



Банк России

Центральный банк Российской Федерации



**СЕРИЯ ДОКЛАДОВ
ОБ ЭКОНОМИЧЕСКИХ
ИССЛЕДОВАНИЯХ**

**Владислав
Закатов**

**СЕТЕВАЯ СТРУКТУРА
И СИСТЕМНЫЙ РИСК
РЫНКА ВНЕБИРЖЕВЫХ
ДЕРИВАТИВОВ**

АПРЕЛЬ 2017

Владислав Закатов

Банк России, Департамент финансовой стабильности

E-mail: zakatovvp@cbr.ru

Автор выражает признательность Д.Д. Калиничеву, А.Ф. Варданяну, Ф.А. Понину, Г.М. Гамбарову, И.В. Шевчуку, Е.О. Даниловой, а также участникам семинара Банка России, в рамках которого презентовалась работа, за полезные комментарии и замечания. Все ошибки, которые могут содержаться в работе, являются сферой ответственности автора.

Адрес: 107016, Москва, ул. Неглинная, 12

Телефоны: +7 495 771-91-00, +7 495 621-64-65 (факс)

Сайт: www.cbr.ru

Все права защищены. Содержание настоящей записки выражает личную позицию авторов и может не совпадать с официальной позицией Банка России. Банк России не несет ответственности за содержание записки. Любое воспроизведение представленных материалов допускается только с разрешения авторов.

Содержание

РЕЗЮМЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ.....	5
2. МЕТОДОЛОГИЯ.....	8
Основные понятия теории графов.....	8
Методика расчета сетевых показателей.....	8
Методика деления графов на группы.....	12
3. ЭМПИРИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ.....	14
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	23
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	24

РЕЗЮМЕ

Данная работа посвящена изучению структуры российского внебиржевого рынка валютных свопов, валютных форвардов, процентных и валютно-процентных свопов с использованием инструментария теории графов. Рассматриваемые рынки обладают сложной и разнородной структурой взаимосвязей между участниками. Общей характерной чертой этих рынков является наличие пар участников, имеющих открытую позицию только между собой и, следовательно, не связанных с остальным рынком, а также относительно небольшой группы участников, которые активно взаимодействуют и имеют возможность перераспределять риск между собой. Сетевой анализ показал, что, несмотря на присутствие некоторых признаков чрезмерной значимости отдельного круга организаций на рынке валютных форвардов, в целом на всем российском внебиржевом рынке (валютная и процентная секции) значимые факторы, указывающие на вероятность распространения системного риска, отсутствуют. Этот вывод подтверждается распределением значения центральности по собственному вектору всех рассматриваемых рынков, который оценивает степень значимости каждой из вершин в графе.

Важность настоящей работы заключается также в изучении применимости инструментов теории графов к российскому финансовому рынку. Используемые подходы могут оказаться полезными при проведении макропруденциального стресс-тестирования.

Ключевые слова: финансовая стабильность, системный риск, риск заражения, сетевой анализ, теория графов, топология финансового рынка, производные финансовые инструменты.

JEL-классификация: C38, D85, G15.

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшими факторами обеспечения стабильности финансовой системы являются, в частности, своевременное обнаружение и оценка распространения рисков до момента реализации системного риска. Системный риск возникает вследствие неспособности одного участника рынка исполнять принятые на себя обязательства, что ведет к неспособности других кредитных организаций исполнять свои обязательства в срок. Одна из основных форм системного риска – это «риск заражения» финансового сектора, который возникает в условиях шока и действия специфических эндогенных факторов на отдельные организации и по цепочке взаимосвязей распространяется на другие организации.

Эффективным методом анализа «риска заражения» на финансовых рынках является сетевой анализ, позволяющий представить участников рынков как вершины графа, а открытые позиции между различными институтами – как ребра графа. Данный подход позволяет использовать богатый инструментарий теории графов для анализа топологии финансового рынка, а также для оценки стабильности системы в случае реализации шоков у ключевых участников рынка.

Использование теории графов для анализа рынка производных финансовых инструментов является относительно новым направлением, по которому существует небольшое количество исследований. Инструменты теории графов уже использовались Банком России для анализа денежного рынка¹, а настоящая работа посвящена оценке системы взаимоотношений участников рынков внебиржевых валютных и процентных ПФИ. Для этого был проведен сетевой анализ открытых позиций на 30 декабря 2016 г. по инструментам «валютный своп», «валютный форвард», а также «процентный и валютно-процентный свопы». Особое внимание уделено процентным свопам, связанным к рублевым номинальным стоимостям, в связи с тем, что данный инструмент будет первым ПФИ, сделки с которым необходимо будет проводить с использованием центрального контрагента (Национального клирингового центра).

Открытые позиции были рассчитаны на основе базы данных репозитория НКО АО НРД, качество данных которого является подходящим для проведения сетевого анализа рынков валютных и процентных ПФИ. На основе рассчитанных открытых позиций были построены неориентированные графы, так как рассматриваемые инструменты («валютный своп», «валютный форвард», «процентный и валютно-процентный свопы») имеют потоки в обе стороны. Для проведения расчетов и построения графов использовалась свободная программная среда вычислений *R* с применением пакетов *igraph*, *network*, *ndtv*, *ggplot2*, *animation*, *grid*, *gridExtra*, *reshape2*, а также программный продукт *SAS* и язык структурированных запросов *SQL* для работы с базой данных.

Настоящая работа построена следующим образом. В разделе 1 приведен обзор основных академических статей, посвященных главным методам теории графов для анализа и оценки системного риска на финансовых рынках. В разделе 2 раскрываются ключевые понятия теории графов, а также используемая методология расчета сетевых показателей и выявления сообществ в графах. В разделе 3 представлены эмпирические результаты сетевого анализа внебиржевых рынков валютных свопов, валютных форвардов, процентных и валютно-процентных свопов.

¹ См. обзоры денежного рынка Банка России за 2013–2014 годы.

1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Мировой финансовый кризис 2008 г. принес понимание того, что архитектура финансовой системы играет основную роль в формировании системного риска. Переплетенный характер финансовых рынков часто называют одной из основных причин широкого распространения системного риска по финансовой системе в последние годы (Plosser, 2009 и Yellen, 2013). Усилия международных организаций и регуляторов были направлены на повышение прозрачности этих связей и установление дополнительных требований в случае высокой связности. В частности, реформа финансового регулирования, реализованная под руководством «Группы двадцати», предусматривает обязательное направление всех сделок ПФИ в торговые репозитории. Фактор связанности банка является одним из критериев в методике определения глобальных системно значимых банков Базельского комитета по банковскому надзору (БКБН). Тем не менее точная роль архитектуры финансовой системы в реализации системного риска остается не до конца изученной.

Существующая неопределенность относительно характера и причин возникновения системного риска находит свое отражение в потенциально противоречивых взглядах на взаимосвязь между структурой финансовой сети и степенью финансовых потрясений. Первые работы Kiyotaki and Moore (1997), Allen and Gale (2000) и Freixas, Parigi and Rochet (2000) базировались на предположении, что более взаимосвязанная архитектура повышает устойчивость системы к несостоятельности любого отдельного банка. Allen и Gale, например, утверждают, что в более плотно взаимосвязанных сетях финансовых рынков потери проблемных банков разделяются между несколькими кредиторами, что позволяет снизить влияние шоков на остальную часть системы. Однако существует противоположное мнение о том, что плотная взаимосвязанность может функционировать в качестве дестабилизирующей силы. Например, в работе Vivier-Lirimont (2006) утверждается, что по мере роста количества контрагентов банка вероятность системного коллапса увеличивается. Эта точка зрения также разделяется Blume et al. (2011, 2013), которые предложили эпидемическую модель для оценки «риска заражения» банковского сектора.

Одним из способов оценки стабильности и надежности сети является проверка хвостов распределений графа по числам ребер на подчинение степенному закону путем измерения коэффициента кластеризации сети и определения среднего кратчайшего пути между любыми двумя вершинами в сети. В работах Barabási et al. (1999), (2000) и Barabási (2002) утверждается, что структура сети влияет на стабильность, динамическое поведение и хрупкость базовой системы. Согласно классическому аналитическому подходу, одной из ключевых особенностей сетей является распределение числа связей $P(k)$, обозначающее вероятность того, что определенная вершина в сети связана с k другими вершинами. В работе Barabási et al. (1999) показано следующее: существующие эмпирические и теоретические результаты указывают на то, что сложные сети можно разделить на два основных класса в зависимости от распределения числа их связей. Первый класс сетей характеризуется таким распределением числа связей, которое достигает максимума при среднем значении k и экспоненциально затухает при больших k . Наиболее изученными примерами таких сетей являются случайные графы, предложенные Erdos и Rényi, а также модель малого мира Watts and Strogatz. Эти графы представляют собой довольно однородные сети, в которых каждый узел имеет примерно одинаковое количество ссылок k . Распределение числа связей в данных экспоненциальных сетях следует нормальному распределению, большинство вершин имеет среднее число связей, и только небольшое количество связано со значительно большим или меньшим количеством других вершин.

Другие исследования показывают, что многие крупные сети принадлежат к классу неоднородных сетей (безмасштабные сети), для которых $P(k)$ затухает по степенному закону, без характерного масштаба. Распределение числа связей следует распределению Парето, то есть большинство узлов имеют небольшое число связей, тогда как некоторые вершины имеют множество связей. В то время как вероятность того, что узел имеет очень большое количество связей, практически нулевая в экспоненциальных сетях, в безмасштабных сетях такие узлы являются статистически значимыми. Barabási, Albert and Jeong (2000) обнаружили, что безмасштабные сети характеризуются удивительно высокой степенью толерантности к случайным шокам. Данное свойство нельзя приписать к экспоненциальным сетям, которые являются более хрупкими, и в случае сбоев в работе одного из узлов сеть может легко разбиться на множество изолированных фрагментов, которые могут резко уменьшить эффективность сети. Безмасштабные сети являются более устойчивыми, и даже если из этих сетей случайным образом устранить большое количество узлов, сеть не распадется на фрагменты. Однако толерантность к шокам формируется за счет устойчивости отдельных наиболее взаимосвязанных вершин. Диаметр безмасштабных сетей быстро растет, и они распадаются на множество отдельных фрагментов, если шоки происходят на наиболее взаимосвязанных узлах.

Инструментарий теории графов широко используется центральными банками в разных странах. В статье Inaoka et al. (2004) анализируется структура сети финансовых операций с использованием зарегистрированных финансовых операций через корреспондентские счета Банка Японии. Авторы показывают, что сеть финансовых операций между финансовыми институтами обладает фрактальной структурой (сеть безмасштабна), то есть распределение числа связей участников подчиняется степенному закону. Кроме того, в статье показано, что финансовые институты, расположенные в ядре графа, обладают большим количеством связей, чем институты на периферии сети. Это позволяет авторам сделать вывод о том, что сформированная структура является результатом стремления к эффективности, а не к повышению стабильности рынка.

