



Банк России



Ноябрь 2021

DEMUR: региональная полуструктурная модель макрорегиона «Урал»

Серия докладов об экономических исследованиях, № 83

О. Крыжановский, А. Зыков

Оглавление

Резюме	3
1. Введение.....	4
2. Региональная неоднородность России по выпуску макрорегионов	8
3. Построение региональной полуструктурной модели.....	11
3.1. Обзор литературы	11
3.2. Описание модели DEMUR.....	19
3.3. Оценка качества DEMUR в сравнении с альтернативными моделями	36
4. Заключение	40
Список литературы.....	42
Приложения	45

Олег Крыжановский, Александр Зыков

Банк России, Экономическое управление Уральского ГУ

E-mail: 65svc_seul@cbr.ru

Серия докладов об экономических исследованиях Банка России проходит процедуру анонимного рецензирования со стороны членов Консультативного исследовательского совета Банка России и внешних рецензентов.

Все права защищены. Содержание доклада отражает личную позицию авторов и может не совпадать с официальной позицией Банка России. Любое воспроизведение представленных материалов допускается только с разрешения авторов.

Фото на обложке: Shutterstock/FOTODOM

107016, г. Москва, ул. Неглинная, 12

Телефоны: +7 499 300-30-00, +7 495 621-64-65 (факс)

Официальный сайт Банка России: www.cbr.ru

© Центральный банк Российской Федерации, 2021

Резюме

В статье дается краткое введение в новую макроэкономическую модель экономики макрорегиона «Урал» под названием DEMUR (Dynamic Equilibrium Model of Ural Region). DEMUR – это региональная полуструктурная модель, включающая некоторые основные характеристики экономики Урала для анализа последствий применения мер денежно-кредитной политики и прогнозирования. DEMUR построена в логике неокейнсианских моделей с реальной и номинальной жесткостью, но также учитывает структуру малой открытой экономики, внешние (по отношению к региону) денежно-кредитные условия и иные факторы, необходимые для учета особенности динамики экономики Урала.

Модель оценивается с помощью байесовских методов по данным OECD, EAI, FRED, FAO по показателям международной статистики, Росстата и Банка России по показателям российской федеральной и региональной статистики за 2009Q1–2020Q4¹. Помимо описания свойств модели, мы показываем потенциал DEMUR, проводя декомпозицию исторических и прогнозных данных. Модель позволяет проанализировать изменения в показателях экономики России, а также отдельного макрорегиона в ответ на внутренние или внешние макроэкономические шоки и оценить вклад отдельного макрорегиона в изменение страновых показателей, в связи с чем представляет собой ценный инструмент макроэкономического анализа.

Ключевые слова: валовой региональный продукт, полуструктурные модели.

JEL-классификация: C11, C13, E30

¹ Здесь и далее под Q1, Q2, Q3, Q4 понимаются соответственно I, II, III, IV кварталы указываемого года

1. Введение

Для принятия эффективных решений по денежно-кредитной политике монетарным властям необходимо учитывать их последствия не только для экономики страны в целом, но и для отдельных регионов. Регионы могут находиться на различных стадиях бизнес-цикла, иметь разный уровень инфляции, бюджетных расходов, вовлеченности в мировые производственные цепочки. В России неоднородности макроэкономического развития ярко выражены на региональном уровне (как будет показано в дальнейшем), что может поставить под сомнение стабильность уровня цен в каждом конкретном регионе. Анализ дезагрегированной информации необходим для выявления основных тенденций и структурных изменений, которые определяют динамику регионального экономического роста.

Подобный подход получил широкое освещение в научной литературе. Особенно тщательно к данному вопросу подходят еврозоне, где денежно-кредитная политика (в отличие от бюджетно-налоговой) осуществляется надстрановым Европейским центральным банком (ЕЦБ). Часть исследователей рассматривают последствия такой политики для благосостояния всей еврозоны, учитывая неоднородности при проведении общеевропейской денежно-кредитной политики (Benigno, 2004). Их выводы говорят о том, что учет динамики развития национальных экономик при определенных условиях способен привести к улучшению благосостояния всей еврозоны. С другой стороны, ряд исследователей – (Cristadoro, et al., 2013), (Bouvet, et al., 2013) – показали, что информации в целом по еврозоне достаточно для принятия эффективного решения по ставке политики центрального банка, а индикатор, построенный на основе информации по национальным экономикам, не дает дополнительной ценности.

