

Выборочные примеры задач по темам квалификационного экзамена для лиц, желающих вступить в саморегулируемую организацию актуариев

Финансовая математика

1. Кредит размером 165 000 рублей выплачивается ежеквартальными платежами (в конце каждого периода) в течение 20 лет. Размер периодических платежей по кредиту каждые 4 года пересматривается и увеличивается на 800 рублей. Платежи по кредиту были посчитаны по номинальной ставке 2% годовых, с ежеквартальным начислением процентов. Определите размер изначального периодического платежа.

Варианты ответов:

- а) 1090
- б) 1033
- в) 976
- г) 919
- д) 862

Сумма баллов: 4.

Правильный ответ

- б) 1033

Решение:

1) $\frac{0,02}{4} = 0,005$ (т. е. 0,5% в квартал)

2) Тогда имеем:

$$165000 = Xa_{\overline{80}|} + 800v^{16}a_{\overline{64}|} + 800v^{32}a_{\overline{48}|} + 800v^{48}a_{\overline{32}|} + 800v^{64}a_{\overline{16}|} @0,5\%$$

3) где, например, $a_{\overline{64}|} = \frac{1 - v^{64}}{0,5\%} @0,5\%$

4) Вычисляя значения, находим X

$$X = \frac{165000 - 97040,5}{65,85} = 1033$$

2. Кредит выплачивается в течение 25 лет ежегодными платежами (выплачиваемыми в конце года). Первая выплата равна 14250 рублей. Каждая последующая выплата больше предыдущей на 550 рублей. Найдите размер выплачиваемого тела кредита на 17ой выплате, если эффективная ставка составляет 6% годовых.

Варианты ответов:

- а) 13947,23
- б) 13602,15
- в) 13382,21
- г) 13107,21
- д) 12832,21

Сумма баллов: 3.

Правильный ответ

- д) 12832,21

Решение:

1) Оставшийся кредит после 16ой выплаты:

$$Loan = (14250 - 550 + (17 - 1) \cdot 550)a_{\overline{9}|} + 550(Ia)_{\overline{9}|} @ 6\%$$

2) По данным иллюстративных таблиц $a_{\overline{9}|} = 6,8$; $(Ia)_{\overline{9}|} = 31,38$. Откуда $Loan = 170296,43$

3) Искомая величина равна $14250 - 550 + 17 \cdot 550 - 0,06 \cdot 170296,43 = 12832,21$

3. У инвестора есть выбор: инвестировать на 4 года по ставке 3% годовых, а потом на 1 год по ставке $x\%$ годовых или инвестировать на 3 года по ставке 2,5% годовых, а потом на 2 года по ставке 4% годовых. Найти годовую процентную ставку x , при которой эти варианты эквивалентны, при условии, что все используемые процентные ставки сложные.

Варианты ответов:

- а) 2,85%
- б) 3,17%
- в) 3,49%
- г) 3,81%
- д) 4,13%

Сумма баллов: 2.

Правильный ответ:

- в) 3,49%

Решение:

- 1) Уравнение эквивалентности имеет вид: $(1 + 0,03)^4(1 + x)^1 = (1 + 0,025)^3(1 + 0,04)^2$
- 2) Откуда $x=3,49\%$

4. По условиям эмиссии облигационного выпуска предусмотрена оферта по цене 100 рублей через 21 год. Инвестор покупает облигации этого выпуска по цене 97,5 рублей. Купон выплачивается один раз в полгода в конце периода. Эффективная доходность к оферте составляет 6% годовых. Определить годовую ставку купона, выплачиваемого по облигациям данного выпуска.

Варианты ответов:

- а) 5,7%
- б) 5,2%
- в) 4,7%
- г) 4,2%
- д) 3,7%

Сумма баллов: 2.

Правильный ответ:

- а) 5,7%

Решение:

1) Коэффициент дисконтирования, соответствующий процентной ставке 6%

$$v = \frac{1}{(1+i)} = \frac{1}{(1+0,06)} = 0,94340$$

Тогда $v^{21} = 0,29416$

2) Уравнение для текущей стоимости облигации относительно неизвестной годовой ставки купона g имеет вид:

$$97,5 = 100v^{21} + 100ga_{21;6\%}^{(2)},$$

$$a_{21;6\%}^{(2)} = 11,93797.$$

Отсюда находим

$$g = \frac{97,5 - 29,416}{100 \cdot 11,9380} = 5,7\%$$

5. Кредит в размере 8000 рублей выдан на 8 лет. Для его погашения создается фонд на срок выдачи кредита, на средства фонда начисляются проценты по ставке 8% годовых. Проценты по кредиту погашаются отдельно. Чему равна накопленная стоимость фонда на конец пятого года, если взносы в фонд производятся ежегодно в конце года и увеличиваются каждый год на 100 рублей?