В рабочем докладе Банка Англии Langfield et al. (2014) анализируется топология рынка МБК Великобритании. В работе показано, что сетевые структуры рынка межбанковского кредитования и рынка межбанковского заимствования существенно различаются вследствие экономических функций. На основании этого авторы делают вывод, что кредитный риск и риск ликвидности распространяются на данных рынках через разные сетевые структуры.

Банк Мексики опубликовал рабочий доклад Martinez-Jaramillo et al. (2014), в котором авторы используют разнообразные топологические метрики для оценки системного риска на рынке МБК Мексики. Основным результатом работы является вывод о том, что структура платежей и заимствований имеет различные сетевые характеристики, при этом топология сети межбанковских заимствований существенно изменилась после падения банка Lehman Brothers, тогда как структура сети межбанковских платежей не претерпела серьезных изменений.

Некоторые недавние статьи описывают фактические сетевые топологии, наблюдаемые в финансовой системе, основываясь на теории сложных сетей. Boss et al. (2003) представили эмпирический анализ структуры сети австрийского межбанковского рынка. Авторы показали наличие небольшого числа банков со значительным количеством межбанковских связей, а также большое количество банков – с малым количеством. Коэффициент кластеризации сети австрийского межбанковского рынка низкий, а длина среднего кратчайшего пути относительно короткая. Сеть данного рынка устойчива к случайным шокам – например, к дефолтам отдельных учреждений вследствие внешних потрясений. В статье также показано, что сеть австрийского межбанковского рынка имеет структуру, которая в точности отражает региональную и отраслевую организацию австрийской банковской системы.

В работе Soramäki et al. (2006) описывается сетевая топология межбанковских платежей между коммерческими банками через федеральную автоматизированную систему денежных переводов Fedwire в Соединенных Штатах. Авторы выявили, что сеть является компактной (то есть граф имеет низкую среднюю длину путей), несмотря на низкий уровень взаимосвязанности, а также вклю-

чает тесно связанное ядро банков, с которым соединены все остальные банки. Также в работе показано, что распределение числа связей является безмасштабным и свойства сети значительно изменились сразу же после терактов 11 сентября 2001 года.

Работа Müller (2006) посвящена оценке «риска заражения» на швейцарском межбанковском рынке с использованием данных по двусторонним задолженностям и кредитным линиям. В работе были определены системно значимые банки в соответствии с определенными сетевыми критериями. В дополнение к оценке топологии сети межбанковского рынка были оценены источники уязвимости и нестабильности на швейцарском межбанковском рынке с помощью моделирования, а также измерены эффекты трансмиссии риска на ликвидность и платежеспособность других банков. Основные выводы заключаются в том, что структура межбанковского рынка оказывает значительное влияние на его устойчивость перед трансмиссией риска, при этом централизованные рынки более склонны к финансовому «заражению», чем однородные.

Одна из классических концепций в теории графов говорит о том, что вершины графов могут быть ранжированы на основе их меры центральности (Watkins and Wilson, 1990; Faust and Wasserman, 1994). Существуют различные показатели, отражающие разные аспекты системной значимости. Банк может рассматриваться как системно значимый, если он имеет наибольшую вероятность быть источником финансового «заражения», может передавать и преувеличивать первоначальный шок или может пострадать от шока и, таким образом, стать посредником в трансмиссии первоначального шока на реальный сектор экономики. В работах Müller (2006) и Hanneman and Riddle (2005) топология сетевой структуры изучается с использованием следующих показателей:

- показатель центральности по степеням, отражающий число связей;
- взвешенный показатель центральности по степеням, который оценивает размер открытой позиции финансового учреждения;
- показатель центральности по близости, отражающий расстояние от определенной вершины до других вершин;
- показатель центральности по посредничеству, определяющий положение участника в сети и характеризующий степень посредничества участника на рынке;
- показатель ранговой центральности (например, центральность по собственным векторам), который рассматривает финансовый институт как системно значимый, если он имеет много связей с другими важными институтами.

Обнаружение кластеров или сообществ в графах является эффективным способом выделения схожих по своей структуре и параметрам групп, что позволяет проводить анализ структуры финансовых рынков. Разложение графа на k -ядра представляет собой устоявшийся подход для выявления конкретных подмножеств графа, называемых k -ядрами, иерархическим образом, начиная с внешних вершин и переходя к более центральным. k -ядра являются важными структурами в теории графов, и их изучение восходит к 60-м годам XX века (Erdős, 1963). В работе Seidman (1983) впервые был применен метод разложения графа на k -ядра для изучения взаимосвязанности социальных сетей. С тех пор разложение на k -ядра было применено в ряде задач, связанных, например, с визуализацией графов (Alvarez-Hamelin et al., 2005; Zhang and Parthasarathy, 2012) и обнаружением плотного подграфа (Andersen and Chellapilla, 2009). Некоторые недавние исследования развивают методологию разложения графа на k -ядра, расширяя применимость данного метода для ориентированных графов (Giatsidis et al., 2011a) и очень массивных графов (Cheng et al., 2011).

Теоретические основы сетевого анализа предоставляют удобный инструмент для оценки не только структуры российского рынка процентных и валютных деривативов, но и взаимосвязи между топологией системы и последствиями для ее стабильности.

2. МЕТОДОЛОГИЯ

Основные понятия теории графов

Теория графов – раздел дискретной математики, изучающий свойства **графов**. В общем смысле граф представляется как множество **вершин** (узлов), соединенных **ребрами**. Выделяются два основных вида графов: неориентированный и ориентированный.

Неориентированным графом G называется упорядоченная пара $G:=(V,E)$, где V – это непустое множество вершин или узлов, E – множество неупорядоченных пар вершин, называемых ребрами.

Ориентированным графом G называется упорядоченная пара $G:=(V,A)$, где V – непустое множество вершин или узлов, A – множество упорядоченных пар различных вершин, называемых дугами (ориентированными ребрами).

Вершины и ребра графа называются также **элементами** графа, число вершин в графе $|V|$ – **порядком**, число ребер $|E|$ – **размером** графа.

Вершины u и v называются **концевыми** вершинами (или просто **концами**) ребра $e = \{u,v\}$. Ребро, в свою очередь, соединяет эти вершины. Две концевые вершины одного и того же ребра называются **соседними**.

Два ребра называются **смежными**, если они имеют общую концевую вершину. Два ребра называются **кратными**, если множества их концевых вершин совпадают. Ребра, имеющие одинаковые концевые вершины, называются **параллельными**.

Ребро называется **петлей**, если его концы совпадают, то есть $e = \{v,v\}$. Такое ребро обычно считается неориентированным.

Вершина и ребро называются **инцидентными** друг другу, если вершина является для этого ребра концевой. Вершина, не инцидентная никакому ребру, называется **изолированной**. Граф, состоящий только из изолированных вершин, называется **нуль-графом**.

Степенью $\deg V$ вершины V называют количество инцидентных ей ребер (при этом петли считают дважды).

Вершина называется **изолированной**, если она не является концом ни для одного ребра; висячей (или листом) – если она является концом ровно одного ребра.

Граф G называется **полным**, если любые две его различные вершины соединены ребром и он не содержит параллельных ребер. **Дополнением** графа G называется граф \bar{G} с теми же вершинами, что и граф G , и содержащий только те ребра, которые нужно добавить к графу G , чтобы получился полный граф.

Граф называется **связным**, если между каждой парой вершин существует путь, то есть множество ребер, соединяющих данные вершины. В связном графе нет недостижимых вершин. Граф G называется **несвязным**, если в нем существуют две такие вершины, которые не соединены никаким путем.

В теории графов **расстоянием** между двумя вершинами графа называется число ребер в кратчайшем пути (также называемое **геодезическим расстоянием**).

Методика расчета сетевых показателей

Сетевые показатели позволяют охарактеризовать топологию финансовых рынков, структуру взаимосвязи, а также оценить системную значимость участников с учетом взаимосвязанности

всех проводимых на рынке операций, влияния участника на структуру рынка, его «места» на рынке.

Для расчета некоторых показателей необходимо, чтобы граф было связным, однако рассматриваемые в данной работе графы являются несвязными. Поэтому расчет таких показателей проводился на всех подграфах рынка и максимальное значение присваивалось для всего рынка. Данный подход соответствует методологии алгоритмов, имплементированных в пакете для сетевого анализа igrph.

Диаметр

Диаметр графа характеризует наиболее длинную посредническую цепочку на рынке. Диаметр d графа определяется как максимальный эксцентриситет среди всех вершин графа. Таким образом, d – это наибольшее расстояние между всеми парами вершин графа. Низкая величина данного показателя (менее 2) свидетельствует о том, что рынок характеризуется небольшим числом операций, которые можно охарактеризовать как посреднические:

$$d = \max_{v \in V} \epsilon(v),$$

где $\epsilon(v)$ – эксцентриситет вершины v , то есть наибольшее геодезическое расстояние между v и самой дальней вершиной графа.

Чтобы найти диаметр графа, сначала находят кратчайшие пути между всеми парами вершин. Наибольшая длина кратчайшего пути есть диаметр графа.

Средняя длина путей

Средняя длина путей в графе характеризует среднюю попарную длину посреднической цепочки. Данный показатель рассчитывается на основе наикратчайших путей среди всех пар вершин. Чем выше значение указанного показателя, тем более вероятно, что рассматриваемый рынок может быть сегментирован (то есть на рынке присутствуют группы участников, которые не совершают сделки друг с другом напрямую).

Пусть $d(v_i, v_j)$ – наикратчайшее расстояние между вершинами v_i и v_j графа $G(V, E)$, где $v_i, v_j \in V$. Предположим, что $d(v_i, v_j) = 0$, если v_i и v_j не соединены никаким путем. Тогда средняя длина пути рассчитывается по формуле:

$$l_G = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i \neq j} d(v_i, v_j),$$

где n – количество вершин в G .

Данный показатель рассчитывается с помощью поиска в ширину.

Ассортативность (дисассортативность)

Показатель ассортативности характеризует меру тенденции вершин графа с высокой степенью быть связанными с вершинами с высокой степенью. Дисассортативность – наоборот, свойство сети, при котором узлы с большим числом связей имеют тенденцию быть связанными с узлами с небольшим числом связей.

Применительно к финансовому рынку свойство дисассортативности означает тенденцию участников рынка с широким кругом контрагентов совершать сделки в основном с контрагентами, у которых, в свою очередь, круг контрагентов ограничен.

Коэффициент ассортативности является, по сути, коэффициентом корреляции Пирсона между степенями пары связанных узлов. Положительные значения указывают на корреляцию между узлами одинаковой степени, в то время как отрицательные значения указывают на разные степени связанных узлов. Коэффициент определен в диапазоне от -1 до 1. При $r = 1$ говорят, что сеть пол-

ностью ассортативна, при $r = 0$ сеть неассортативна, в то время как при $r = -1$ сеть полностью дис-ассортативна.

