{Y_{i,t}^d\}_{i=0}^1} P_t^d Y_t^d - \int_0^1 P_{i,t}^d Y_{i,t}^d di. \tag{307}$$

Условия первого порядка:

$$Y_{i,t}^d = \left(\frac{P_{i,t}^d}{P_t^d} \right)^{-\epsilon_{d,t}} Y_t^d, \tag{308}$$

Из определения Y_t^d и условий первого порядка:

$$P_t^d Y_t^d = \int_0^1 P_{i,t}^d Y_{i,t}^d di, \tag{309}$$

$$(P_t^d)^{1-\epsilon_{d,t}} = \int_0^1 (P_{i,t}^d)^{1-\epsilon_{d,t}} di. \tag{310}$$

Совокупное производство дифференцированных отечественных товаров составляет:

$$\tilde{Y}_t^d = \int_0^1 Y_{i,t}^d di = Y_t^d (P_t^d)^{\epsilon_{d,t}} \int_0^1 (P_{i,t}^d)^{-\epsilon_{d,t}} di := Y_t^d (P_t^d)^{\epsilon_{d,t}} (\tilde{P}_t^d)^{-\epsilon_{d,t}} := (\tilde{p}_t^d)^{-1} Y_t^d, \tag{311}$$

где $\tilde{p}_t^d \leq 1$ — «деформация» эффективности Tack-Yun[16], возникающая из-за дисперсии цен: $Y_t^d = \tilde{p}_t^d \tilde{Y}_t^d$.

Производитель дифференцированного отечественного товара оперирует на монополистически конкурентном рынке, максимизирует ожидаемую прибыль, выбирая объем производства $Y_{i,t}^d$ и цену $P_{i,t}^d$, учитывая кривую спроса на свою продукцию (308) и номинальные жесткости в виде формализма Кальво. С вероятностью $1-\theta_d$ фирма получает возможность в текущем периоде $t+j$ установить новую оптимальную цену $P_{t+j}^{d,*}$, а с вероятностью θ_d индексирует прежнюю цену на взвесь таргета и инфляции предыдущего периода $\Gamma_{t,t+j}^d = (\bar{\Pi}^j)^{1-\chi_d} (\Pi_t^d \cdot \ldots \cdot \Pi_{t+j-1}^d)^{\chi_d}$, где $\Pi_t^d = P_t^d / P_{t-1}^d$, при предположении, что

[16] Yun (1996).

t был последним периодом, когда фирма устанавливала оптимальную цену, $P_t^{d,*}$.

Производитель дифференцированного отечественного товара покупает гомогенный оптовый товар на внутреннем рынке по цене P_t^h и из единицы оптового товара производит единицу дифференцированного товара.

Формально, в каждый новый период t, когда фирма i получает возможность установить новую оптимальную цену, она решает следующую задачу максимизации ожидаемой реальной прибыли:

$$\max_{\{Y_{i,t+j}^d, P_{i,t+j}^d\}_{j=0}^{\infty}} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta_d^j \Lambda_{t,t+j} (P_{t+j}^d)^{-1} \left[(P_{i,t+j}^d - MC_{t+j}^d) Y_{i,t+j}^d \right], \tag{312}$$

MC_{t+j}^d — номинальные предельные издержки фирмы (см. ниже), не зависящие от объема производства.

При подстановке индексации $\Gamma_{t,t+j}^d$ и функции спроса $Y_{i,t+j}^d$ задача преобразовывается к форме:

$$\max_{P_t^{d,*}} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta_d^j \frac{\Lambda_{t,t+j} Y_{t+j}^d}{P_{t+j}^d} \left[\frac{(P_t^{d,*})^{1-\epsilon_{d,t}} (\Gamma_{t,t+j}^d)^{1-\epsilon_{d,t}}}{(P_{t+j}^d)^{-\epsilon_{d,t}}} - \frac{MC_{t+j}^d (P_t^{d,*})^{-\epsilon_{d,t}} (\Gamma_{t,t+j}^d)^{-\epsilon_{d,t}}}{(P_{t+j}^d)^{-\epsilon_{d,t}}} \right]. \tag{313}$$

Условие первого порядка:

$$\mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta_d^j \frac{\Lambda_{t,t+j} Y_{t+j}^d (\Gamma_{t,t+j}^d)^{-\epsilon_{d,t+j}}}{(P_{t+j}^d / P_t^d)^{-\epsilon_{d,t+j}}} \left[\frac{p_t^{d,*} \Gamma_{t,t+j}^d}{\Pi_{t+1}^d \cdot \ldots \cdot \Pi_{t+j}^d} - \frac{\epsilon_{d,t+j}}{\epsilon_{d,t+j} - 1} mc_{t+j}^d \right] = 0, \tag{314}$$

где $p_t^{d,*} = P_t^{d,*} / P_t^d$ — относительная оптимальная цена и $mc_t^d = MC_t^d / P_t^d$ — реальные предельные издержки.

Из условия (314) оптимальная относительная цена равна наценке над ожидаемой взвешенной суммой будущих реальных предельных издержек:

$$p_t^{m,*} = \frac{\epsilon_{d,t}}{\epsilon_{d,t} - 1} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \omega_{j,t}^d mc_{t+j}^d, \tag{315}$$

$$\omega_{j,t}^d = \frac{\theta_d^j \Lambda_{t,t+j} Y_{t+j}^d (P_{t+j}^d / P_t^d)^{\epsilon_{d,t+j}} (\Gamma_{t,t+j}^d)^{-\epsilon_{d,t+j}}}{\mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{\infty} \theta_d^k \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k}^d (P_{t+k}^d / P_t^d)^{\epsilon_{d,t+k} - 1} (\Gamma_{t,t+k}^d)^{1-\epsilon_{d,t+k}}}. \tag{316}$$

Лог-линеаризуя условие первого порядка (314):

$$\mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta_\gamma \theta_d)^j \left[\hat{p}_t^{d,*} + \chi_d (\hat{\pi}_t^d + \cdots + \hat{\pi}_{t+j-1}^d) - (\hat{\pi}_{t+1}^d + \cdots + \hat{\pi}_{t+j}^d) \right] =$$

$$= \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta_\gamma \theta_d)^j \left[\hat{mc}_{t+j}^d + \hat{\mu}_{t+j}^d \right], \tag{317}$$

где $\hat{\mu}_{t+j}^d = -\frac{1}{\epsilon_d - 1} \hat{\epsilon}_{d,t}$ — шок наценки (шок издержек).