Варианты ответов:

- а) 3717,85
- б) 3697,85
- в) 3677,85
- г) 3657,85
- д) 3637,85

Сумма баллов: 3.

Правильный ответ:

- в) 3677,85

Решение:

Накопленная стоимость фонда на конец восьмого года должна быть равна величине займа. Обозначая через R величину первоначального взноса в фонд, а через $S_{8;0,08}$ накопленную на конец 8 года стоимость единичной ренты постнумерандо по ставке 8% годовых, можем записать уравнение для накопленной стоимости фонда на конец восьмого года

$$R \cdot S_{8;0,08} + \frac{100}{0,08} (S_{8;0,08} - 8) = 8000$$

Отсюда находим размер начального взноса в фонд

$$R = \frac{1}{S_{8;0,08}} \left(8000 + \frac{8 \cdot 100}{0,08} \right) - \frac{100}{0,08} = 442,26569$$

Тогда накопленный на конец 5 года фонд, обозначим его S , составит:

$$S = \left(R + \frac{100}{0,08} \right) S_{5;0,08} - \frac{5 \cdot 100}{0,08} = 3677,85$$

Актuarная математика

6. Страхователь возраста $x = (55)$ заключил со страховой организацией срочный договор страхования на 15 лет следующего содержания. Страховая сумма в случае смерти выплачивается незамедлительно и равна $400000 \cdot (1 + 0,2t)$, где t - целое число лет, прошедших с момента заключения договора. Страховые премии уплачиваются ежемесячно (в начале месяца) в течение всего срока действия полиса или до момента смерти соответственно. Используя иллюстративные таблицы смертности при значении процентной ставки 6%, найдите ежемесячную нетто-премию для такого договора.

Варианты ответов:

- а) 694,21
- б) 769,88
- в) 845,54
- г) 921,21
- д) 996,88

Сумма баллов: 4.

Правильный ответ:

- г) 921,21

Решение:

$$1) 12P \cdot \ddot{a}_{55:\overline{15}|}^{(12)} = (400000 - 0,2 \cdot 400000) \cdot \overline{A}_{55:\overline{15}|}^1 + 0,2 \cdot 400000 \cdot (\overline{IA})_{55:\overline{15}|}^1$$

$$2) \ddot{a}_{55:\overline{15}|}^{(12)} = \ddot{a}_{55:\overline{15}|} - \frac{11}{24}(1 - v^{15} {}_{15}p_{55}) = \ddot{a}_{55} - v^{15} {}_{15}p_{55} \ddot{a}_{55+15} - \frac{11}{24}(1 - v^{15} {}_{15}p_{55}) = 9,43$$

$$3) \overline{A}_{55:\overline{15}|}^1 = (1 + i)^{0,5} (A_{55:\overline{15}|} - v^{15} {}_{15}p_{55}) = (1 + i)^{0,5} (1 - d \ddot{a}_{55:\overline{15}|} - v^{15} {}_{15}p_{55}) = (1 + i)^{0,5} (1 - d(\ddot{a}_{55} - v^{15} {}_{15}p_{55} \ddot{a}_{55+15}) - v^{15} {}_{15}p_{55}) = 0,107$$

$$4) (\overline{IA})_{55:\overline{15}|}^1 = (1 + i)^{0,5} (IA_{55} - v^{15} {}_{15}p_{55} IA_{55+15} - 15v^{15} {}_{15}p_{55} A_{55+15}) = 0,875$$

Тогда

$$12P \cdot 9,43 = 104260,00$$

$$\text{Откуда } P = 921,21$$

7. Найдите значение $(I\bar{a})_x$ если известно значение $\mu_x=0,04$ и значение $\delta=7\%$ в год.

Варианты ответов:

- а) 80,61
- б) 82,83
- в) 85,05
- г) 87,27
- д) 89,49

Сумма баллов: 3.

Правильный ответ

г) 87,27

Решение:

$$1) (I\bar{a})_x = \int_0^1 v^t {}_t p_x dt + 2 \int_1^2 v^t {}_t p_x dt + 3 \int_2^3 v^t {}_t p_x dt + \dots$$

$$2) v^t {}_t p_x = e^{-\mu} e^{-\delta} = e^{-0,11} \text{ поскольку константы, то}$$

$$(I\bar{a})_x = \{1 + 2e^{-0,11} + 3(e^{-0,11})^2 + 4(e^{-0,11})^3 + \dots\} \cdot \bar{a}_1|_{\text{сила роста}=0,11}$$

$$3) = \frac{1}{(1-e^{-0,11})^2} \cdot \frac{(1-e^{-0,11})}{0,11} \text{ (фигурные скобки раскрываются как производная выражения)}$$

$$=87,27$$

8. Страховая организация продала 01.01.2018 года 700 полисов пожизненной ренты застрахованным возраста 60 лет. По каждому договору предусмотрена ежегодная выплата размером 24000 рублей, выплачиваемая в начале года. В течение 2018 года умерло 9 застрахованных. Посчитайте прибыль от смертности, если страховщик в качестве резервного базиса использует Актuarные иллюстративные таблицы смертности с $i=6\%$.