Коэффициент ассортативности рассчитывается по формуле:

$$r = \frac{\sum_{jk} jk(e_{jk} - q_j q_k)}{\sigma_q^2},$$

где q_k – распределение оставшихся степеней, которое характеризует количество ребер, отличных от ребра, соединяющего пару вершин. Данное распределение вычисляется на основе распределения числа связей вершины p_k по формуле:

$$q_k = \frac{(k+1)p_{k+1}}{\sum_{j \geq 1} j p_j}.$$

Величина e_{jk} определяется как совместная функция распределения оставшихся степеней пары вершин. Данная величина симметрична в ненаправленном графе и имеет следующие свойства:

$$\sum_{jk} e_{jk} = 1,$$

$$\sum_j e_{jk} = q_k.$$

Центральность по степеням (degree centrality)

Показатель характеризует количество контрагентов у участника и рассчитывается как отношение числа контрагентов к числу участников на рынке. Чем больше величина показателя, тем более близок рассматриваемый рынок к звездчатому графу (то есть графу, образованному вершиной с высокой степенью, которая соединяет много вершин с единичной степенью) и тем менее равномерно распределены позиции участников между собой. Центральность по степеням для участника рассчитывается по формуле:

$$C_D(p_i) = d(p_i) = \sum_{j=1}^n (p_j, p_i),$$

где p_i – i -ый участник;

n – количество участников;

(p_j, p_i) – равно 1, если j -ый участник кредитует i -го, иначе 0.

Для всей сети степень центральности рассчитывается по формуле:

$$C_D = \frac{\sum_{i=1}^n [d(n^*) - d(n_i)]}{\max \sum_{i=1}^n [d(n^*) - d(n_i)]},$$

где n^* – участник с максимальным значением центральности по степеням.

Центральность по близости (closeness centrality)

Коэффициент характеризует степень взаимосвязи участника с его контрагентами или, другими словами, «центральность» положения участника: чем больше коэффициент, тем ближе участник к «центру рынка»¹.

Данный коэффициент оценивает, насколько близко к другим вершинам находится вершина графа, и измеряется по формуле:

¹ Под гипотетическим «центром рынка» понимается участник, который выступает единственным источником ликвидности на идеальном централизованном рынке.

$$C_c(p_i) = \left[\sum_{j=1}^n d(p_j, p_i) \right]^{-1},$$

где $d(p_j, p_i)$ – число открытых сделок между участниками p_j и p_i .

Максимальное значение коэффициента для отдельного участника равно $(n-1)^{-1}$. Следовательно, нормированный коэффициент рассчитывается по формуле:

$$C'_c(p_i) = (n-1)C_c(p_i).$$

Для всей сети нормированный коэффициент центральности по близости рассчитывается по формуле:

$$C_c = \frac{\sum_{i=1}^n [C'_c(p^*) - C'_c(p_i)]}{[(n-2)(n-1)]/(2n-3)}.$$

Таким образом, степень центральности участника тем выше:

- чем больше контрагентов у участника (в том числе через посредников);
- чем ближе контрагенты участника (то есть чем меньше между ними посредников).

Центральность по посредничеству (betweenness centrality)

Коэффициент характеризует степень посредничества участника на рынке: чем больше коэффициент, тем большее количество посреднических операций осуществлял участник. Центральность по посредничеству для одного участника рассчитывается по формуле:

$$C_B(p_i) = \sum_{i < k} \frac{g_{jk}(p_i)}{g_{jk}},$$

где g_{jk} – количество цепочек сделок от j -го участника к k -му минимальной длины;

$g_{jk}(p_i)$ – количество цепочек сделок от j -го участника к k -му минимальной длины, в которых участвует i -ый участник.

Поскольку максимальное количество связей между всеми вершинами графа равно $(n-1)(n-2)/2$, нормированная оценка центральности по посредничеству для отдельного участника вычисляется по формуле:

$$C'_B(p_i) = \frac{C_B(p_i)}{(n-1)(n-2)/2}.$$

Стандартизированная оценка центральности по посредничеству для всей сети рассчитывается по формуле:

$$C_B = \frac{\sum_{i=1}^n [C'_B(p^*) - C'_B(p_i)]}{(n-1)}.$$

Таким образом, чем в больших цепочках сделок присутствует участник, тем выше коэффициент его посреднической нагрузки.

Центральность по собственным векторам (eigenvector centrality)

Коэффициент характеризует значимость участников на рынке и рассчитывается как взвешенная сумма центральностей соседних вершин. Центральность по собственным векторам рассчитывается по формуле:

$$C_E(v) = x_v = \frac{1}{\lambda} \sum_{t \in M(v)} x_t = \frac{1}{\lambda} \sum_{t \in G} a_{vt} x_t,$$

где M_v – множество вершин, соседних с вершиной v ;

λ – константа;

$a_i = 1$, если вершина v соединена с вершиной t , $a_i = 0$ – иначе.

Собственный вектор, соответствующий самому большому собственному значению, образован центральностями соответствующих участников.

Чем больше у участника рынка контрагентов и чем они «центральнее», тем больше его центральность по собственным векторам.

Чем выше показатель центральности по собственным векторам, тем с более масштабными негативными последствиями могут столкнуться другие участники рынка и рынок в целом в том случае, если рассматриваемый участник с высоким собственным значением не исполнит свои обязательства и/или покинет рынок.

Методика деления графов на группы

Разложение графа на k -ядра

Рассмотрим граф $G=(V,E)$, у которого имеется $|V|=n$ вершин и $|E|=e$ ребер. Граф G раскладывается на k -ядра следующим образом.

Подграф $H=(C,E|C)$, индуцированный множеством $C \subseteq V$, является k -ядром, или ядром порядка k , тогда и только тогда, когда степень каждого узла $v \in C$, порожденного в H , больше или равна k , причем H – максимальный подграф с этим свойством:

$$\forall v \in C: \deg_H v \geq k .$$

Таким образом, k -ядро графа G может быть получено рекурсивно удалением всех вершин степени меньше k , пока все вершины в оставшемся графе не будут иметь степень по крайней мере k . Стоит заметить, что этот процесс не эквивалентен простому выделению вершин некоторой степени. Например, звездчатый подграф, образованный вершиной с высокой степенью, соединяющей много вершин с единичной степенью и связанной только одним ребром с остальной частью графа, будет принадлежать к внешнему ядру независимо от того, насколько высока степень у этой вершины.

Исходя из вышеизложенного, метод разложения графа на k -ядра выделяет прогрессивно приближающиеся к центру графа вершины и раскладывает сеть на группы вершин, принадлежащих k -ядру, раскрывая структуру различных подгрупп от наиболее удаленных от центра до самой центральной.

Методика выявления сообществ (методом Walktrap)

В графах рассматриваемых рынков сообщества формировались методом Walktrap, который базируется на дискретном процессе случайного блуждания. На каждом шаге блуждающий объект находится в определенной вершине и перемещается в другую вершину, выбранную случайным равновероятным образом из соседних вершин. Последовательность посещенных вершин является марковской цепью, состояния которой являются вершинами графа. На каждом шаге вероятность перехода от вершины i к вершине j равна $P_{ij} = \frac{A_{ij}}{d_i}$, где A – матрица смежности, а d_i – степень i -ой вершины. Таким образом определяется матрица перехода P процесса случайного блуждания. Через данную матрицу можно получить вероятность перехода из вершины i в вершину j за t шагов как P_{ij}^t . Также следует отметить, что $P = D^{-1}A$, где D – матрица со степенями вершин на диагонали.

С помощью данного процесса происходит сравнение близости вершин. Расстояние между вершинами велико, если вершины из разных сообществ, и мало, если из одного.

На вершинах графа G вводится следующая метрика:

$$r_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^n \frac{(P_{ik}^t - P_{jk}^t)^2}{d_k}} = \left\| D^{-\frac{1}{2}} P_{i\bullet}^t - D^{-\frac{1}{2}} P_{j\bullet}^t \right\| ,$$

где $\|\cdot\|$ – евклидова норма в \mathbb{R}^n ;

$P_{i\bullet}^t$ – вектор-столбец, в j -ой позиции которого стоит значение P_{ij}^t .

Данная метрика может быть обобщена до совокупности вершин (сообществ). Пусть $P_{C_j}^t$ – вероятность добраться из сообщества C в вершину j за t шагов:

$$P_{C_j}^t = \frac{1}{|C|} \sum_{i \in C} P_{ij}^t .$$

Обозначим за P_C^t вектор из вероятностей $P_{C_j}^t$, тогда для двух сообществ $C_1, C_2 \subset V$ расстояние $r_{C_1 C_2}$ определяется по формуле:

$$r_{C_1 C_2} = \sqrt{\sum_{k=1}^n \frac{(P_{C_1 k}^t - P_{C_2 k}^t)^2}{d_k}} = \left\| D^{-\frac{1}{2}} P_{C_1 \bullet}^t - D^{-\frac{1}{2}} P_{C_2 \bullet}^t \right\| .$$

Задача выделения сообществ сводится к задаче кластеризации вершин с использованием метода Варда и заданной метрики по следующему алгоритму:

1. Инициализация каждой вершины в своем кластере, то есть начальное разбиение выглядит как $\mathcal{P}_1 = \{\{v\}, v \in V\}$.

2. Вычисление расстояния между всеми смежными вершинами.

3. На каждом шаге k :

a. Выбрать два инцидентных сообщества C_1 и C_2 из \mathcal{P}_k по критерию, основанному на метрике (метод Варда):

$$\sigma_k = \frac{1}{n} \sum_{C \in \mathcal{P}_k} \sum_{i \in C} r_{iC}^2 \rightarrow \min .$$

b. Объединить эти сообщества в новое $C_3 = C_1 \cup C_2$. Соответствующим образом преобразовать \mathcal{P}_k в \mathcal{P}_{k+1} .

c. Обновить расстояния между смежными с C_1 и C_2 сообществами.