Отсюда:

$$\hat{p}_t^{d,*} = (1 - \beta_\gamma \theta_d)(\hat{mc}_t^d + \hat{\mu}_t^d) +$$
$$+ \mathbb{E}_t \sum_{j=1}^{\infty} (\beta_\gamma \theta_d)^j \left[(1 - \beta_\gamma \theta_d)(\hat{mc}_{t+j}^d + \hat{\mu}_{t+j}^d) + \hat{\pi}_{t+j}^d - \chi_d \hat{\pi}_{t+j-1}^d\right] =$$
$$= (1 - \beta_\gamma \theta_d)(\hat{mc}_t^d + \hat{\mu}_t^d) + \beta_\gamma \theta_d (\hat{\pi}_{t+1}^d - \chi_d \hat{\pi}_t^d + \hat{p}_{t+1}^{d,*}). \quad (318)$$

Из соотношения для ценового индекса (310) и свойств формализма Кальво:

$$(P_t^d)^{1-\epsilon_{d,t}} = \int_0^1 (P_{i,t}^d)^{1-\epsilon_{d,t}} di = (1 - \theta_d)(P_t^{d,*})^{1-\epsilon_{d,t}} + \theta_d (P_{t-1}^d \Gamma_{t-1,t}^d)^{1-\epsilon_{d,t}}. \quad (319)$$

Отсюда:

$$1 = (1 - \theta_d)(p_t^{d,*})^{1-\epsilon_{d,t}} + \theta_d \left(\frac{P_{t-1}^d}{P_t^d} \bar{\Pi}^{1-\chi_d} \left(\frac{P_{t-1}^d}{P_{t-2}^d} \right)^{\chi_d} \right)^{1-\epsilon_{d,t}}. \quad (320)$$

Лог-линеаризуя соотношение выше, найдем выражение оптимальной относительной цены через общую инфляцию отечественных товаров:

$$\hat{p}_t^{d,*} = \frac{\theta_d}{1 - \theta_d} \left[\hat{\pi}_t^d - \chi_d \hat{\pi}_{t-1}^d\right]. \quad (321)$$

Подставляя (321) в (318) и преобразовывая, получаем кривую Филлипса для отечественных товаров:

$$\hat{\pi}_t^d = \frac{\chi_d}{1 + \beta_\gamma \chi_d} \hat{\pi}_{t-1}^d + \frac{\beta_\gamma}{1 + \beta_\gamma \chi_d} \mathbb{E}_t \hat{\pi}_{t+1}^d + \frac{(1 - \beta_\gamma \theta_d)(1 - \theta_d)}{\theta_d (1 + \beta_\gamma \chi_d)} (r\hat{mc}_t^d + \hat{\mu}_t^d). \quad (322)$$

Реальные предельные издержки отечественных производителей равны:

$$rmc_t^d = \frac{P_t^h}{P_t^d} = \frac{P_t^h}{P_t} \frac{P_t^c}{P_t^d} \frac{P_t}{P_t^c} = \frac{P_t^h}{P_t} \frac{P_t^c}{P_t^d} \frac{(P_t^c)^{\omega^c} (P_t^{nc})^{1-\omega^c}}{P_t^c} = \frac{p_t^h (\varrho_t^{nc,c})^{1-\omega^C}}{\varrho_t^{d,c}}. \quad (323)$$

В выражении выше $\varrho_t^{x,y}$ — относительная цена x к y. В отклонениях реальные предельные издержки производителей отечественных товаров равны:

$$r\hat{mc}_t^d = \hat{p}_t^h - \hat{\varrho}_t^{d,c} + (1 - \omega^c) \hat{\varrho}_t^{nc,c}. \quad (324)$$

При β_γ, близкой к 1, сумма коэффициентов в кривой Филлипса (322) приближается к 1. Приравнивая ее точно к 1 и добавляя целевую инфляцию к обеим частям уравнения ($\pi_t^d = \hat{\pi}_t^d + \bar{\pi}_t^d$), получим вариант кривой Филлипса из КПМ:

$$\pi_t^d = \gamma_b^d \pi_{t-1}^d + (1 - \gamma_b^d) \mathbb{E}_t^w \pi_{t+1}^d + \gamma_{rmc}^d r\hat{mc}_t^d + \varepsilon_t^{\pi^d}, \quad (325)$$

$$\varepsilon_t^{\pi^d} = \rho_{\pi^d} \varepsilon_{t-1}^{\pi^d} + e_t^{\pi^d}, \quad (326)$$

где $\mathbb{E}_t^w$ — взвешенные инфляционные ожидания:

$$\mathbb{E}_t^w \pi_{t+1}^d = \gamma_b^{d,e} \pi_{t-1}^d + (1 - \gamma_b^{d,e}) \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^d + \gamma_e (\pi_t^{nc} - \pi_t^c) + \varepsilon_t^{\pi^{d,e}}. \tag{327}$$

В соотношении выше π_t^c — базовая инфляция (которая приравнивается к модельной инфляции конечного товара-композита), а π_t^{nc} — инфляция небазовых компонент:

$$\pi_t = \omega^c \pi_t^c + (1 - \omega^c) \pi_t^{nc}. \tag{328}$$

Данная спецификация подразумевает следующее соответствие между структурными и приведенными коэффициентами:

$$\gamma_b^d + (1 - \gamma_b^d) \gamma_b^{d,e} \approx \frac{\chi_d}{1 + \beta_\gamma \chi_d}, \tag{329}$$

$$\gamma_{rmc}^d \approx \frac{(1 - \beta_\gamma \theta_d)(1 - \theta_d)}{\theta_d (1 + \beta_\gamma \chi_d)}. \tag{330}$$

Производство оптовых товаров

Отечественный оптовый товар, Y_t^h, являющийся CES-упаковкой отечественного промежуточного товара, H_t, и импортного промежуточного товара, M_t^y, используется для удовлетворения спроса со стороны производителей отечественных дифференцированных товаров, $\int_0^1 Y_{i,t}^d di = \tilde{Y}_t^d$, и производится репрезентативной совершенно конкурентной фирмой:

$$Y_t^h = A_t^y \left[(1 - \alpha^m)^{\frac{1}{\sigma_H}} (H_t)^{(\sigma_H - 1)/\sigma_H} + (\alpha^m)^{\frac{1}{\sigma_H}} (M_t^y \xi_t^M)^{(\sigma_H - 1)/\sigma_H} \right]^{\sigma_H/(\sigma_H - 1)}, \tag{331}$$

$$\log A_t^y = \rho_{a^y} \log A_{t-1}^y + \varepsilon_t^{a^y}. \tag{332}$$

Отечественный промежуточный товар производится с применением труда, L_t^d, и капитала, K_t^d, направленных на производство отечественных товаров:

$$H_t = \left[(\alpha^d)^{\frac{1}{\sigma_K}} (L_t^d \xi_t^{N,d})^{(\sigma_K - 1)/\sigma_K} + (1 - \alpha^d)^{\frac{1}{\sigma_K}} (K_t^d \xi_t^{K,d})^{(\sigma_K - 1)/\sigma_K} \right]^{\sigma_K/(\sigma_K - 1)}. \tag{333}$$