Другие исследователи – (Meade, et al., 2005), (Brauning, et al., 2018) – сфокусировали внимание на процессе принятия решений центральным банком (ФРС США и ЕЦБ) с целью выявить потенциальные «географические» смещения, связанные с региональными/национальными особенностями экономического развития. Для этого ими была проверена значимость определенных региональных/национальных переменных в функции политики реагирования центрального банка. Результаты говорят о том, что президенты банков ФРС США при принятии решений обращают пристальное внимание на безработицу в своих регионах. ЕЦБ учитывает дивергенцию инфляции в еврозоне и менее охотно борется с общим разрывом инфляции. Возможная причина такой политики может заключаться в опасениях ЕЦБ, что сдерживающая денежно-кредитная политика может легко привести к дефляции в странах с низким уровнем инфляции, если он займет жесткую

позицию в борьбе с общеевропейской инфляцией.

Ряд исследований изучают последствия применения единой ставки ЕЦБ для национальных экономик еврозоны. Например, в работе (Quint, 2016) вводится понятие «стресс денежно-кредитной политики», определяемый как разность между фактическими ставками ЕЦБ и ставками, определяемыми по правилу Тейлора для 11 стран – участников еврозоны, явно учитывающими естественную процентную ставку для учета изменений трендовой скорости роста. С началом кризиса евро в 2009 году стресс денежно-кредитной политики начал расти – после неуклонного снижения, наблюдаемого в период между введением евро и до кризиса. При этом текущие уровни денежного стресса до сих пор ниже, чем в конце 1990-х годов.

Данная проблема имеет определенное значение и для российской экономики. Вопрос учета региональной неоднородности в механизме выработки денежно-кредитной политики (ДКП) в работе (Новак, и др., 2020) рассмотрен с двух сторон: игнорирование региональной неоднородности либо использование мнения региональных представителей монетарных властей при выработке ДКП. Высокая корреляция отклонений решений по ДКП для двух подходов от модели с полной информацией не дала авторам возможности утверждать, что региональный подход существенно расширяет возможности анализа ДКП, который дает подход на основе агрегированной информации.

Результаты анализа структурных особенностей регионов, относительных изменений эффективных валютных курсов, динамики доходов и запасов продукции (Жемков, 2019) показали, что они могут определять устойчивые отклонения региональной инфляции от среднероссийской. Определено, что при достижении таргета по России в целом, в ряде одних регионов темпы роста цен могут выше (ЦФО и СЗФО), а в ряде других – ниже (ПФО, УФО, ДВФО).

Задачей данной работы является разработка методики оценки последствий принятия решений по ДКП (а именно – изменения ключевой ставки) для экономики макрорегиона «Урал» (далее – МР «Урал») в среднесрочной перспективе. Для решения этой задачи анализируется динамика ряда ключевых взаимосвязанных показателей на уровне МР «Урал» (уровень цен, выпуск, региональная процентная ставка), а также их изменение в ответ на различные внутренние и внешние макроэкономические шоки. Под шоком денежно-кредитной политики в данной работе понимается исключительно изменение уровня ключевой ставки. В случае России наиболее важными шоками, определяющими ее экономический цикл, являются шоки мировых цен на сырьевые товары, особенно шоки цен на нефть, шоки премий за страновой риск, представляющие собой изменения в движениях международного капитала, шоки ДКП и шоки государственных расходов (Хотулев, 2020).

Внешними шоками для МР «Урал» являются шоки цен на нефть, шоки глобальной экономики, шоки России без учета МР «Урал». Такой подход позволяет оценить состояние уровня цен в рамках поддержания Банком России ценовой стабильности на уровне макрорегиона при проведении ДКП при наличии внутренних и внешних экономических изменений, а также учесть состояние цен и других показателей (выпуска, процентной ставки) в рамках дальнейших решений по ДКП.

Для решения задачи подобного типа разработан и используется специальный тип моделей – квартальные прогнозные модели (QPM). Они позволяют учитывать динамику внутренних и внешних переменных модели, а также их шоков при прогнозировании, проводя количественную оценку их вклада. Данный тип моделей используется МВФ, ФРС США, ЕЦБ, Банком Англии и многими другими центральными банками. Банком России также разработано несколько модификаций данного типа моделей. Среди ключевых квартальных прогнозных моделей возможно выделить модели, описанные в работах (Орлов, 2021), (Крепцев, и др., 2016), (Крепцев, и др., 2017), (Селезнев, 2016), а также (Andreev, 2020) и (Новак, и др., 2020).

В данном исследовании мы представляем свой подход, позволяющий учесть именно региональные особенности экономик макрорегионов. В работе дается краткое введение в новую макроэкономическую модель экономики Урала под названием DEMUR (Dynamic Equilibrium Model of Ural Region). DEMUR – это региональная полуструктурная модель, целью которой является описание основных характеристик экономики Урала для анализа денежно-кредитной политики и прогнозирования. DEMUR построена в логике неокейнсианских моделей с реальной и номинальной жесткостью – (Christiano, et al., 2005), (Smets, et al., 2003), (Woodford, 2003), (Galí, 2008). Неокейнсианские модели являются гибкой структурой, которая может включать в себя множество представляющих интерес различных экономических механизмов, приспособлена для анализа денежно-кредитной политики и имеет хорошие результаты прогнозирования.