На $n-1$ шаге мы получаем $\mathcal{P}_n = \{V\}$, и алгоритм завершается. Такая задача эквивалентна поиску C_1 и C_2 , минимизирующих величину:

$$\Delta \sigma(C_1, C_2) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i \in C_3} r_{iC_3}^2 - \sum_{i \in C_1} r_{iC_1}^2 - \sum_{i \in C_2} r_{iC_2}^2 \right) \rightarrow \min_{C_1, C_2} .$$

3. ЭМПИРИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

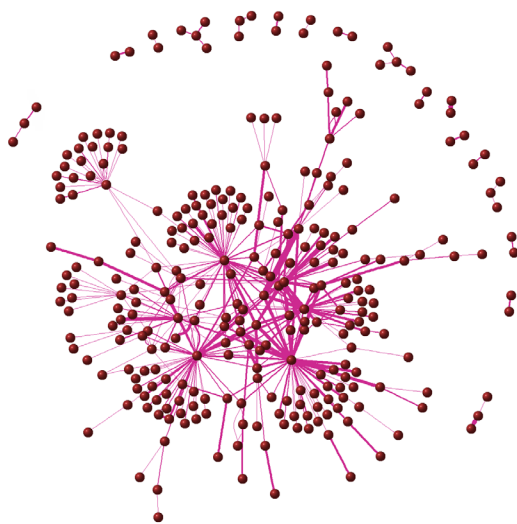
Рынки валютных и процентных деривативов обладают сложной, разнородной структурой взаимосвязей между участниками (рис. 1). Существуют значимые различия между топологиями графов рынка валютных свопов, рынка валютных форвардов и рынка процентных деривативов. Графы рынков процентных свопов и валютно-процентных свопов схожи по своей топологии и структуре взаимоотношений между участниками. Анализ данных рынков по отдельности будет избыточным, поэтому в дальнейшем данные рынки будут объединены и рассмотрены вместе.

Рынок валютных свопов (рис. 2) характеризуется достаточно высокой плотностью, на нем присутствуют 289 участников, 11 из которых имеют открытые позиции как минимум с пятью различ-

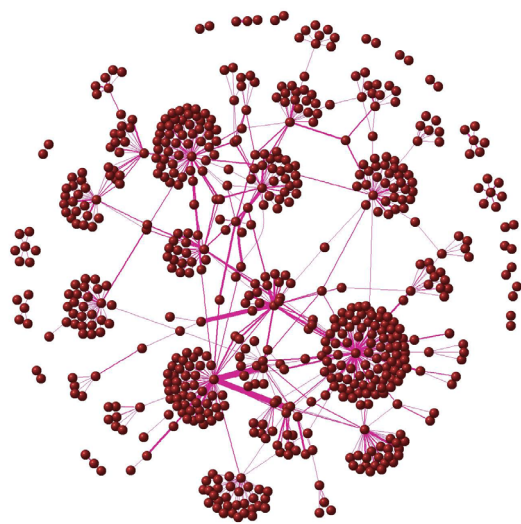
Рисунок 1

Графы рынков валютных и процентных деривативов, построенные по открытым позициям на 30 декабря 2016 года

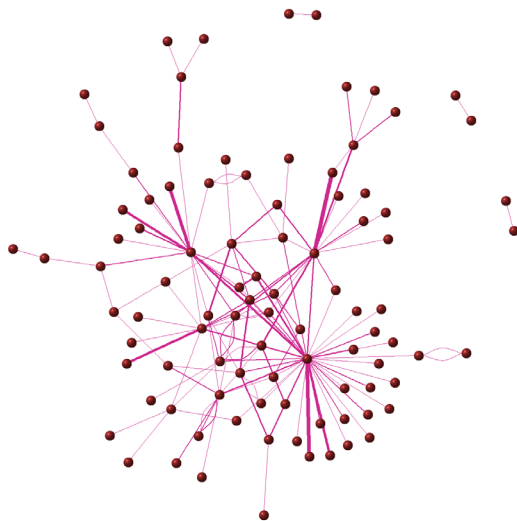
Граф рынка валютных свопов



Граф рынка валютных форвардов



Граф рынка процентных свопов



Граф рынка валютно-процентных свопов

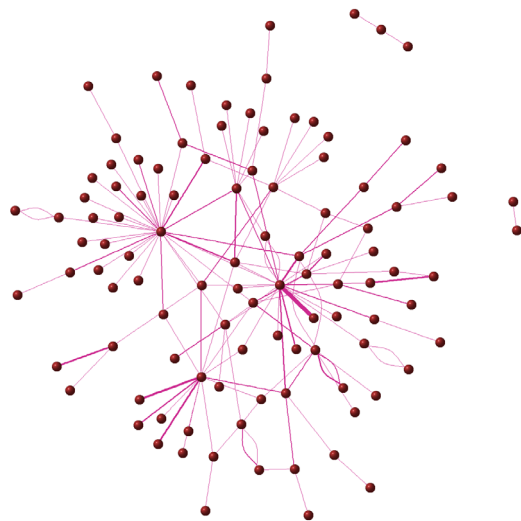
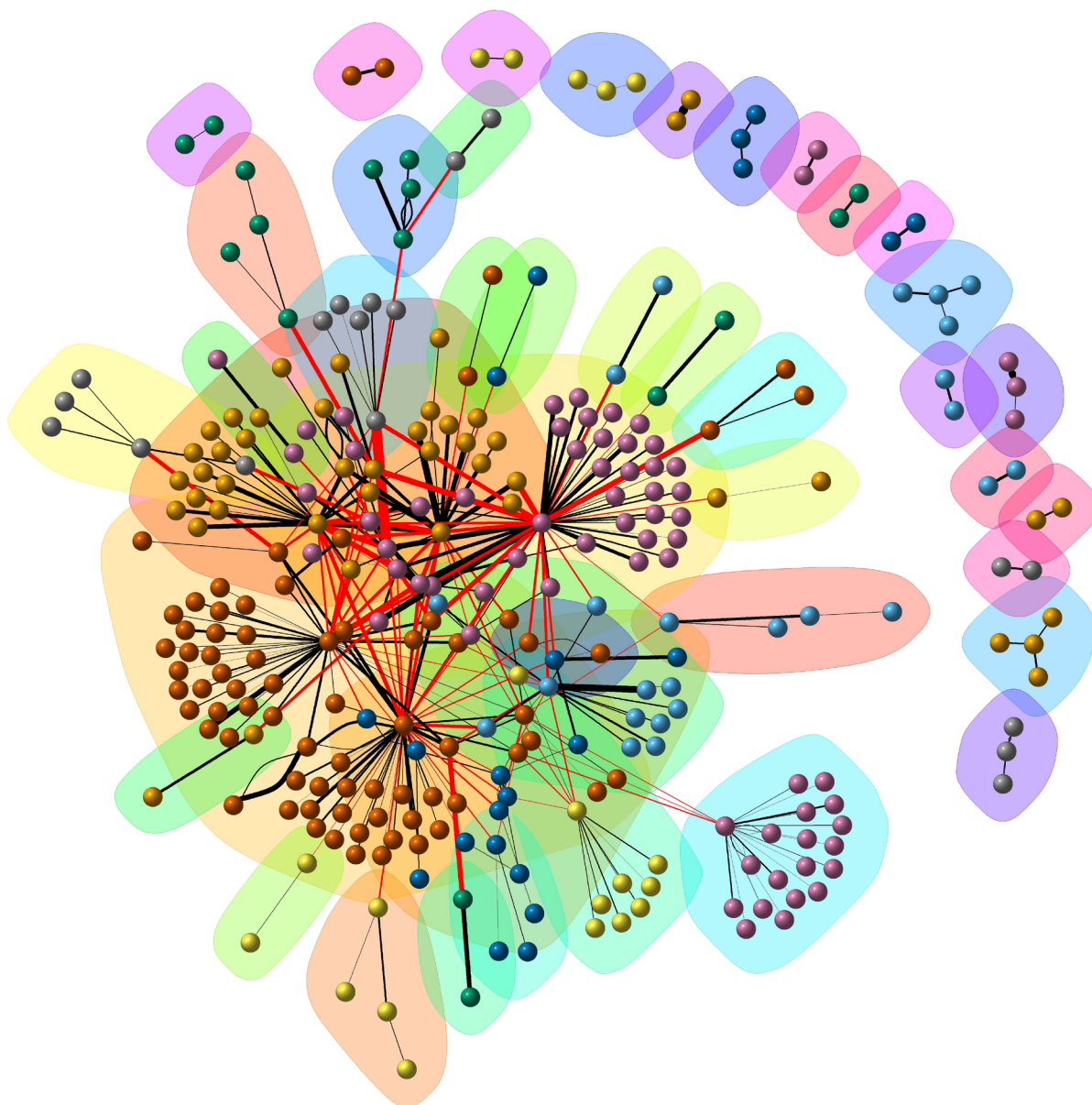


Рисунок 2

Граф рынка валютных свопов, построенный по открытым позициям на 30 декабря 2016 года



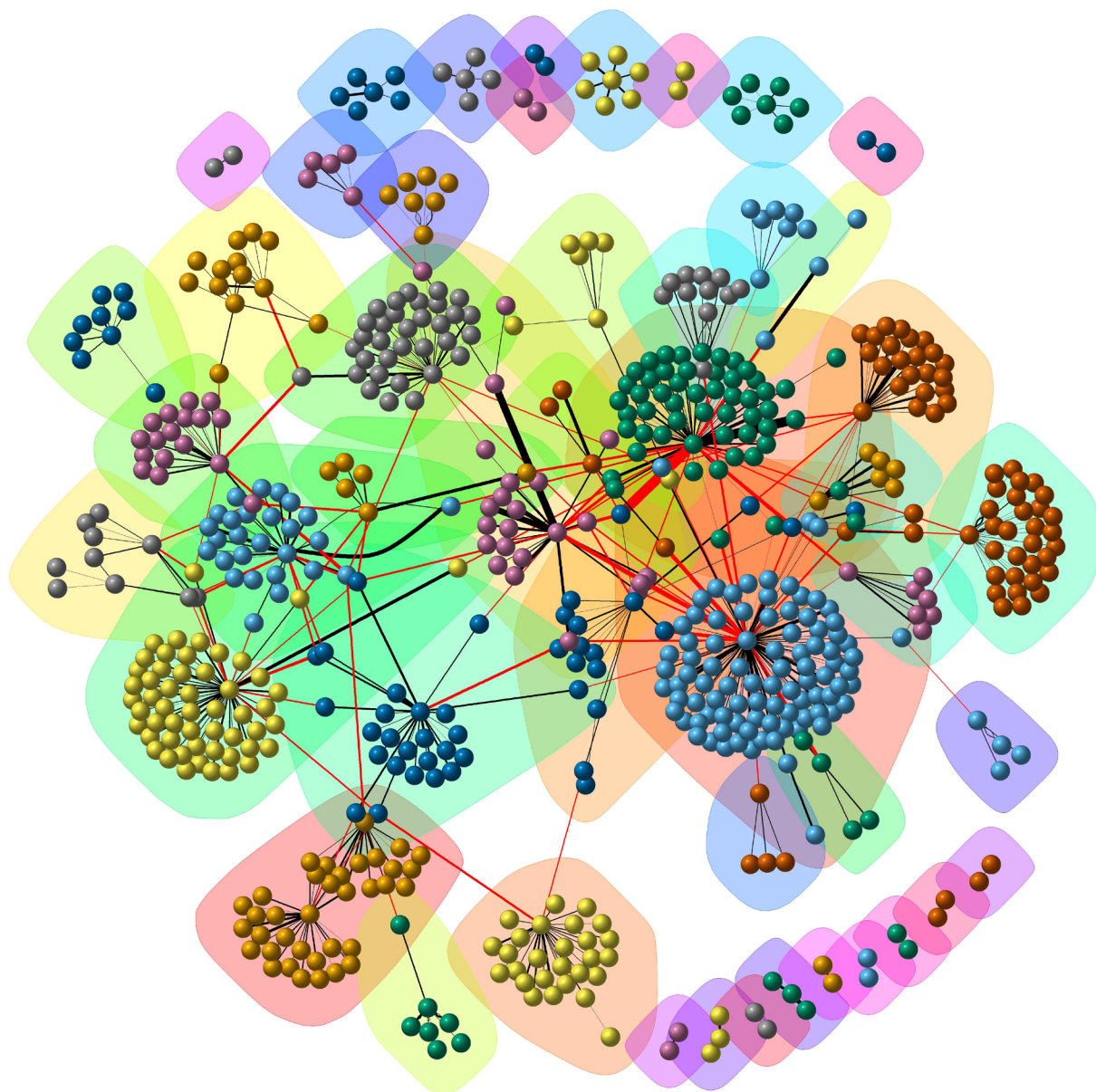
Примечание. Цветом вершин и соответствующими раскрашенными областями выделены кластеры, рассчитанные методом Walktrap. Черные ребра обозначают сделки внутри кластера, красные ребра – сделки между различными кластерами. Толщина ребер отображает объем открытой позиции.