Варианты ответов:

- а) 367449
- б) 539559
- в) 529060
- г) -529060
- д) -539559

Сумма баллов: 3.

Правильный ответ

- в) 529060

Решение:

$$DSAR = 0 - (\text{выплата } 31.12 + \text{резерв } 31.12) = -24000\ddot{a}_{60+1}$$

$$1) \text{ Expected } DS = -q_{60} \cdot 700 \cdot 24000 \ddot{a}_{60+1} = -1974380$$

$$2) \text{ Actual } DS = -9 \cdot 24000 \ddot{a}_{60+1} = -2503440$$

$$3) \text{ Прибыль} = EDS - ADS = -1974380 + 2503440 = 529060$$

9. Интенсивность смертности подчиняется закону Мейкхэма $\mu(t)=A+Bc^t$. Найдите вероятность того, что человек, точный возраст которого $x = 51$ год проживет ещё $t = 6$ лет, а затем умрет в следующие $u = 3$ года, если $A=0,019$; $B=0,01$ и $c=1,011$.

Варианты ответов:

а) 0,086

б) 0,079

в) 0,072

г) 0,065

д) 0,058

Сумма баллов: 4.

Правильный ответ

а) 0,086

Решение:

1) Функция дожития $s(t) = \exp \left\{ - \int_0^t \mu(y) dy \right\} = \exp \left\{ -At - \frac{B}{\ln c} (c^t - 1) \right\}$.

Искомая вероятность равна ${}_t|uq_x = {}_t p_x \cdot uq_{x+t}$

где

2) ${}_t p_x = \frac{s(x+t)}{s(x)} = \exp \left\{ -At - \frac{B}{\ln c} c^x (c^t - 1) \right\}$

3) $uq_{x+t} = 1 - {}_u p_{x+t} = 1 - \exp \left\{ -Au - \frac{B}{\ln c} c^{x+t} (c^u - 1) \right\}$

4) Подставляя в эти формулы значения параметров из условия задачи, получим

$${}_6 p_{51} = \exp \left\{ -0,019 \cdot 6 - \frac{0,01}{\ln 1,011} 1,011^{51} (1,011^6 - 1) \right\} = 0,80064$$

$${}_3 q_{51+6} = 1 - \exp \left\{ -0,019 \cdot 3 - \frac{0,01}{\ln 1,011} 1,011^{51+6} (1,011^3 - 1) \right\} = 0,10765$$

$${}_6|_3 q_{51} = {}_6 p_{51} \cdot {}_3 q_{51+6} = 0,086$$

10. Предприятие заключило договор с пенсионным фондом. В соответствии с этим договором предприятие в течение трех лет в начале каждого года выплачивает пенсионному фонду взнос за сотрудника, точный возраст которого на момент заключения договора 55 лет. Взамен этого пенсионный фонд обязуется по достижении сотрудником 58 лет выплачивать ему ежегодную пенсию пренумерандо в размере 60 000 руб. Начальные издержки фонда составляют 18% от величины годового взноса, издержки в начале второго и третьего годов действия договора равны 4,5% от величины годового взноса, издержки при выплате пенсий составляют от 2,5% годовой пенсии и возникают в начале каждого года. Резерв на начало действия договора равен 0, на конец первого года 269 979,19 руб., на конец второго года 580 095,10 руб. Базисная ставка для расчета резервов 4%, базисная ставка для расчета прибыли 7%. Период селекции составляет 2 года. Чему равна маржа прибыли, если ставка дисконта 10%.

Варианты ответов:

а) 4,57%

б) 4,07%

в) 3,57%

г) 3,07%

д) 2,57%

Сумма баллов: 5.

Правильный ответ

а) 4,57%

Решение:

Введем обозначения

G – годовой взнос

$P = 60\,000$ – пенсия

${}_tV$ – резерв на конец года t

$e_x = 18\%$ – начальные издержки

$e_{x_1} = 4,5\%$ – издержки в начале второго и третьего года

$e_{x_2} = 2,5\%$ – издержки связанные с выплатой пенсий.