В производственных функциях (331) и (333) $\xi_t^M, \xi_t^{N,d}$ и $\xi_t^{K,d}$ — издержки подстройки факторов производства — включены для моделирования плавной подстройки спроса на факторы в ответ на изменение их относительной стоимости.

В функции (333) L_t^d — совокупный фактор труда, складывающийся из числа занятых, N_t^d, и интенсивности трудовой загрузки, E_t^d: $L_t^d = N_t^d E_t^d$. Для фирмы только изменение числа занятых связано с дополнительными затратами ($\xi_t^{N,d} \leq 1$), тогда как вариация E_t^d предполагается частью трудового контракта и поэтому не влечет дополнительных издержек. Фирма выбирает L_t^d, но быстро изменить N_t^d не может, поэтому прибегает к варьированию интенсивности E_t^d, которая, по сути, компенсирует издержки по изменению занятости. Занятость — наблюдаемый показатель, который в данных варьируется в 2—4 раза меньше выпуска. Ненаблюдаемая переменная интенсивности труда помогает соотнести в модели эти два показателя.

Издержки подстройки промежуточного импорта и капитала специфицируются для показателей отношения к выпуску, издержки подстройки занятости — для фактического изменения занятости:

$$\xi_t^M = 1 - \frac{\chi_\xi^M}{2}\left[(\zeta_t^M)^{-\frac{1}{\chi_\xi^M}}\frac{M_t^y/Y_t^h}{\tilde{M}_{t-1}^y/\tilde{Y}_{t-1}^h} - 1\right]^2, \tag{334}$$

$$\xi_t^{N,d} = 1 - \frac{\chi_\xi^{N,d}}{2}\left[(\zeta_t^{N^d})^{-\frac{1}{\chi_\xi^{N,d}}}\frac{N_t^d}{\tilde{N}_{t-1}^d} - 1\right]^2, \tag{335}$$

$$\xi_t^{K,d} = 1 - \frac{\chi_\xi^{K,d}}{2}\left[(\zeta_t^{K^d})^{-\frac{1}{\chi_\xi^{K,d}}}\frac{K_t^d/Y_t^h}{\tilde{K}_{t-1}^d/\tilde{Y}_{t-1}^h} - 1\right]^2, \tag{336}$$

$$\log \zeta_t^x = \varepsilon_t^{\zeta,x}, x \in \{M, N^d, K^d\}, \tag{337}$$

где переменные с тильдами ($\tilde{X}_t$) — средние значения по экономике, воспринимаемые фирмой как заданные, а ζ_t^x — шоки подстройки факторов, положительное значение которого означает меньшие издержки.

Производитель оптового товара нанимает $N_t^d = L_t^d/E_t^d$ сотрудников у агентства по найму по цене P_t^w (заработная плата с учетом оплаты услуг агентства на поиск персонала), берет в аренду у домохозяйств K_t^d единиц капитала за арендную плату $R_t^{K,d}$ и напрямую приобретает промежуточные импортные товары в объеме M_t^y по стоимости $S_t P_t^f$.

Производитель оптового товара принимает цены факторов и оптового товара как заданные и максимизирует реальную прибыль (в терминах общего уровня цен P_t):

$$\begin{aligned}\max_{M_t^y, L_t^d, K_t^d} \frac{P_t^h}{P_t} Y_t^h - \frac{P_t^w}{P_t}\frac{L_t^d}{E_t^d} - \frac{R_t^{K,d}}{P_t} K_t^d - \frac{S_t P_t^f}{P_t} M_t^y = \\ = p_t^h Y_t^h - p_t^w (L_t^d/E_t^d) - r_t^{K,d} K_t^d - z_t M_t^y.\end{aligned} \tag{338}$$

Условия первого порядка:

$$(M_t^y) : z_t = p_t^h A_t^y (Y_t^h/A_t^y)^{\frac{1}{\sigma_H}} (\alpha^m)^{\frac{1}{\sigma_H}} \left[M_t^y \xi_t^M\right]^{-\frac{1}{\sigma_H}} \left[\xi_t^M - M_t^y (\xi_t^M)'_{M_t}\right], \tag{339}$$

$$\begin{aligned}(L_t^d) : p_t^w/E_t^d = p_t^h A_t^y (Y_t^h/A_t^y)^{\frac{1}{\sigma_H}} (1-\alpha^m)^{\frac{1}{\sigma_H}} (H_t)^{-\frac{1}{\sigma_H}} (H_t)^{\frac{1}{\sigma_K}} \cdot \\ \cdot (\alpha^d)^{\frac{1}{\sigma_K}} \left[L_t^d \xi_t^{N,d}\right]^{-\frac{1}{\sigma_K}} \left[\xi_t^{N,d} - L_t^d (\xi_t^{N,d})'_{N_t^d}\right],\end{aligned} \tag{340}$$

$$(K_t^d): r_t^{K,d} = p_t^h A_t^y (Y_t^h/A_t^y)^{\frac{1}{\sigma_H}} (1-\alpha^m)^{\frac{1}{\sigma_H}} (H_t)^{-\frac{1}{\sigma_H}} (H_t)^{\frac{1}{\sigma_K}} \cdot$$
$$\cdot (1-\alpha^d)^{\frac{1}{\sigma_K}} \left[K_t^d \xi_t^{K,d}\right]^{-\frac{1}{\sigma_K}} \left[\xi_t^{K,d} - K_t^d (\xi_t^{K,d})'_{K_t^d}\right], \quad (341)$$

где $(\xi_t^M)'_{M_t} = \chi_\xi^M \left[(\zeta_t^M)^{-\frac{1}{\chi_\xi^M}} \frac{M_t^y/Y_t^h}{\bar{M}_{t-1}^y/\bar{Y}_{t-1}^h} - 1\right] (\zeta_t^M)^{-\frac{1}{\chi_\xi^M}} \frac{1/Y_t^h}{\bar{M}_{t-1}^y/\bar{Y}_{t-1}^h}$.