ными контрагентами (табл. 1). Граф данного рынка является единственным из рассматриваемых рынков, у которого возможно выделить 5-ядро. Характерной чертой рынка валютных свопов является большое количество пар участников, имеющих открытую позицию только между собой и, следовательно, не связанных с остальным рынком, а также относительно небольшая группа участников, которые активно взаимодействуют и имеют возможность перераспределять риск между собой. Столь сильную неоднородность рынка объясняет низкий показатель центральности по степеням (табл. 2).

Рынок валютных форвардов отличается от рынка валютных свопов меньшей взаимосвязанностью участников (рис. 3). При 629 участниках только 23 имеют три или более открытых позиций с различными контрагентами (табл. 1), вокруг которых сконцентрировано большинство остальных участников, имеющих не более двух открытых позиций, что указывает на высокую зна-

Рисунок 3

Граф рынка валютных форвардов, построенный по открытым позициям на 30 декабря 2016 года



Примечание. Цветом вершин и соответствующими раскрашенными областями выделены кластеры, рассчитанные методом Walktrap. Черные ребра обозначают сделки внутри кластера, красные ребра — сделки между различными кластерами. Толщина ребер отображает объем открытой позиции.

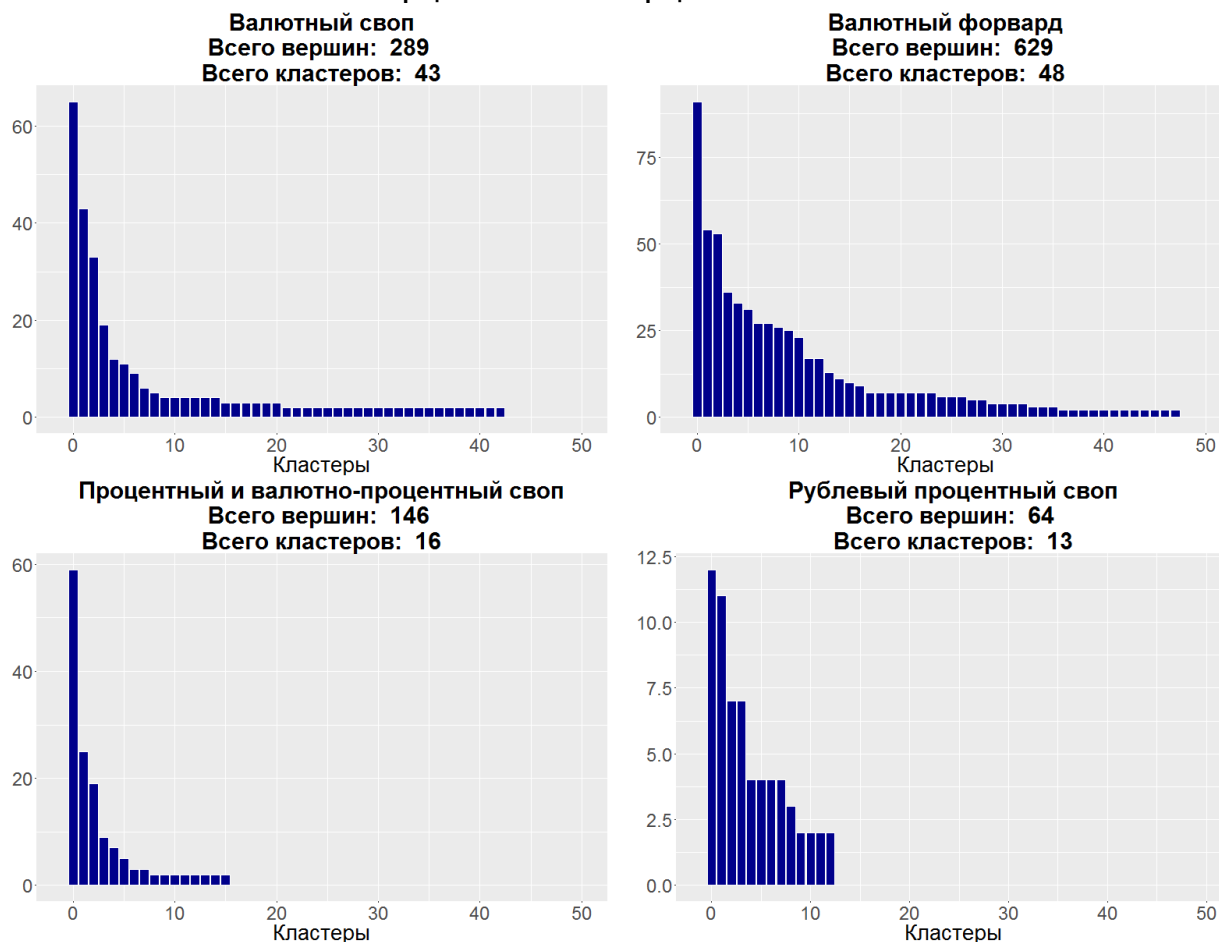
Таблица 1

**Разложение графов внебиржевых рынков валютных
и процентных ПФИ на k -ядра накопленным итогом**

	Общее количество участников рынка (1-ядро)	Количество участников с двумя связями или более (2-ядро)	Количество участников с тремя связями или более (3-ядро)	Количество участников с четырьмя связями или более (4-ядро)	Количество участников с пятью связями или более (5-ядро)
Граф рынка валютных свопов	289	76	33	24	11
Граф рынка валютных форвардов	629	105	23	-	-
Граф рынка процентных свопов	94	37	23	7	-
Граф рынка валютно-процентных свопов	104	36	13	-	-
Граф рынка рублевых процентных свопов	64	27	14	-	-

Рисунок 4

Распределение участников по кластерам методом Walktrap на рынках валютных свопов, валютных форвардов, процентных и валютно-процентных свопов



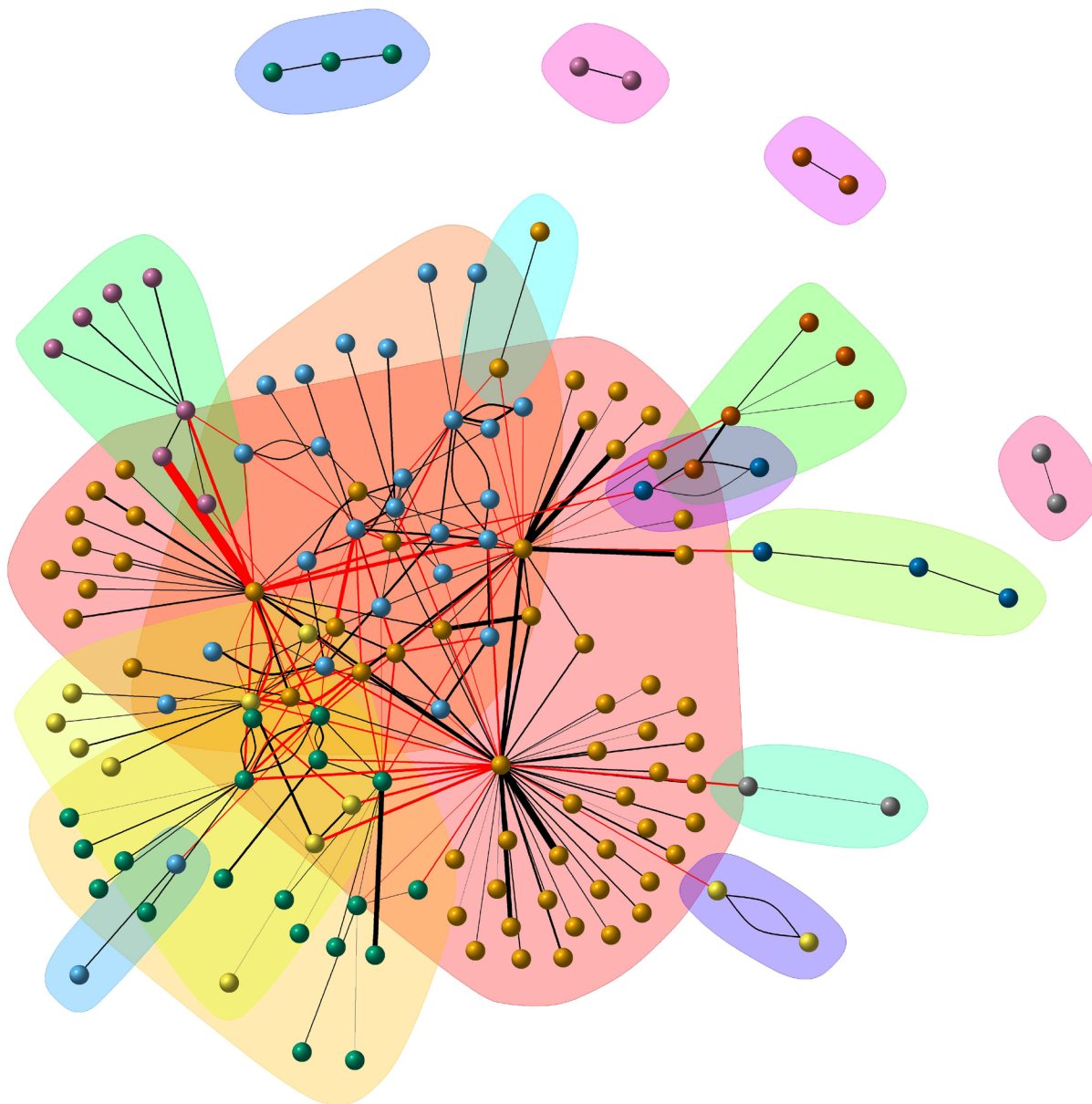
чимось узкого круга организаций на рынке валютных форвардов. Показатель центральности по степеням у графа рынка валютных форвардов самый низкий среди рассматриваемых рынков из-за очень большого количества участников, которые совершают сделки только с одним контрагентом (табл. 2).