$${}_0V = 0$$

$${}_1V = 269979,19$$

$${}_2V = 580095,10$$

$${}_3V = P \cdot (1 + e_{x_2}) \cdot \ddot{a}_{[55]+3} = P \cdot 1,025 \cdot \ddot{a}_{58} = 60000 \cdot 1,025 \cdot 14,7 = 904050$$

$$\ddot{a}_{58} = 14,7 \text{ (значение из таблицы для ставки 4\%)}$$

Аналогично, используя таблицы смертности, получим

$$p_{[55]} = 1 - q_{[55]} = 0,9964;$$

$$p_{[55]+1} = 1 - q_{[55]+1} = 0,99504;$$

$$p_{[55]+2} = 1 - q_{[55]+2} = 0,99198;$$

$${}_2p_{[55]} = p_{[55]} \cdot p_{[55]+1} = 0,99148;$$

$${}_3p_{[55]} = p_{[55]} \cdot p_{[55]+1} \cdot p_{[55]+2} = 0,98353.$$

$${}_0V = (1 + ex_2)P \cdot \ddot{a}_{58} \cdot \frac{{}_3p_{55}}{(1 + 0,04)^3} + (Ex - ex_1)G - (1 - ex_1) \cdot G \cdot \ddot{a}_{55:3|}$$

$$G = \frac{1,025P \cdot \ddot{a}_{58} \cdot {}_3p_{55}}{(1,04)^3(0,955 \cdot \ddot{a}_{55:3|} - 0,135)} = \frac{1,025 \cdot 60000 \cdot 14,7 \cdot 0,98353}{(1,04)^3(0,955 \cdot 2,87478 - 0,135)} = 302810,2$$

Величина прибыли

$$PR_0 = -Ex \cdot G = -0,18 \cdot 302810,2 = -54505,84$$

$$PR_1 = ({}_0V + G)(1 + i) - {}_1V \cdot p_{[55]} = 302810,2 \cdot 1,07 - 269979,19 \cdot 0,99642 = 54994,25274$$

$$PR_2 = ({}_1V + 0,955G)(1 + i) - {}_2V \cdot p_{[55]+1}$$

$$PR_2 = (269979,19 + 0,955 \cdot 302810,2) \cdot 1,07 - 580095,10 \cdot 0,99504 = 21086,51096$$

$$PR_3 = ({}_2V + 0,95G)(1 + i) - {}_3V \cdot p_{[55]+2}$$

$$PR_3 = (580095,10 + 0,955 \cdot 302810,2) \cdot 1,07 - 904050 \cdot 0,98735 = 33328,84397$$

Маржа прибыли вычисляется как отношение $\frac{NPV}{G \cdot \ddot{a}_{55:3|}}$

При рисковой ставке $r=10\%$ имеем

$$\ddot{a}_{55:3|} = 1 + \frac{p_{[55]}}{(1+r)} + \frac{{}_2p_{55}}{(1+r)^2} = 1 + \frac{0,99642}{1,1} + \frac{0,99148}{1,1^2} = 2,72524$$

$$G \cdot \ddot{a}_{55:3|} = 302810,2 \cdot 2,72524 = 825230,87812$$

$$NPV = PR_0 + \frac{PR_1}{1+r} + \frac{PR_2 \cdot p_{[55]}}{(1+r)^2} + \frac{PR_3 \cdot {}_2p_{[55]}}{(1+r)^3}$$

$$NPV = -54505,84 + \frac{54994,25}{1,1} + \frac{21086,51 \cdot 0,99642}{(1,1)^2} + \frac{33328,84 \cdot 0,99148}{(1,1)^3} = 37680,528151$$

Маржа прибыли

$$\frac{NPV}{G \cdot \ddot{a}_{55:3|}} = \frac{37680,528151}{825230,8781} = 0,04566$$

Таким образом, маржа прибыли составит 4,57%

Теория риска

11. Число страховых случаев за месяц имеет распределение Пуассона с параметром 10. Страховые случаи разбиваются на три категории: 1) легкие; 2) средние; 3) тяжелые. Соответствующие вероятности равны 0,7; 0,1; 0,2. Найти вероятность того, что произойдет более двух тяжелых страховых случаев.

Варианты ответов:

- а) 0,32
- б) 0,36
- в) 0,40
- г) 0,44
- д) 0,48

Сумма баллов: 3.

Правильный ответ

- а) 0,32

Решение:

1) Количество тяжелых страховых случаев имеет распределение Пуассона с

параметром $\lambda_3 = 10 \cdot 0,2 = 2$

2) Вероятность того, что за месяц произойдет k тяжелых страховых случаев, равна

$$P_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \frac{2^k}{k!} e^{-2}$$

Следовательно $P_0 = e^{-2}$; $P_1 = 2e^{-2}$; $P_2 = 2e^{-2}$.

3) Искомая вероятность $P = 1 - (e^{-2} + 2e^{-2} + 2e^{-2}) = 0,32$.