Обозначая $ac_t^X := \left(\xi_t^X - X_t (\xi_t^X)'_{X_t}\right)^{-1}$ и $\tilde{p}_t^x := p_t^X \cdot ac_t^X$, а также вслед за ToTEM(I), ToTEM(II) определяя интенсивность труда как часть общего спроса на труд, необходимого для компенсации издержек подстройки занятости:

$$E_t^d := ac_t^{N,d}, \quad (342)$$

$$(M_t^y): \tilde{z}_t = p_t^h A_t^y (Y_t^h/A_t^y)^{\frac{1}{\sigma_H}} (\alpha^m)^{\frac{1}{\sigma_H}} \left[M_t^y \xi_t^M\right]^{-\frac{1}{\sigma_H}}, \quad (343)$$

$$(L_t^d): p_t^w = p_t^h A_t^y (Y_t^h/A_t^y)^{\frac{1}{\sigma_H}} (1-\alpha^m)^{\frac{1}{\sigma_H}} (H_t)^{\frac{\sigma_H-\sigma_K}{\sigma_K\sigma_H}} (\alpha^d)^{\frac{1}{\sigma_K}} \left[L_t^d \xi_t^{N,d}\right]^{-\frac{1}{\sigma_K}}, \quad (344)$$

$$(K_t^d): \tilde{r}_t^{K,d} = p_t^h A_t^y (Y_t^h/A_t^y)^{\frac{1}{\sigma_H}} (1-\alpha^m)^{\frac{1}{\sigma_H}} (H_t)^{\frac{\sigma_H-\sigma_K}{\sigma_K\sigma_H}} (1-\alpha^d)^{\frac{1}{\sigma_K}} \left[K_t^d \xi_t^{K,d}\right]^{-\frac{1}{\sigma_K}}. \quad (345)$$

Из условий (L_t^d) и (K_t^d):

$$(H_t): p_t^H := \left[\alpha^d (p_t^w)^{1-\sigma_K} + (1-\alpha^d)(\tilde{r}_t^{K,d})^{1-\sigma_K}\right]^{\frac{1}{1-\sigma_K}} =$$
$$= p_t^h A_t^y (Y_t^h/A_t^y)^{\frac{1}{\sigma_H}} (1-\alpha^m)^{\frac{1}{\sigma_H}} \left[H_t\right]^{-\frac{1}{\sigma_H}}. \quad (346)$$

Из условий (H_t) и (M_t^y):

$$(1-\alpha^m)(p_t^H)^{1-\sigma_H} + \alpha^m (\tilde{z}_t)^{1-\sigma_H} = (p_t^h A_t^y)^{1-\sigma_H}. \quad (347)$$

Таким образом, цена оптового товара составит:

$$p_t^h = \left[(1-\alpha^m)\left[\alpha^d (p_t^w)^{1-\sigma_K} + (1-\alpha^d)(\tilde{r}_t^{K,d})^{1-\sigma_K}\right]^{\frac{1-\sigma_H}{1-\sigma_K}} + \alpha^m (\tilde{z}_t)^{1-\sigma_H}\right]^{\frac{1}{1-\sigma_H}} / A_t^y. \quad (348)$$

Из условий (L_t^d) и (K_t^d) получаем условие оптимального выбора между трудом и капиталом:

$$\left(\frac{p_t^w}{\tilde{r}_t^{K,d}}\right)^{\sigma_K} = \frac{\alpha^d}{1-\alpha^d} \frac{K_t^d \xi_t^{K,d}}{L_t^d \xi_t^{N,d}}. \quad (349)$$

Лог-линеаризуя выражение для оптовой цены:

$$\hat{p}_t^h = (1-\tilde{\alpha}^m)[\tilde{\alpha}^d \hat{p}_t^w + (1-\tilde{\alpha}^d)\hat{\tilde{r}}_t^{K,d}] + \tilde{\alpha}^m \hat{\tilde{z}}_t - \hat{a}_t^y, \quad (350)$$

где $\tilde{\alpha}^m := \bar{z}\bar{M}^y/(\bar{P}^H \bar{H} + \bar{z}\bar{M}^y)$ и $\tilde{\alpha}^d := \bar{P}^w \bar{L}^d/(\bar{P}^w \bar{L}^d + \bar{R}^{K,d}\bar{K}^d)$.

Из определения интенсивности труда и издержек подстройки следует:

$$\hat{e}_t^d = \hat{ac}_t^{N,d}, \quad \hat{\xi}_t^X = 0, \quad \hat{ac}_t^M = \chi_\xi^M[\hat{m}_t^y - \hat{y}_t^h - (\hat{m}_{t-1}^y - \hat{y}_{t-1}^h)] - \varepsilon_t^{\zeta,M}, \tag{351}$$

$$\hat{ac}_t^{N,d} = \chi_\xi^{N,d}(\hat{n}_t^d - \hat{n}_{t-1}^d) - \varepsilon_t^{\zeta,N^d}, \quad \hat{ac}_t^{K,d} = \chi_\xi^{K,d}[\hat{k}_t^d - \hat{y}_t^h - (\hat{k}_{t-1}^d - \hat{y}_{t-1}^h)] - \varepsilon_t^{\zeta,K^d}. \tag{352}$$

Лог-линеаризуя условие первого порядка (M^y):

$$\hat{z}_t + \hat{ac}_t^M = \hat{p}_t^h + \frac{1}{\sigma_H}(\hat{y}_t^h - \hat{m}_t^y) + \frac{\sigma_H - 1}{\sigma_H}\hat{a}_t^y, \tag{353}$$

$$\hat{m}_t^y = \hat{y}_t^h - \frac{\sigma_H}{\sigma_H\chi_\xi^M + 1}(\hat{z}_t - \hat{p}_t^h) + \frac{\sigma_H - 1}{\sigma_H\chi_\xi^M + 1}\hat{a}_t^y + \frac{\sigma_H}{\sigma_H\chi_\xi^M + 1}\left[\chi_\xi^M(\hat{m}_{t-1}^y - \hat{y}_{t-1}^h) + \varepsilon_t^{\zeta,M}\right]. \tag{354}$$

Лог-линеаризуя выражение (349):

$$\hat{k}_t^d = \hat{l}_t^d + \sigma_K\left(\hat{p}_t^w - \hat{r}_t^{K,d} - \hat{ac}_t^{K,d} + \varepsilon_t^{\zeta,K^d}\right), \tag{355}$$

$$\hat{l}_t^d = \hat{n}_t^d + \hat{e}_t^d. \tag{356}$$

Оптовая фирма удовлетворяет совокупный спрос со стороны дифференцированных отечественных производителей $\tilde{Y}_t^d$. При лог-линеаризации деформация Tack-Yun зануляется, поэтому $\hat{\tilde{y}}_t^d = \hat{y}_t^d$, отсюда $\hat{y}_t^h = \hat{y}_t^d$.