Рынок процентных и валютно-процентных свопов характеризуется наименьшей плотностью, что говорит о нем как о разреженном (очень далеком от полного) графе (рис. 5). Поведение среднего участника рынка может быть охарактеризовано как малоактивное – в среднем каждый игрок имеет малое число контрагентов и проводит небольшой объем операций. Тем не менее в связи с ограниченным количеством участников на рынках процентных и валютно-процентных свопов графы данных рынков имеют наибольший показатель центральности по степеням (табл. 2), что говорит о достаточно высокой взаимосвязанности участников в условиях низкого количества не связанных с остальным рынком пар участников.

Распределение участников по кластерам, определенным по алгоритму Walktrap, различается для всех четырех рынков (рис. 4). На рынке валютных свопов было выделено наибольшее количество различных кластеров относительно общего количества участников по сравнению с другими рынками: 43 кластера при 289 участниках. Однако около двух третей кластеров приходится на не связанные с ядром графа пары участников. Рынок валютных форвардов характеризуется самым маленьким количеством кластеров относительно количества участников на рынке. Это означает наличие нескольких больших сообществ тесно взаимосвязанных участников. При этом количество связей отдельных кластеров друг с другом небольшое. На рынке процентных и валютно-процентных свопов выделяется наименьшее количество кластеров по сравнению с другими рынками, что

Рисунок 5

Граф рынка процентных и валютно-процентных свопов, построенный по открытым позициям на 30 декабря 2016 года



Примечание. Цветом вершин и соответствующими раскрашенными областями выделены кластеры, рассчитанные методом Walktrap. Черные ребра обозначают сделки внутри кластера, красные ребра – сделки между различными кластерами. Толщина ребер отображает объем открытой позиции.

может быть объяснено более узким кругом участников на рынке без явно выделяемого узко сконцентрированного ядра.

Характерной особенностью российских внебиржевых рынков валютных свопов, форвардов, а также процентных и валютно-процентных свопов является отсутствие ярко выраженного центра, то есть участника, имеющего открытые сделки со всеми остальными участниками, что выражается в низком показателе центральности по близости по каждому из рынков (табл. 2). Однако в силу небольшого количества участников на рынках процентных и валютно-процентных свопов соответствующие им графы обладают наименьшим диаметром и наибольшим показателем центральности по близости.

На рынке процентных инструментов присутствует также существенный объем операций, которые могут рассматриваться как посреднические, как в пределах сегментов рынка для каждого ин-

Рисунок 6

Динамика показателей центральности для рынков процентных и валютных внебиржевых деривативов, а также для звездчатого и полного графов

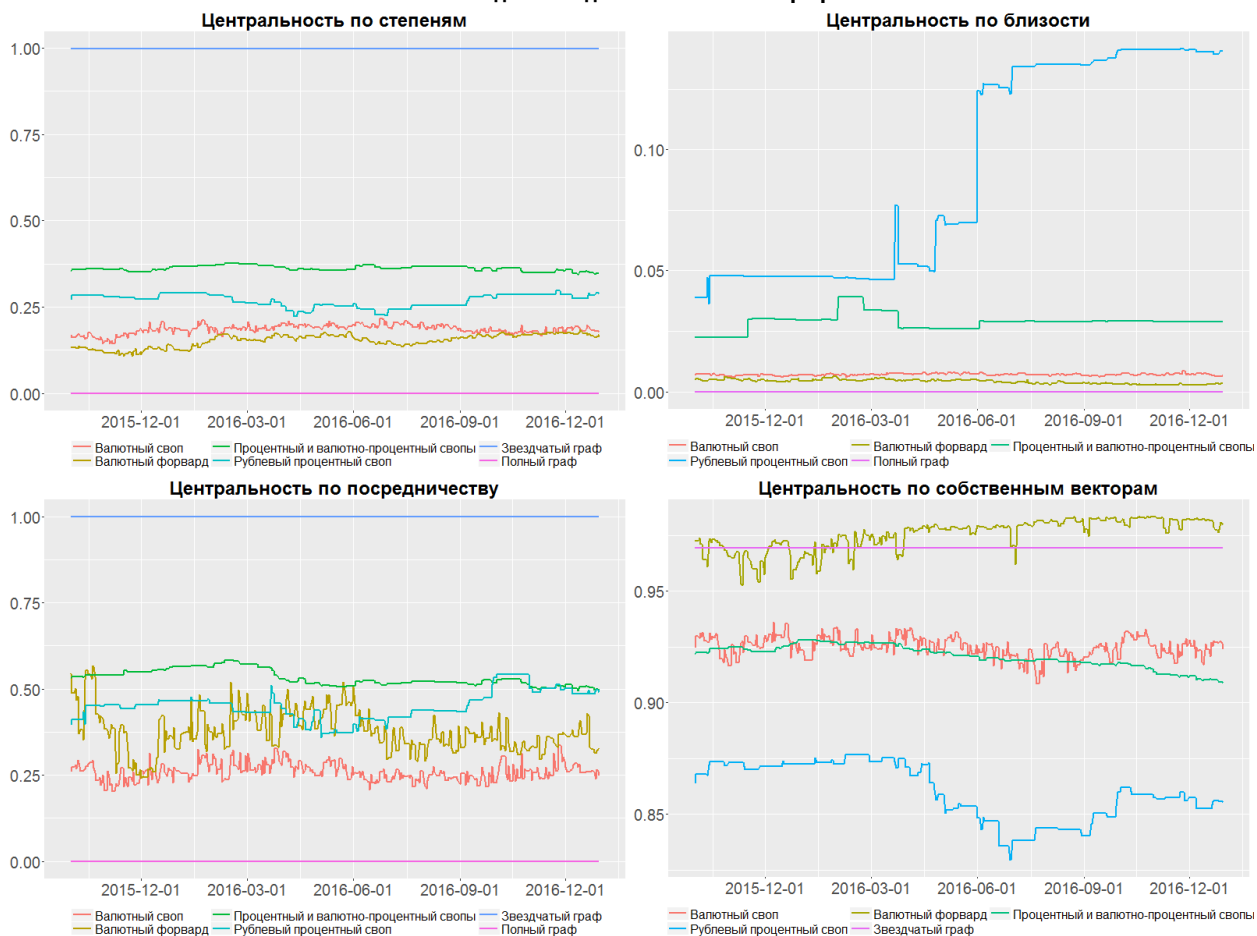


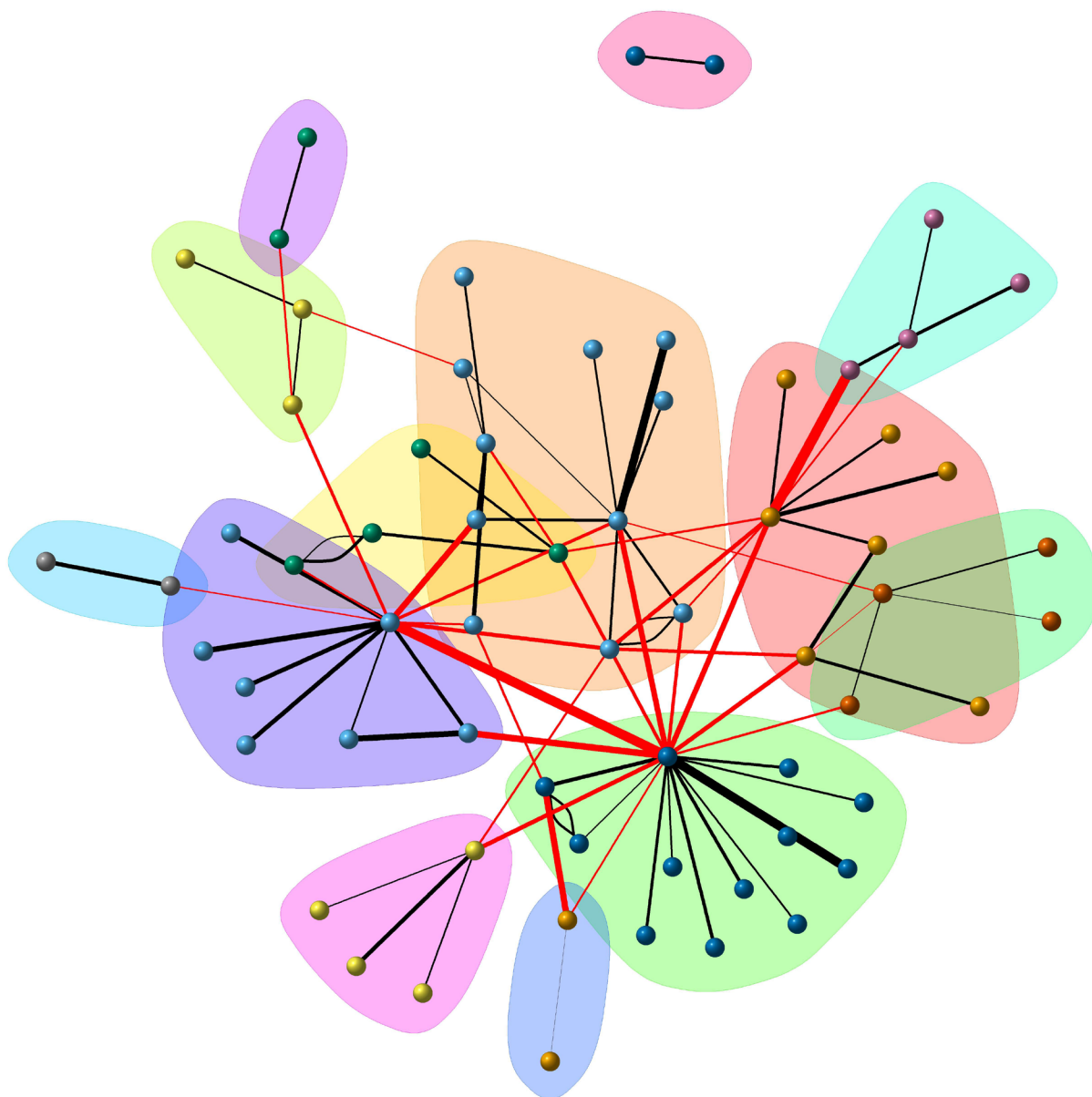
Таблица 2

Сетевые показатели графов взаимосвязи участников рынков валютных и процентных ПФИ