12. Страховой агент получает вознаграждение, если по заключенным им договорам убыточность меньше чем 70%. Известно, что:

1. убыточность рассчитывается как отношение всех выплаченных страховых возмещений к собранным премиям;
2. агент получает долю от собранной премии, равную 1/3 разности между 70% и убыточностью;
3. вознаграждение не платится, если убыточность больше 70%;
4. агент заключил ряд договоров с общей премией Р равной 500000 рублей;
5. суммарные потери по договорам распределены по закону Парето:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{S}{x+S}\right)^k, X > 0, S = 600000, k = 3$$

Подсчитайте ожидаемое вознаграждение.

Варианты ответов:

- а) 56 802
- б) 56 679
- в) 56 556
- г) 56 433
- д) 56 310

Сумма баллов: 4.

Правильный ответ

в) 56 556

Решение:

Пусть S – суммарные потери, тогда

$$\text{Вознаграждение} = \begin{cases} 0, & \text{если } S \geq 70\% \cdot 500\,000 = 350\,000 \\ \frac{1}{3} \left(0,7 - \frac{S}{600\,000}\right) \cdot 600\,000, & \text{если } S < 350\,000 \end{cases}$$

Тогда ожидаемое вознаграждение равно:

$$\begin{aligned} & \int_0^{350\,000} \frac{350\,000 - x}{3} d(1 - F(x)) \\ &= -\frac{350\,000 - x}{3} (1 - F(x)) \Big|_0^{350\,000} - \int_0^{350\,000} (1 - F(x)) d\frac{x}{3} \\ &= \frac{350\,000}{3} - \frac{1}{3} \int_0^{350\,000} \left(\frac{600\,000}{x + 600\,000}\right)^3 dx \\ &= \frac{350\,000}{3} + \frac{1}{6} \left(\frac{600\,000}{x + 600\,000}\right)^2 \cdot 600\,000 \Big|_0^{350\,000} \\ &= \frac{350\,000}{3} + \frac{600\,000}{6} \left(\left(\frac{600\,000}{600\,000 + 350\,000}\right)^2 - 1 \right) = 56\,556 \end{aligned}$$

13. Монета со смещенным центром тяжести имеет неизвестную постоянную вероятность выпадения орла p (случайная величина). Изначально предполагалось, что вероятность того, что значение p равно 0,3 равно 0,35. Т.е. $P(p=0,3)=0,35$. А вероятность того, что значение p равно 0,7 равно 0,65. Т.е. $P(p=0,7)=0,65$. Монета была подброшена 5 раз и 2 раза выпал орел. Найдите вероятность того, что значение $p=0,3$ после проведенного подбрасывания монеты.

Варианты ответов:

- а) 68%
- б) 65%
- в) 62%
- г) 59%
- д) 56%

Сумма баллов: 3.

Правильный ответ

д) 56%

Решение:

(формула Байеса)

$$1) P(p = 0,3|2 \text{ орла}) = \frac{P(2 \text{ орла}|p = 0,3)P(p = 0,3)}{P(2 \text{ орла})}$$

$$2) P(2 \text{ орла}) = P(2 \text{ орла} | p = 0,3)P(p = 0,3) + P(2 \text{ орла} | p = 0,7)P(p = 0,7) = \\ C_2^5 \cdot 0,30^2 \cdot (1 - 0,30)^3 \cdot 0,35 + C_2^5 \cdot 0,7^2 \cdot (1 - 0,7)^3 \cdot 0,65 = 10 \cdot (0,0108 + 0,0086) = \\ 0,194$$

$$3) \text{ Тогда } (p = 0,30|2 \text{ орла}) = \frac{10 \cdot 0,0108}{0,194} = 0,56$$

14. Вычислите вероятность того, что размер исков к страховой компании будет в диапазоне от 1450 до 2050 рублей, если величина индивидуального иска имеет распределение Парето с функцией плотности $f_X(x) = \alpha \lambda^\alpha (\lambda + x)^{-\alpha-1}$ и параметрами $\alpha=0,5$ и $\lambda=500$.

Варианты ответов:

- а) 0,08356
- б) 0,07356
- в) 0,06356
- г) 0,05356
- д) 0,04356

Сумма баллов: 5.

Правильный ответ

в) 0,06356

Решение:

Получим функцию распределения Парето:

$$\begin{aligned} F_X(x) &= \alpha \lambda^\alpha \int_0^x \frac{1}{(\lambda + t)^{\alpha+1}} dt = \{u = \lambda + t\} = \alpha \lambda^\alpha \int_\lambda^{x+\lambda} \frac{1}{u^{\alpha+1}} du \\ &= \lambda^\alpha \left(\lambda^{-\alpha} - (x + \lambda)^{-\alpha} \right) = 1 - \left(\frac{\lambda}{x + \lambda} \right)^\alpha \end{aligned}$$

Тогда вероятность того что величина иска будет в диапазоне от 1450 до 2050 рублей равна

$$F_X(2050) - F_X(1450) = \left(\frac{\lambda}{1450+\lambda} \right)^\alpha - \left(\frac{\lambda}{2050+\lambda} \right)^\alpha = 0,06356$$

15. Вычислите приближенную вероятность окончательного разорения страховой организации, если величина премии равна 400 рублей, величины индивидуальных убытков независимы и имеют нормальное распределение $N(380,400)$, начальный капитал компании равен 30 рублей. Процесс получения премий страховой организацией дискретный.