Лог-линеаризуя производственную функцию оптовых товаров (331):

$$\hat{y}_t^h = \hat{y}_t^d = \hat{a}_t^y + (1 - \tilde{\alpha}^m)\left[\tilde{\alpha}^d\hat{l}_t^d + (1 - \tilde{\alpha}^d)\hat{k}_t^d\right] + \tilde{\alpha}^m\hat{m}_t^y, \tag{357}$$

$$\hat{a}_t^y = \rho_{a^y}\hat{a}_{t-1}^y + \varepsilon_t^{a^y}. \tag{358}$$

Используя выражение для цены оптового товара (350), реальные предельные издержки производителей отечественных дифференцированных товаров (324) можно записать как:

$$\begin{aligned} r\hat{m}c_t^d = (1 - \tilde{\alpha}^m)\left[\tilde{\alpha}^d\hat{p}_t^w + (1 - \tilde{\alpha}^d)(\hat{r}_t^{K,d} + \chi_\xi^M(\Delta\hat{k}_t^d - \Delta\hat{y}_t^h) - \varepsilon_t^{\zeta,K^d})\right] + \\ + \tilde{\alpha}^m\left[\hat{z}_t + \chi_\xi^M(\Delta\hat{m}_t^y - \Delta\hat{y}_t^h) - \varepsilon_t^{\zeta,M}\right] - \hat{a}_t^y - \hat{\varrho}_t^{d,c} + (1 - \omega^c)\hat{\varrho}_t^{nc,c}. \end{aligned} \tag{359}$$

Потенциальный выпуск отечественных товаров, $\bar{y}_t^d$, специфицируется на основе производственной функции (331), абстрагируясь от долгосрочного прироста капитала ($\Delta\bar{k}_t^d = 0$):

$$y_t^d = \bar{y}_t^d + \hat{y}_t^d, \quad \bar{y}_t^d = \bar{y}_{t-1}^d + \Delta\bar{y}_t^d/4, \tag{360}$$

$$\Delta\bar{y}_t^d = \Delta\bar{a}_t^y + (1 - \tilde{\alpha}_m)\tilde{\alpha}^d\Delta\bar{n}_t^d + \tilde{\alpha}^m\Delta\bar{m}_t, \tag{361}$$

$$\Delta\bar{a}_t^y = \bar{\Delta}\bar{a}_t^y + 4\varepsilon_t^{\bar{a}}, \quad \varepsilon_t^{\bar{a}} = \rho_{\varepsilon^{\bar{a}}}\varepsilon_{t-1}^{\bar{a}} + e_t^{\bar{a}}, \tag{362}$$

$$\bar{\Delta}\bar{a}_t^y = \rho_{\bar{\Delta}\bar{a}}\bar{\Delta}\bar{a}_{t-1}^y + (1 - \rho_{\bar{\Delta}\bar{a}})\bar{\Delta}\bar{a}^y + \varepsilon_t^{\bar{\Delta}\bar{a}}. \tag{363}$$

Агрегируя шоки уровней $\varepsilon_t^{\bar{a}}$, $\varepsilon_t^{\bar{n}}$, $\varepsilon_t^{\bar{m}}$ соответствующих трендовых компонент факторов и используя форму (331), определим шок предложения отечественного выпуска, $\varepsilon_t^{\bar{y}^d}$:

$$\varepsilon_t^{\bar{y}^d} = \varepsilon_t^{\bar{a}} + (1 - \tilde{\alpha}_m)\tilde{\alpha}^d \varepsilon_t^{\bar{n}} + \tilde{\alpha}^m \varepsilon_t^{\bar{m}}. \tag{364}$$

Данный шок предложения добавим по аналогии с временным шоком TFP $\hat{a}_t^y$ в реальные предельные издержки:

$$r\hat{m}c_t^{d,a} = r\hat{m}c_t^d - \gamma^{\varepsilon,\bar{y}^d} \varepsilon_t^{\bar{y}^d}. \tag{365}$$

Агрегированные предельные издержки

В стандартной NK-формулировке кривой Филлипса предельные издержки влияют на текущую инфляцию уже в текущем периоде. В соответствии с эмпирическими наблюдениями влияние реальных факторов на динамику инфляции может происходить с некоторым лагом. Для отражения данной закономерности кривая реальных предельных издержек отечественных производителей, $r\hat{m}c_t^{d,a}$ (365), заменяется на MA-функцию от нее:

$$r\hat{m}c_t^{d,ma} = f^{ma}(r\hat{m}c_t^d) \coloneqq 0,25 \cdot r\hat{m}c_{t-2}^{d,a} + 0,50 \cdot r\hat{m}c_{t-1}^{d,a} + 0,25 \cdot r\hat{m}c_t^{d,a}. \tag{366}$$

Агрегируя реальные предельные издержки $r\hat{m}c_t^{d,ma}$ и $r\hat{m}c_t^m$, получим индикатор (сглаженных) реальных предельных издержек в экономике:

$$\begin{aligned} r\hat{m}c_t^{ma} = \Big(1 - \tilde{\omega}^m\Big)\Big((1 - \tilde{\alpha}^m)\left[\tilde{\alpha}^d r\hat{m}c_t^{n,ma} + (1 - \tilde{\alpha}^d) r\hat{m}c_t^{k,ma}\right] + \tilde{\alpha}^m r\hat{m}c_t^{m,ma} - \\ - f^{ma}(\hat{a}_t^y) - f^{ma}(\gamma^{\varepsilon,\bar{y}^d} \varepsilon_t^{\bar{y}^d})\Big) + \tilde{\omega}^m \frac{\gamma_{rmc}^m}{\gamma_{rmc}^d} \hat{z}_t - \hat{\varrho}_t^a, \end{aligned} \tag{367}$$