	Объем открытых позиций, млрд руб.	Количество участников	Количество связей	Количество сообществ	Диаметр	Средняя длина связи	Ассортативность	Центральность по степеням	Центральность по близости	Центральность по посредничеству	Центральность по собственным векторам
Граф рынка валютных свопов	3474	289	385	43	8	3,455	-0,354	0,178	0,007	0,252	0,924
Граф рынка валютных форвардов	1730	629	697	48	11	4,705	-0,399	0,170	0,004	0,330	0,980
Граф рынка процентных и валютно-процентных свопов	6659	146	225	16	6	3,095	-0,329	0,351	0,029	0,506	0,911
Граф рынка рублевых процентных свопов	1058	64	89	13	7	3,162	-0,283	0,289	0,140	0,491	0,857

Рисунок 7

Граф рынка рублевых процентных свопов, построенный по открытым позициям на 30 декабря 2016 года



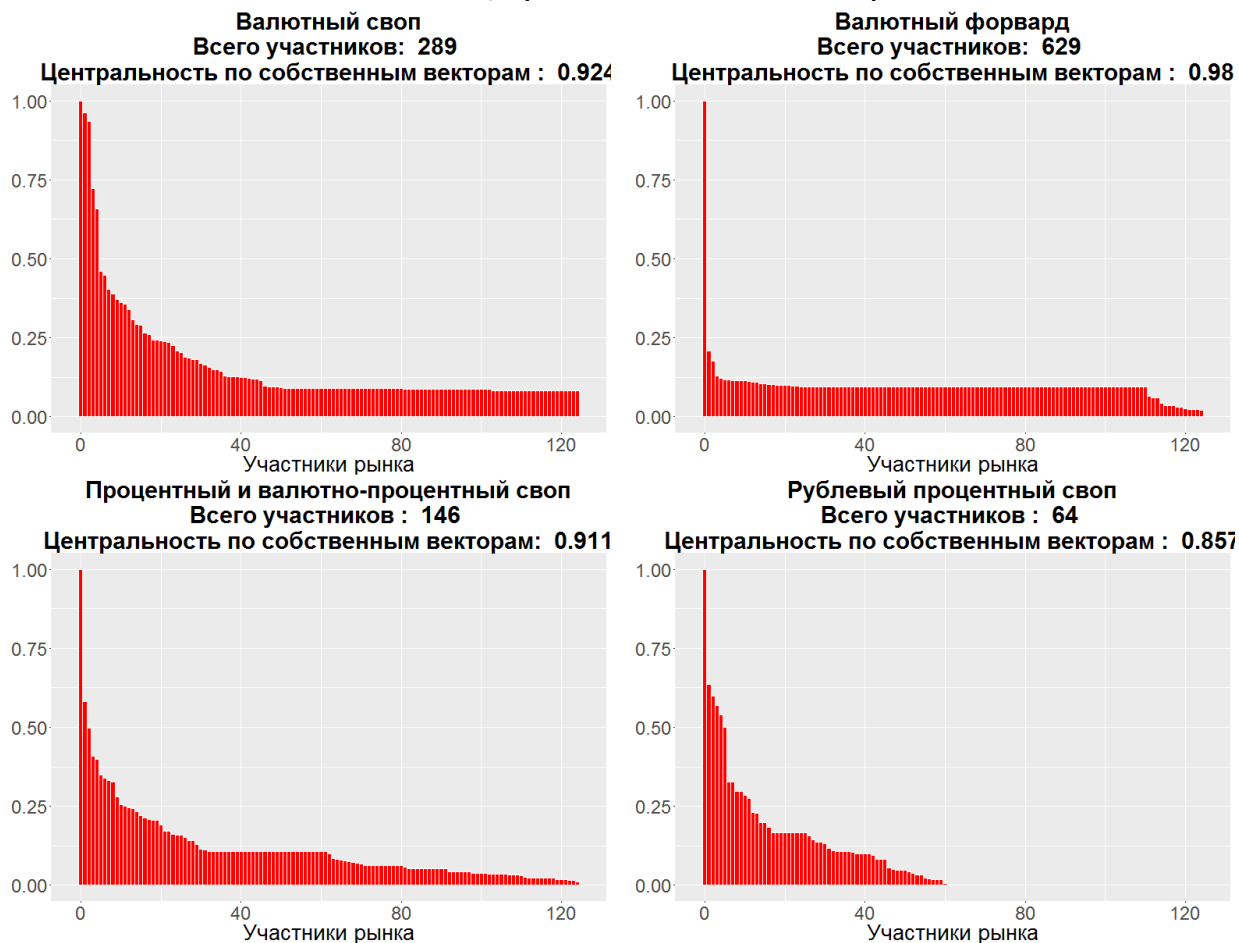
Примечание. Цветом вершин и соответствующими раскрашенными областями выделены кластеры, рассчитанные методом Walktrap. Черные ребра обозначают сделки внутри кластера, красные ребра – сделки между различными кластерами. Толщина ребер отображает объем открытой позиции.

струмента в отдельности, так и в рамках рынка исключительно процентных свопов, привязанных к рублевым номинальным суммам, что отображается показателем центральности по посредничеству (табл. 2). Данный показатель значительно ниже для рынков валютных свопов и форвардов по причине более выраженной активности участников на периферии, а также более высокой концентрации сделок участников с небольшим числом контрагентов. При этом длина посреднической цепочки на всех рынках в целом незначительна. Это говорит о том, что внебиржевые рынки валютных свопов, валютных форвардов, а также процентных и валютно-процентных свопов не имеют «посреднического» характера.

Рынок рублевых процентных свопов по своей структуре похож на весь рынок процентных и валютно-процентных свопов, хотя и обладает более высокой центральностью по близости в силу наличия более выраженного центра (рис. 7). На данном рынке на 30 декабря 2016 г. присутствовало всего 64 участника (табл. 1), выделялись отдельные игроки с повышенной активностью. Таким об-

Рисунок 8

**Распределение участников рынков валютных и процентных деривативов
по величине их центральности по собственным векторам**



разом, граф данного рынка представляет собой неоднородную структуру, особенностью которой является небольшое количество крупных сделок и значительное количество сделок с существенно меньшим объемом открытых позиций, при этом количество участников, не взаимосвязанных с остальными, низкое.

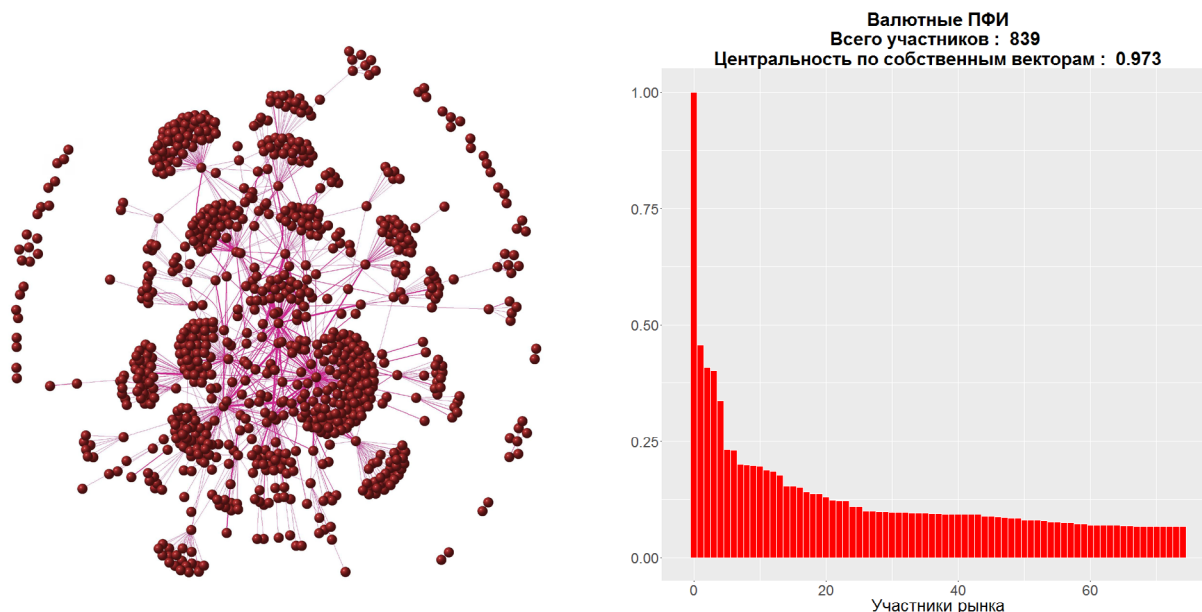
Для оценки устойчивости рассчитанных показателей центральности данные коэффициенты были перестроены по открытым позициям на каждый день с 1 октября 2015 г. по 30 декабря 2016 г. (рис. 8). В качестве бенчмарков показатели центральности были построены для полного графа с 1000 вершинами в качестве примера наименее централизованного графа и для звездчатого графа с 1000 вершинами – как пример очень централизованного графа.

Динамика показателей имеет достаточно стабильный характер, что говорит о состоятельности полученных оценок. Наблюдается небольшая скачкообразность в показателях рынка рублевых процентных свопов из-за низкого количества сделок. Например, центральность по близости рынка рублевых процентных свопов колебалась в промежутке от 0,03 до 0,14 с октября 2015 г. по декабрь 2016 г., так как в условиях закрытия старых и заключения малого количества новых сделок менялась конфигурация сети и, следовательно, степень центральности участников по отношению к центру рынка.

Важным фактором при оценивании системного риска является выделение ключевых участников, которые имеют наибольшую взаимосвязанность с остальными и фактически являются ядром рынка. Значимость участников на рынках валютных и процентных деривативов можно оценить с помощью показателя центральности по собственным векторам. Данный показатель рассчитыва-

Рисунок 9

**Граф рынков валютных свопов, валютных форвардов и валютно-процентных свопов,
построенный по открытым позициям на 30 декабря 2016 года, и распределение участников
по величине их центральности по собственным векторам**



ется итеративно и присваивает большие значения вершинам, имеющим большое количество связей с другими вершинами, у которых высокий показатель центральности по собственным векторам.

Примечательно, что центральность по собственным векторам рынка валютных форвардов стабильно находилась на уровне звездчатого графа с 1000 вершинами¹ и даже превышала его на протяжении большей части 2016 г. (рис. 6).

Распределение участников рынков валютных и процентных свопов по данному показателю достаточно равномерно (рис. 8). На данных рынках присутствует некоторый узкий круг организаций, имеющих более высокую значимость по сравнению с остальными, однако показатель центральности по собственным векторам убывает по мере уменьшения значимости без сильных выбросов. Рынок валютных форвардов имеет сильно отличающуюся структуру. На данном рынке присутствует ярко выраженное ядро с показателем центральности по собственным векторам, который в пять раз превышает следующего по значимости участника. Такая структура рынка может быть потенциальным источником системного риска в случае нарушения финансовой устойчивости «узловых» участников.