Варианты ответов:

- а) 0,04979
- б) 0,04479
- в) 0,03979
- г) 0,03479
- д) 0,02979

Сумма баллов: 3.

Правильный ответ

- а) 0,04979

Решение:

1) Приближенная вероятность окончательного разорения определяется по формуле

$$\psi(u) = e^{-\hat{R}u}$$

где

u – начальный капитал компании,

\hat{R} – коэффициент Лундберга

2) Коэффициент Лундберга \hat{R} по определению является положительным корнем уравнения $e^{-rc}M_X(r) = 1$

или корнем эквивалентного уравнения $\ln M_X(r) = rc$,

где c – величина уплачиваемой премии

3) В нашем случае X имеет нормальное распределение $N(\mu, \sigma^2)$, а значит

$$\ln M_X(r) = \mu r + \frac{\sigma^2 r^2}{2}$$

Тогда, решая уравнение $\mu r + \frac{\sigma^2 r^2}{2} = rc$ относительно неизвестного r получим

$$\hat{R} = \frac{2(c - \mu)}{\sigma^2}$$

откуда

$$\hat{R} = \frac{2(400 - 380)}{400} = 0,1$$

Окончательно

$$\psi(u) = e^{-0,1 \cdot 30} = 0,04979$$

Инвестиции

16. Инвестор открыл портфельную сделку, купив 180 акций компании А и 230 акций компании В. Спустя год он закрыл сделку. Найти реальную чистую эффективную годовую доходность сделки используя приведенные в таблице данные. Комиссия взимается при покупке и продаже акций, налог взимается с сальдо полного дохода.

Активы	Начальная цена (руб.)	Конечная цена (руб.)	Дивиденды за период сделки (руб.)
А	118,00	153,00	15,00
В	185,00	216,00	14,00
Комиссия	Налог	Годовой темп инфляции	
3%	13%	4%	

Варианты ответов:

- а) 15,40%
- б) 17,71%
- в) 20,02%
- г) 22,33%
- д) 24,64%

Сумма баллов: 3.

Правильный ответ

- а) 15,40%

Решение:

Введем необходимые обозначения:

$P_0(A)$ – начальная цена акций компании А

$P_0(B)$ – начальная цена акций компании В

$P_1(A)$ – конечная цена акций компании А

$P_1(B)$ – конечная цена акций компании В

$D(A)$ – дивиденды на акцию компании А

$D(B)$ – дивиденды на акцию компании В

комиссия – α

ставка налога – γ

годовой темп инфляции – δ

$N(A)$ – число акций компании А

$N(B)$ – число акций компании В

Инвестиции

Начальная стоимость портфеля составит

$$\begin{aligned} P_0 &= P_0(A) \cdot N(A) \cdot (1 + \alpha) + P_0(B) \cdot N(B) \cdot (1 + \alpha) \\ &= 180 \cdot 118 \cdot (1 + 0,03) + 230 \cdot 185 \cdot (1 + 0,03) = 65703,70 \end{aligned}$$

Ценовой доход

$$\begin{aligned} I_P &= (P_1(A) \cdot (1 - \alpha) - P_0(A) \cdot (1 + \alpha)) \cdot N(A) + (P_1(B) \cdot (1 - \alpha) - P_0(B) \cdot (1 + \alpha)) \cdot N(B) \\ &= (153 \cdot (1 - 0,03) - 118 \cdot (1 + 0,03)) \cdot 180 \\ &\quad + (216 \cdot (1 - 0,03) - 185 \cdot (1 + 0,03)) \cdot 230 = 9199,70 \end{aligned}$$

Дивидендный доход

$$I_D = D(A) \cdot N(A) + D(B) \cdot N(B) = 180 \cdot 15 + 230 \cdot 14 = 5920,00$$

Полный доход

$$I_T = I_P + I_D = 9199,70 + 5920,00 = 15\,119,70$$

Чистый доход после вычета налогов

$$I_C = I_T \cdot (1 - \gamma) = 15\,119,70 \cdot (1 - 0,13) = 13154,14$$

Чистая номинальная доходность после вычета налогов

$$r_{\text{ном}} = \frac{I_T}{P_0} = \frac{13154,14}{65703,7} = 20,02\%$$

Чистая реальная доходность сделки

$$r_{\text{реал}} = \frac{r_{\text{ном}} - \delta}{1 + \delta} = \frac{0,2002 - 0,04}{1 + 0,04} = 15,40\%$$

Инвестиции

17. Инвестор приобрел купонную облигацию номиналом 1000 рублей и сроком до погашения 3 года по цене 860 рублей. Купон выплачивается один раз в конце года по ставке 6% годовых. Определите теоретическую ставку спот для трех лет при условии, что спот ставки для одного года и для двух лет равны, соответственно, 7% и 8% годовых.