$$(labour) : r\hat{m}c_t^{n,ma} = f^{ma}(\hat{p}_t^w), \tag{368}$$

$$(capital) : r\hat{m}c_t^{k,ma} = f^{ma}\left(\hat{r}_t^{K,d} + \chi_\xi^M(\Delta\hat{k}_t^d - \Delta\hat{y}_t^h) - \varepsilon_t^{\zeta,K^d}\right), \tag{369}$$

$$(imports) : r\hat{m}c_t^{m,ma} = f^{ma}\left(\hat{z}_t + \chi_\xi^M(\Delta\hat{m}_t^y - \Delta\hat{y}_t^h) - \varepsilon_t^{\zeta,M}\right), \tag{370}$$

$$\begin{aligned} (rel.prices) : \hat{\varrho}_t^a = (1 - \tilde{\omega}^m) f^{ma}(\hat{\varrho}_t^{d,c} + (1 - \omega^c)\hat{\varrho}_t^{nc,c}) + \\ + \tilde{\omega}^m \frac{\gamma_{rmc}^m}{\gamma_{rmc}^d} (\hat{\varrho}_t^{m,c} + (1 - \omega^c)\hat{\varrho}_t^{nc,c}) \approx (1 - \omega^c)\hat{\varrho}_t^{nc,c}. \end{aligned} \tag{371}$$

Производство экспортных товаров

Производство экспортных товаров состоит из нефтегазового (НГ) экспорта, $y_t^{x,o}$, и ненефтегазового (ННГ) экспорта, $y_t^{x,no}$. НГ-экспорт задается экзогенно:

$$y_t^x = \omega^{x,o} y_t^{x,o} + (1 - \omega^{x,o}) y_t^{x,no}, \tag{372}$$

$$y_t^{x,o} = \bar{y}_t^{x,o} + \hat{y}_t^{x,o}, \tag{373}$$

$$\hat{y}_t^{x,o} = \rho_{x,o}\hat{y}_{t-1}^{x,o} + \varepsilon_t^{\hat{y}^{x,o}}, \tag{374}$$

$$\bar{y}_t^{x,o} = \bar{y}_{t-1}^{x,o} + 0,25\Delta\bar{y}_t^{x,o} + \varepsilon_t^{\bar{y}^{x,o}}, \tag{375}$$

$$\Delta\bar{y}_t^{x,o} = \bar{\Delta}\bar{y}_t^{x,o} + 4\varepsilon_t^{\bar{y}^{x,o}}, \tag{376}$$

$$\bar{\Delta}\bar{y}_t^{x,o} = \rho_{\bar{x},o}\bar{\Delta}\bar{y}_{t-1}^{x,o} + (1-\rho_{\bar{x},o})\bar{\Delta}\bar{y}^{x,o} + \varepsilon_t^{\bar{\Delta}\bar{y}^{x,o}}. \tag{377}$$

Спрос на ННГ-экспорт зависит от совокупного внешнего спроса, Y_t^f, относительной цены зарубежных и отечественных товаров и специфицируется симметрично (272):

$$X_t^{no} = \omega_t^x \left(\frac{P_t^x/S_t}{P_t^f}\right)^{-\epsilon_x} Y_t^f, \quad \log\omega_t^x = \log\omega^x + \varepsilon_t^x. \tag{378}$$

ННГ - экспортный товар производится с применением труда, L_t^x, и капитала, K_t^x:

$$Y_t^{x,no} = A_t^x \left[(\alpha^x)^{\frac{1}{\sigma_K^x}}(L_t^x\xi_t^{N,x})^{(\sigma_K^x-1)/\sigma_K^x} + (1-\alpha^x)^{\frac{1}{\sigma_K^x}}(K_t^x\xi_t^{K,x})^{(\sigma_K^x-1)/\sigma_K^x}\right]^{\sigma_K^x/(\sigma_K^x-1)}, \tag{379}$$

$$\log A_t^x = \rho_{a^x}\log A_{t-1}^x + \varepsilon_t^{a^x}, \tag{380}$$

где издержки подстройки факторов $\xi_t^{N,x}$ и $\xi_t^{K,x}$ специфицируются аналогично (335)—(336).

Производитель ННГ - экспортного товара нанимает $N_t^x = L_t^x/E_t^x$ сотрудников у агентства по найму по цене P_t^w (заработная плата с учетом оплаты услуг агентства на поиск персонала), берет в аренду у домохозяйств K_t^x единиц капитала за арендную плату $R_t^{K,x}$ и продает товары на внешнем рынке по цене P_t^f.

Фирма-экспортер принимает цены факторов и экспортную цену как заданные и максимизирует реальную прибыль (в терминах общего уровня отечественных цен P_t):

$$\max_{L_t^x, K_t^x} \frac{S_t P_t^x}{P_t} Y_t^{x,no} - \frac{P_t^w}{P_t}\frac{L_t^x}{E_t^x} - \frac{R_t^{K,x}}{P_t}K_t^x \ldots$$
$$:= (z_t^x)^{-1}Y_t^{x,no} - p_t^w(L_t^x/E_t^x) - r_t^{K,x}K_t^x. \tag{381}$$

Обозначая $ac_t^X := \xi_t^X - X_t(\xi_t^X)'_{X_t}$ и $\tilde{p}_t^x := p_t^X/ac_t^X$, а также, вслед за ToTEM(I), ToTEM(II) определяя интенсивность труда как часть общего спроса на труд, необходимого для компенсации издержек подстройки занятости, условия первого порядка задачи ННГ-экспортера можно записать как:

$$E_t^x := ac_t^{N,x}, \tag{382}$$

$$(L_t^x) : p_t^w = (z_t^x)^{-1}A_t^x(Y_t^{x,no}/A_t^x)^{\frac{1}{\sigma_K^x}}(\alpha^x)^{\frac{1}{\sigma_K^x}}\left[L_t^x\xi_t^{N,x}\right]^{-\frac{1}{\sigma_K^x}}, \tag{383}$$

$$(K_t^x) : \tilde{r}_t^{K,x} = (z_t^x)^{-1}A_t^x(Y_t^{x,no}/A_t^x)^{\frac{1}{\sigma_K^x}}(1-\alpha^x)^{\frac{1}{\sigma_K^x}}\left[K_t^x\xi_t^{K,x}\right]^{-\frac{1}{\sigma_K^x}}. \tag{384}$$

Отсюда:

$$\left(\frac{p_t^w}{\tilde{r}_t^{K,x}}\right)^{\sigma_K^x} = \frac{\alpha^x}{1-\alpha^x}\frac{K_t^x \xi_t^{K,x}}{L_t^x \xi_t^{N,x}}. \quad (385)$$