С целью оценки устойчивости крупнейших участников на рынке валютных форвардов в случае распространения «риска заражения» целесообразно провести анализ центральности по собственным векторам для интегрированного валютного рынка внебиржевых ПФИ, чтобы учесть эффект взаимосвязанности ключевых участников на разных рынках одновременно.

Интегрированный рынок инструментов «валютный своп, «валютный форвард» и «валютно-процентный своп» имеет несколько большую центральность по собственным векторам, чем рынки валютных свопов и валютно-процентных свопов по отдельности, но меньшую, чем рынок валютных форвардов (рис. 9). При этом распределение участников интегрированного рынка валютных ПФИ по величине их центральности по собственным векторам имеет равномерный характер. Это говорит о том, что российский валютный рынок имеет переплетенную структуру взаимоотношений между участниками, и вследствие этого они имеют возможность перераспределять риск между собой.

¹ Центральность по собственным векторам звездчатого графа стремится к единице при увеличении количества вершин в графе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реализация системного риска на внебиржевых рынках деривативов потенциально может оказать негативное воздействие на функционирование всей финансовой системы. Сетевой анализ рынков основных валютных и процентных внебиржевых инструментов не выявил значимых факторов, указывающих на чрезмерную зависимость участников рынка от отдельных организаций, которые могли бы стать источником системного риска в случае возникновения нарушений в их финансовой устойчивости. Этот вывод подтверждается низким значением показателя центральности по собственному вектору всех рассматриваемых рынков, который оценивает степень значимости каждой из вершин в графе. Рынок валютных форвардов имеет более высокое значение данного показателя из-за высокой концентрации открытых позиций разных участников с одними и теми же контрагентами. Однако данный эффект нивелируется тем, что российский внебиржевой валютный рынок имеет переплетенную структуру взаимоотношений между участниками, и «узловые» участники имеют множество открытых позиций на смежных рынках валютных деривативов, в частности на рынке валютных свопов и валютно-процентных свопов, что предоставляет им возможность перераспределять риск между другими участниками. Вследствие этого вероятность распространения «риска заражения» и реализации системного риска значительно ниже. Рынок процентных свопов, привязанных к рублевым номинальным стоимостям, имеет наименьшее значение показателя центральности по собственным векторам, что указывает на низкую вероятность распространения риска в случае нарушения финансовой устойчивости у какого-либо участника.

Важно отметить, что топология рассмотренных рынков указывает лишь на потенциальные риски неустойчивости финансовой системы, так как характеризует лишь структуру взаимоотношений участников, не рассматривая вопросы их индивидуальной финансовой устойчивости. Для окончательного вывода об устойчивости финансового рынка необходимо проводить стресс-тестирование. Используемые подходы показали свою эффективность в выделении системно значимых организаций и могут оказаться полезными в проведении макропруденциального стресс-тестирования. Анализ чувствительности стоимости рублевых процентных свопов к изменению уровня индикативной ставки предоставления рублевых кредитов (депозитов) на московском денежном рынке MosPrime Rate рассмотрен в Обзоре денежного рынка и рынка деривативов за III квартал 2016 г., а анализ чувствительности других сегментов внебиржевых ПФИ представлен в Обзоре рисков финансовых рынков за IV квартал 2016 года.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Статьи

- [1] D. Acemoglu, A. Ozdaglar, and A. Tahbaz-Salehi. Systemic risk and stability in financial networks. *The american economic review*, 105(2):564–608, 2015.
- [2] R. Albert, H. Jeong, and A.-L. Barabási. Error and attack tolerance of complex networks. *nature*, 406(6794):378–382, 2000.
- [3] F. Allen and D. Gale. Financial contagion. *Journal of political economy*, 108(1):1–33, 2000.
- [4] J. I. Alvarez-Hamelin, L. Dall’Asta, A. Barrat, and A. Vespignani. K-core decomposition of internet graphs: hierarchies, self-similarity and measurement biases. *arXiv preprint cs/0511007*, 2005.
- [5] I. Alves, J. Brinkhoff, S. Georgiev, J.-C. Héam, I. Moldovan, et al. Network analysis of the eu insurance sector. Technical report, European Systemic Risk Board, 2015.
- [6] R. Andersen and K. Chellapilla. Finding dense subgraphs with size bounds. In *International Workshop on Algorithms and Models for the Web-Graph*, pages 25–37. Springer, 2009.
- [7] A.-L. Barabási. *Linked: The new science of networks*, 2003.
- [8] A.-L. Barabási, R. Albert, and H. Jeong. Mean-field theory for scale-free random networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 272(1):173–187, 1999.
- [9] D. Biais, M. Flood, A. W. Lo, and S. Valavanis. A survey of systemic risk analytics. *Annu. Rev. Financ. Econ.*, 4(1):255–296, 2012.
- [10] L. Blume, D. Easley, J. Kleinberg, R. Kleinberg, and É. Tardos. Which networks are least susceptible to cascading failures? In *Foundations of Computer Science (FOCS), 2011 IEEE 52nd Annual Symposium on*, pages 393–402. IEEE, 2011.
- [11] M. Boss, H. Elsinger, M. Summer, and S. Thurner. Network topology of the interbank market. *Quantitative Finance*, 4(6):677–684, 2004.
- [12] J. Cheng, Y. Ke, S. Chu, and M. T. Özsu. Efficient core decomposition in massive networks. In *Data Engineering (ICDE), 2011 IEEE 27th International Conference on*, pages 51–62. IEEE, 2011.
- [13] P. Erdős. On the structure of linear graphs. *Israel Journal of Mathematics*, 1(3):156–160, 1963.
- [14] X. Freixas, B. M. Parigi, and J.-C. Rochet. Systemic risk, interbank relations, and liquidity provision by the central bank. *Journal of money, credit and banking*, pages 611–638, 2000.

- [15] C. Giatsidis, F. D. Malliaros, N. Tziortziotis, C. Dhanjal, E. Kiagias, D. M. Thilikos, and M. Vazirgiannis. A k-core decomposition framework for graph clustering. *arXiv preprint arXiv:1607.02096*, 2016.
- [16] C. Giatsidis, D. M. Thilikos, and M. Vazirgiannis. D-cores: Measuring collaboration of directed graphs based on degeneracy. In *Data Mining (ICDM), 2011 IEEE 11th International Conference on*, pages 201–210. IEEE, 2011.
- [17] R. A. Hanneman and M. Riddle. *Introduction to social network methods*, 2005.
- [18] H. Inaoka, T. Ninomiya, K. Taniguchi, T. Shimizu, H. Takayasu, et al. Fractal network derived from banking transaction—an analysis of network structures formed by financial institutions. *Bank Jpn Work Pap*, 4, 2004.
- [19] N. Kiyotaki and J. Moore. Credit cycles. *Journal of political economy*, 105(2):211–248, 1997.
- [20] S. Langfield, Z. Liu, and T. Ota. Mapping the uk interbank system. *Journal of Banking & Finance*, 45:288–303, 2014.
- [21] A. Lubl6y. Topology of the hungarian large-value transfer system. Technical report, MNB Occasional Papers, 2006.
- [22] S. Mart6nez-Jaramillo. An empirical study of the mexican banking systems network and its implications for systemic risk/por seraf6n mart6nez-jaramillo, bernardo bravo-benites. Technical report.
- [23] K. Moloney, O. Kenny, N. Killeen, et al. Network analysis using emir credit default swap data: micro-level evidence from irish-domiciled special purpose vehicles (spvs). *IFC Bulletins chapters*, 41, 2016.
- [24] J. M6ller. Interbank credit lines as a channel of contagion. *Journal of Financial Services Research*, 29(1):37–60, 2006.
- [25] C. Plosser. Redesigning financial system regulation: a speech at the new york university conference "restoring financial stability: How to repair a failed system,"march 6, 2009. Speech 25, Federal Reserve Bank of Philadelphia, 2009.
- [26] P. Pons and M. Latapy. Computing communities in large networks using random walks. In *International Symposium on Computer and Information Sciences*, pages 284–293. Springer, 2005.
- [27] S. B. Seidman. Network structure and minimum degree. *Social networks*, 5(3):269–287, 1983.
- [28] K. Soram6ki, M. L. Bech, J. Arnold, R. J. Glass, and W. E. Beyeler. The topology of interbank payment flows. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 379(1):317–333, 2007.
- [29] S. Vivier-Lirimont. Contagion in interbank debt networks. *Working Paper2006*, 2006.
- [30] S. Wasserman and K. Faust. *Social network analysis: Methods and applications*, volume 8. Cambridge university press, 1994.
- [31] R. Wilson and J. Watkins. *Graphs: an introductory approach*; john wiley& sons. *Inc: New York*, 1990.

- [32] J. Yellen. Interconnectedness and systemic risk: Lessons from the financial crisis and policy implications: a speech at the american economic association/american finance association joint luncheon, san diego, california, january 4, 2013. Technical report, Board of Governors of the Federal Reserve System (US), 2013.
- [33] Y. Zhang and S. Parthasarathy. Extracting analyzing and visualizing triangle k-core motifs within networks. In *Data Engineering (ICDE), 2012 IEEE 28th International Conference on*, pages 1049–1060. IEEE, 2012.
- [34] А.В. Леонидов, Е.Л. Румянцев. Оценка системных рисков межбанковского рынка России на основе сетевой топологии. *Журнал Новой экономической ассоциации*, 3(19):65–80, 2013.
- [35] К.А. Славнов. Анализ социальных графов. [Электронный ресурс] URL: http://www.machinelearning.ru/wiki/images/6/60/2015_417_SlavnovKA.pdf, 2015.
- [36] Обзоры денежного рынка за 2013-2014 гг. *Официальный сайт Центрального Банка Российской Федерации [Электронный ресурс]*, 2013–2014.

Статистические пакеты

- [1] B. Auguie. *gridExtra: Miscellaneous Functions for "Grid"Graphics*, 2016. R package version 2.2.1.
- [2] S. Bender-deMoll. *ndtv: Network Dynamic Temporal Visualizations*, 2016. R package version 0.10.0.
- [3] C. T. Butts. network: a package for managing relational data in r. *Journal of Statistical Software*, 24(2), 2008.
- [4] C. T. Butts. *network: Classes for Relational Data*. The Statnet Project (<http://statnet.org>), 2015. R package version 1.13.0.
- [5] G. Csardi and T. Nepusz. The igraph software package for complex network research. *InterJournal, Complex Systems*:1695, 2006.
- [6] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2016.
- [7] H. Wickham. Reshaping data with the reshape package. *Journal of Statistical Software*, 21(12):1–20, 2007.
- [8] H. Wickham. *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer-Verlag New York, 2009.
- [9] Y. Xie. animation: An R package for creating animations and demonstrating statistical methods. *Journal of Statistical Software*, 53(1):1–27, 2013.
- [10] Y. Xie, C. Mueller, L. Yu, and W. Zhu. *animation: A Gallery of Animations in Statistics and Utilities to Create Animations*, 2015. R package version 2.4.