Варианты ответов:

- а) 12,10%
- б) 11,38%
- в) 10,66%
- г) 9,94%
- д) 9,22%

Сумма баллов: 2.

Правильный ответ

- а) 12,10%

Решение:

1) Теоретическая ставка спот на три года определяется из уравнения для современной стоимости облигации:

$$860 = \frac{60}{(1 + 0,07)} + \frac{60}{(1 + 0,08)^2} + \frac{60 + 1000}{(1 + x)^3}$$

2) Отсюда

$$x = \left(\frac{1060}{860 - \frac{60}{(1 + 0,07)} - \frac{60}{(1 + 0,08)^2}} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 = 12,10\%$$

Инвестиции

18. Инвестиционный фонд 31.12.2014 имел рыночную стоимость 1,5 млн руб. 31.12.2015 был осуществлен дополнительный взнос средств в размере 1,77 млн руб. Годовая взвешенная по деньгам ставка доходности за период с 31.12.2014 до 31.12.2018 составила 17,32%. Определите стоимость фонда на 31.12.2018.

Варианты ответов:

- а) 5,7 млн руб.
- б) 5,8 млн руб.
- в) 5,9 млн руб.
- г) 6,0 млн руб.
- д) 6,2 млн руб.

Сумма баллов: 2.

Правильный ответ

- а) 5,7 млн руб.

Решение:

Стоимость фонда может быть рассчитана следующим образом:

$$1,5 \cdot (1 + 17,32\%)^4 + 1,77 \cdot (1 + 17,32\%)^3 = 5,7$$

19. Цена спот акции 155 рублей, через 5 месяцев по акции выплачиваются дивиденды. 9-месячная форвардная цена акции равна 162 рубля. Определить размер дивидендных выплат на 1 акцию, если безрисковая процентная ставка при непрерывном начислении процентов на 5 месяцев равна 8,5% годовых, а на 9 месяцев равна 9,5%.

Варианты ответов:

- а) 5,29 рублей
- б) 4,29 рублей
- в) 3,29 рублей
- г) 2,29 рублей
- д) 1,29 рублей

Сумма баллов: 2.

Правильный ответ

- б) 4,29 рублей

Решение:

1) Если дивиденд выплачивается по акции в течение действия форвардного контракта, то форвардная цена акции определяется по формуле:

$$F = (S - de^{-r_d t_d})e^{r_F t_F}$$

где

F – форвардная цена акции

S – цена спот акции

d – дивиденды на акцию

r_d – безрисковая процентная ставка на срок до выплаты дивидендов,

t_d – срок до выплаты дивидендов,

r_F – безрисковая процентная ставка на срок форвардного контракта,

2) Следовательно

$$d = (S - Fe^{-r_F t_F})e^{r_d t_d}$$

$$d = (155 - 162e^{-0,095 \cdot 9/12})e^{0,085 \cdot 5/12} = 4,29$$

Инвестиции

20. Инвестор продал трехмесячный европейский пут опцион на акцию некоторой компании и приобрел трехмесячные фьючерсы на ту же акцию. Параметры заключенных контрактов представлены ниже.

Инструмент	Цена исполнения (руб.)	Цена приобретения (руб.)	Объем (кол-во акций)
Фьючерс	175		75
Опцион	135	2,7	100

К моменту окончания контрактов цена акции составила 140 руб. Определите финансовый результат для инвестора.

Варианты ответов:

- а) -2855
- б) -2355
- в) 0
- г) 2895
- д) 2445

Сумма баллов: 3.

Правильный ответ

- б) -2355

Решение:

1) Для проданных опционов пут финансовый результат можно записать в виде:

$$N_p(P_p - \max(0; K_p - S))$$

где

N_p – объем опционного контракта;

P_p – цена опциона;

K_p – цена исполнения опциона

S – цена акции на дату исполнения опциона;

2) для купленных фьючерсов финансовый результат определяется как: $N_F(S - K_F)$

где

N_F – объем фьючерсного контракта;

K_F – цена исполнения фьючерсного контракта;

S – цена акции на дату исполнения фьючерсного и опционного контракта;

3) Общий финансовый результат определяется следующим образом:

$$PL = N_p(P_p - \max(0; K_p - S)) + N_F(S - K_F)$$

$$PL = 100 \cdot (2,7 - \max(0; 135 - 140)) + 75 \cdot (140 - 175) = -2355$$

Актuarная практика и нормативно-правовые основы деятельности актуариев

21. Что из перечисленного согласно федеральному стандарту актуарной деятельности «Актuarная деятельность по тарификации страхования жизни» не включает в себя формульный метод расчета базового тарифа:

- 1) учет расходов, которые выражаются в процентах от страховой суммы или брутто-премии по договору страхования или в денежных единицах на один договор страхования;
- 2) предположение о ставках дисконтирования и доходности от инвестиций в течение срока страхования;
- 3) предположение о неизменности показателей смертности (или заболеваемости) в течение срока страхования;
- 4) требования к обеспечению маржи платежеспособности по страховому продукту;
- 5) бонусы, опции и гарантии.