Из определения интенсивности труда и издержек подстройки следует:

$$\hat{e}_t^x = \hat{ac}_t^{N,x}, \quad \hat{\xi}_t^X = 0, \quad (386)$$

$$\hat{ac}_t^{K,x} = \chi_\xi^{K,x}[\hat{k}_t^x - \hat{y}_t^{x,no} - (\hat{k}_{t-1}^x - \hat{y}_{t-1}^{x,no})], \quad \hat{ac}_t^{N,x} = \chi_\xi^{N,x}(\hat{n}_t^x - \hat{n}_{t-1}^x). \quad (387)$$

Лог-линеаризуя выражение (385):

$$\hat{k}_t^x = \hat{l}_t^x + \sigma_K^x\left(\hat{p}_t^w - \hat{r}_t^{K,x} - \hat{ac}_t^{K,x}\right), \quad (388)$$

$$\hat{l}_t^x = \hat{n}_t^x + \hat{e}_t^x. \quad (389)$$

Лог-линеаризуя производственную функцию (379):

$$\hat{y}_t^{x,no} = \hat{x}_t^{no} = \hat{a}_t^x + \left[\tilde{\alpha}^x \hat{l}_t^x + (1-\tilde{\alpha}^x)\hat{k}_t^x\right], \quad (390)$$

$$\hat{a}_t^x = \rho_{a^x}\hat{a}_{t-1}^x + \varepsilon_t^{a^x}. \quad (391)$$

Лог-линеаризуя выражение для спроса на ННГ-экспорт (378) и относя колебания в относительной цене P_t^x к P_t к трендовой компоненте:

$$\hat{x}_t^{no} = \hat{y}_t^f + \epsilon_x \hat{z}_t + \varepsilon_t^x. \quad (392)$$

Задача домохозяйства

Задача рикардианских агентов

Условия первого порядка задачи впередсмотрящих агентов:

$$(c_t) : \lambda_t = \zeta_t^c (c_t - h\tilde{c}_{t-1})^{-\varsigma_c}, \quad (393)$$

$$(b_t) : \mathbb{E}_t^{BR}\left[\beta\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}(1+r_t)\right] = 1 + \Psi_t^b - \Omega_b(\psi_t^b - \bar{\psi}^b)\frac{z_t b_t^f}{b_t + z_t b_t^f}, \quad (394)$$

$$(b_t^f) : \mathbb{E}_t^{BR}\left[\beta\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}(1+\tilde{r}_t^f)\frac{z_{t+1}}{z_t}\right] = 1 + \Psi_t^b + \Omega_b(\psi_t^b - \bar{\psi}^b)\frac{b_t}{b_t + z_t b_t^f}, \quad (395)$$

$$(\nu_t^d) : r_t^{K,d} = \mathcal{A}_d'(\nu_t^d), \quad (396)$$

$$(\nu_t^x) : r_t^{K,x} = \mathcal{A}_x'(\nu_t^x). \quad (397)$$

Из условий (b_t) и (b_t^f):

$$(UIP) : \mathbb{E}_t^{BR}\left[\beta\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\left(1 + r_t - (1+\tilde{r}_t^f)\frac{z_{t+1}}{z_t}\right)\right] = -\Omega_b(\psi_t^b - \bar{\psi}^b), \quad (398)$$

$$(b_t) : \mathbb{E}_t^{BR}\left[\beta\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}(1+r_t)\right] = 1 + \Psi_t^b - \Omega_b(\psi_t^b - \bar{\psi}^b)(1-\psi_t). \quad (399)$$

Лог-линеаризуя условия (c_t), (b_t) и (b_t^f):

$$\hat{\lambda}_t = \varepsilon_t^c - \frac{\varsigma_c}{1-h_\gamma}(\hat{c}_t - h_\gamma \hat{c}_{t-1}) - \frac{h_\gamma}{1-h_\gamma}\hat{\gamma}_{c,t}, \quad h_\gamma := h/\gamma_c, \tag{400}$$

$$\mathbb{E}_t^{BR}\left[\hat{\lambda}_{t+1} - \hat{\lambda}_t - \varsigma_c \hat{\gamma}_{c,t+1} + \hat{r}_t\right] = -\Omega_b(1-\bar{\psi}^b)\bar{\psi}^b\hat{\psi}_t^b, \tag{401}$$

где $\hat{\gamma}_{c,t}$ — отклонение прироста тренда выпуска товара-композита от BGP.

При $\bar{\psi}^b$, близкой к 0, правая часть в уравнении Эйлера выше будет близка к 0, поэтому далее (в первом приближении) абстрагируемся от нее, тогда:

$$\begin{aligned}\hat{c}_t = {} & \frac{h_\gamma}{1+h_\gamma}\hat{c}_{t-1} + \frac{1}{1+h_\gamma}\mathbb{E}_t^{BR}\hat{c}_{t+1} - \frac{1-h_\gamma}{\varsigma_c(1+h_\gamma)}\mathbb{E}_t\hat{r}_t + \\ & + \frac{1-h_\gamma}{\varsigma_c(1+h_\gamma)}\left[\varepsilon_t^c - \mathbb{E}_t^{BR}\varepsilon_{t+1}^c\right] - \frac{1}{\varsigma_c(1+h_\gamma)}\left[h_\gamma\hat{\gamma}_{c,t} - \mathbb{E}_t^{BR}\hat{\gamma}_{c,t+1}\right].\end{aligned} \tag{402}$$

Из определения оператора $\mathbb{E}_t^{BR}[\cdot]$:
$\varepsilon_t^c - \mathbb{E}_t^{BR}\varepsilon_{t+1}^c = \varepsilon_t^c(1-\delta_b\rho_{\zeta^c})$ и $h_\gamma\hat{\gamma}_{c,t} - \mathbb{E}_t^{BR}\hat{\gamma}_{c,t+1} = \hat{\gamma}_{c,t}(h_\gamma - \delta_b\rho_{\gamma^c}) \approx 0$.
Тогда:

$$\hat{c}_t = \rho_c\hat{c}_{t-1} + (1-\rho_c)\mathbb{E}_t^{BR}\hat{c}_{t+1} - \kappa_c\mathbb{E}_t\hat{r}_t + \sigma_c\varepsilon_t^c. \tag{403}$$

Лог-линеаризуя условие (UIP):

$$\hat{r}_t - \hat{r}_t^f = \hat{\vartheta}_t^f + \mathbb{E}_t^{BR}[\hat{z}_{t+1} - \hat{z}_t] - \Omega_b\bar{\psi}^b\hat{\psi}_t^b, \quad \hat{\psi}_t^b = (1-\bar{\psi}^b)(\hat{b}_t^f + \hat{z}_t - \hat{b}_t). \tag{404}$$

В (403) и (404) предполагается (как и в Gabaix (2020)), что у агентов нет когнитивного дисконтирования финансовых переменных: $\mathbb{E}_t^{BR}[r_t] = \mathbb{E}_t[r_t]$ и $\mathbb{E}_t^{BR}[r_t^f] = \mathbb{E}_t[r_t^f]$.