Варианты ответов:

- а) 1, 3;
- б) 2, 3;
- в) 3, 4;
- г) 4, 5;
- д) формульный метод включает в себя учет всего перечисленного.

Сумма баллов: 1.

Правильный ответ

- г) 4, 5.

22. При расчете технического нетто-тарифа согласно федеральному стандарту актуарной деятельности «Актуарная деятельность при тарификации по видам страхования иным, чем страхование жизни» актуарий может использовать в частности, но не исключительно методы из следующего перечня общепринятых актуарных методов расчета:

- 1) линейные модели;
- 2) обобщенные линейные модели;
- 3) модели, основанные на скоринговых техниках определения тарифов;
- 4) методы, основанные на использовании априорной информации о функции распределения вероятностей частоты убытка и величины среднего убытка;
- 5) методы машинного обучения.

Варианты ответов:

- а) 1, 2, 3, 4;
- б) 2, 3, 4, 5;
- в) 1, 3, 4, 5;
- г) 1, 2, 3, 5;
- д) актуарий может использовать все перечисленные методы.

Сумма баллов: 1.

Правильный ответ

- д) актуарий может использовать все перечисленные методы.

23. Укажите верные утверждения согласно Федеральному стандарту актуарной деятельности «Актуарное оценивание деятельности страховщика и негосударственного пенсионного фонда. Анализ активов и проведение сопоставления активов и обязательств»:

- 1) Актуарию не следует включать в состав активов ресурсы, которые не связаны с ожидаемым получением экономических выгод и не могут быть использованы для исполнения обязательств организации;
- 2) Актуарию следует убедиться в обоснованности включения в состав активов активов, о которых имеется информация о нахождении под обременением (в залоге, под арестом, находящихся в совместном владении и др.);
- 3) Актуарию следует проводить группировку активов с учетом сроков погашения (реализации), валют, имеющихся обязательств и их структуры, а также иных факторов, связанных с условиями поставленной перед актуарием задачи;
- 4) При актуарном анализе активов актуарию следует выбирать уровень детализации исходных сведений и результатов исходя из условий поставленной перед актуарием задачи.

Варианты ответов:

- а) 1, 4;
- б) 1, 2, 3;
- в) 1, 3, 4;
- г) 2, 3, 4;
- д) Все перечисленное.

Сумма баллов: 1.

Правильный ответ

- д) Все перечисленное.

24. Согласно Федеральному стандарту актуарной деятельности «Общие требования к осуществлению актуарной деятельности» актуарные предположения и методология актуарной деятельности (включая выбор методик проведения актуарных расчетов, математических моделей) могут быть установлены:

- 1) актуарием;
- 2) заказчиком;
- 3) законодательством Российской Федерации;
- 4) саморегулируемыми организациями актуариев.

Варианты ответов:

- а) 1, 2, 3;
- б) 1, 3, 4;
- в) 1, 3;
- г) 3, 4;
- д) все перечисленное.

Сумма баллов: 1.

Правильный ответ

- а) 1, 2, 3.

25. В соответствии с Федеральным законом от 02.11.2013 № 293-ФЗ «Об актуарной деятельности в Российской Федерации» уполномоченный орган:

- 1) утверждает федеральные стандарты актуарной деятельности;
- 2) создает совет по актуарной деятельности, принимает положение о совете по актуарной деятельности;
- 3) устанавливает требования к стандартам и правилам саморегулируемых организаций актуариев, кодексу профессиональной этики;
- 4) обращается в суд с заявлениями об исключении сведений об ответственных актуариях из единого реестра ответственных актуариев;
- 5) проводит проверки саморегулируемых организаций актуариев, запрашивает у саморегулируемых организаций актуариев необходимую информацию, дает рекомендации по совершенствованию деятельности таких организаций, дает обязательные для исполнения предписания в случаях, установленных настоящим Федеральным законом.

Варианты ответов:

- а) Все перечисленное
- б) 1, 2, 3, 5;
- в) 1, 2, 4, 5;
- г) 2, 3, 5;
- д) 2, 4, 5;

Сумма баллов: 1.

Правильный ответ

- г) 2, 3, 5.