Лог-линеаризуя условия (ν_t^d) и (ν_t^x):

$$\hat{\nu}_t^i = \eta_i\hat{r}^{K,i}, \quad i \in \{d, x\}, \quad \eta_i := \mathcal{A}_i'(1)/\mathcal{A}_i''(1). \tag{405}$$

Задача нерикардианских агентов и совокупный спрос

Нерикардианские агенты не решают оптимизационную задачу, а потребляют текущий трудовой доход и чистые трансферты от государства, T_t^{ci}:

$$c_t^{ci} = \omega^{ci}(N_t w_t + U_t b_t^u) + T_t^{ci}. \tag{406}$$

Лог-линеаризуя:

$$\hat{c}_t^{ci} = \frac{\bar{N}\bar{w}}{\bar{CI}}\left(\hat{n}_t + \hat{w}_t + \frac{\bar{u}^r}{1-\bar{u}^r}\frac{\bar{b}^u}{\bar{w}}\hat{u}_t\right) + \frac{\bar{T}^{ci}}{\bar{CI}}\hat{t}_t^{ci} := \hat{ci}_t. \tag{407}$$

Совокупное потребление домохозяйства:

$$\hat{c}_t^h = (1-\omega^{ci})\hat{c}_t + \omega^{ci}\hat{c}_t^{ci}. \tag{408}$$

Отсюда, используя (403):

$$\hat{c}_t^h = \omega^{ci}\hat{c}_t^{ci} + \rho_c(\hat{c}_{t-1}^h - \omega^{ci}\hat{c}_{t-1}^{ci}) + (1-\rho_c)\mathbb{E}_t^{BR}[\hat{c}_{t+1}^h - \omega^{ci}\hat{c}_{t+1}^{ci}] - (1-\omega^{ci})\mathbb{E}_t[\kappa_c\hat{r}_t - \sigma_c\varepsilon_t^c]. \tag{409}$$

Добавим в уравнение потребления нерикардианских агентов (407) элемент сглаживания с весом ρ_c:

$$\hat{\hat{c}}_t^{ci} = \rho_c\hat{\hat{c}}_{t-1}^{ci} + (1-\rho_c)\hat{ci}_t. \tag{410}$$

Предположим также, что поведенческие ожидания будущего потребления нерикардианских агентов пропорциональны текущему доходу:

$$\mathbb{E}_t^{BR}[\hat{\hat{c}}_{t+1}] = \delta_{ci}\hat{ci}_t, \tag{411}$$

тогда, заменяя в агрегированном уравнении Эйлера выше $\hat{c}_t^{ci}$ на $\hat{\hat{c}}_t^{ci}$:

$$\hat{c}_t^h = \omega^{ci}(1-\rho_c)(1-\delta_{ci})\hat{ci}_t + \rho_c\hat{c}_{t-1}^h + (1-\rho_c)\delta_b\mathbb{E}_t\hat{c}_{t+1}^h - (1-\omega^{ci})\mathbb{E}_t[\kappa_c\hat{r}_t - \sigma_c\varepsilon_t^c]. \tag{412}$$

В модели отсутствует накопление капитала и формальное моделирование инвестиционного спроса. При привязке модели к данным воспользуемся соотношениями выше, но под потреблением будем понимать переменную совокупного конечного спроса (включающую также государственное потребление и валовое накопление, без учета промежуточного импорта и модельных издержек, кроме того, включим в переменную все модельные издержки подстройки):

$$\hat{d}_t^f = \hat{c}_t^h. \tag{413}$$

Компонента государственных трансфертов из текущих доходов определяется как взвесь НГ-доходов (аппроксимируется реальной ценой нефти $\hat{q}_t^{oil}$) и ННГ фискального стимула, φ_t (из сателлитного бюджетного блока для расчета фискального стимула):

$$\frac{\bar{T}^{ci}}{\bar{CI}}\hat{t}_t^{ci} = \varphi_{oil}\hat{q}_t^{oil} + \varphi_t. \tag{414}$$

С учетом всех *ad hoc* поправок агрегированное уравнение Эйлера для конечного спроса можно записать как:

$$\hat{d}_t^f = \delta_{lag}\hat{d}_{t-1}^f + \delta_{fwd}\mathbb{E}_t\hat{d}_{t+1}^f - \delta_r\hat{r}_t^{avg} + \delta_w(\hat{w}_t + \hat{n}_t + \delta_{ub}\hat{u}_t) + \delta_{oil}\hat{q}_t^{oil} + \varkappa_t + \varepsilon_t^{\hat{d}f}, \tag{415}$$

где $\varkappa_t = \omega^{ci}\varphi_t$ и $\varepsilon_t^{\hat{d}f} = (1-\omega^{ci})\sigma_c\varepsilon_t^c$, а $\hat{r}_t^{avg}$ — разрыв ДКУ (взвешенный индикатор разрывов реальных ставок разной срочности) из сателлитного блока срочной структуры процентных ставок. Приведенные коэффициенты соотносятся со структурными следующим образом:

$$\delta_{lag} = \rho_c = \frac{h_\gamma}{1+h_\gamma}, \tag{416}$$

$$\delta_{fwd} = \delta_b(1-\rho_c) = \frac{\delta_b}{1+h_\gamma}, \tag{417}$$

$$\delta_r = (1-\omega^{ci})\kappa_c = (1-\omega^{ci})\frac{1-h_\gamma}{\varsigma_c(1+h_\gamma)}, \tag{418}$$

$$\delta_w = \omega^{ci}(1-\rho_c)(1-\delta_{ci})\frac{\bar{N}\bar{w}}{\bar{C}I}, \tag{419}$$

$$\delta_{ub} = \frac{\bar{u}^r}{1-\bar{u}^r}\frac{\bar{b}^u}{\bar{w}}. \tag{420}$$