DEMUR является моделью малой открытой экономики, которая относится к единому валютному пространству, в данном случае – российского рубля. Монетарный орган устанавливает краткосрочные номинальные процентные ставки, следуя правилу Тейлора, основанному на экономических показателях всей Российской Федерации. Аспекты открытой экономики охватываются наличием фирм-экспортеров и импортеров и способностью агентов сберегать или занимать иностранные финансовые активы.

DEMUR присущи многие свойства имеющихся макромоделей на базе DSGE: ФРС США, ЕЦБ, Банка Канады, Банка Испании и прочих. Таким образом, DEMUR является моделью, сравнимой с аналогами, и может использовать накопленный многолетний опыт.

DEMUR оценивается байесовскими методами, разделяя мнение, что это мощный, последовательный и гибкий перспективный инструмент для оценки экономических динамических моделей – (An, et al., 2006), (Burriel, et al., 2010):

1. Байесовский анализ построен на четком наборе аксиом, что имеет прямую связь с теорией принятия решений. Связь особенно актуальна для DEMUR, так как модель была разработана для прикладного анализа денежно-кредитной политики. Многие из решений требуют учета неопределенности и оценки асимметричных потерь.
2. Байесовский подход прозрачно решает проблемы неправильной спецификации и идентификации, которые широко распространены при оценке моделей DSGE – (Canova, et al., 2006), (Iskrev, 2008).
3. Байесовские оценки менее требовательны к размеру выборки и асимптотическим свойствам, даже если они оцениваются по классическим критериям (Fernández-Villaverde, et al., 2004).
4. Априорные значения позволяют нам вводить предвыборочную информацию и уменьшать проблему размерности, связанную с количеством параметров.
5. Такой вероятностный метод, как байесовская оценка, позволяет восстановить все значения параметров, необходимых для анализа денежно-кредитной политики.
6. Байесовские методы имеют важные вычислительные преимущества по сравнению с методом максимального правдоподобия в больших моделях, таких как DEMUR. Симуляция апостериорного распределения параметров является более простой задачей, чем максимизация правдоподобия высокой размерности.

DEMUR может использоваться для решения трех основных задач: понимания динамики колебаний, анализа денежной-кредитной политики, включая альтернативные эксперименты с установлением ключевой ставки, и прогнозирования. Даже если модели DSGE не были специально разработаны с этой целью, опыт прогнозирования с их помощью был признан удовлетворительным для моделей этого класса, используемых ФРС и ЕЦБ – (Edge, et al., 2009), (Christoffel, et al., 2007).

Основным преимуществом предлагаемого подхода по сравнению с уже существующими моделями является изучение взаимодействия и взаимовлияния показателей экономик трех различных уровней: мировой экономики, России и МР «Урал» с возможностью прогноза и оценки вкладов факторов по показателям каждого уровня. К недостаткам можно отнести то, что авторы выделили незначительный ряд региональных факторов (цены на металлы, объем добычи нефти, расходы региональных консолидированных бюджетов), который необходимо расширять в дальнейшем

для повышения объясняющей способности модели при декомпозиции исторических и прогнозных данных.

Таким образом, основная цель исследования состоит в разработке полуструктурной модели, которая позволяет изучать динамику основных макропоказателей региона (на примере МР «Урал») по различным сценариям решений по ключевой ставке с учетом как внутренних, так и внешних факторов: изменения обменного курса, цен на основные ресурсы (нефть, металлы, продовольствие), мировой процентной ставки и ряда других.

Структура работы выглядит следующим образом: сначала показана региональная неоднородность России по динамике выпуска; затем представлена структура модели в схемах и подробно описаны уравнения DEMUR; далее модель решена и оценена на квартальных данных (с 2009Q1 по 2020Q4) и представлены результаты ряда упражнений, выполненных с моделью. В Заключении приведены основные выводы исследования.

2. Региональная неоднородность России по выпуску макрорегионов

В этом разделе показаны различия в региональной переменной выпуска, которая, при агрегировании по всем регионам, теряет часть информации, необходимой для установления ставки монетарной политики. Различия в макроэкономических переменных, указывающие на неоднородность на региональном уровне, могут оказывать дополнительное инфляционное давление сверх того, которое отражено в инфляционных ожиданиях по всей стране и, таким образом, ставить под угрозу общую стабильность цен.

Региональные смещения имеют несколько источников возникновения. При единой ключевой ставке центрального банка ставки по фактически выданным кредитам существенно разнятся от региона к региону. Наименьшая региональная премия в России наблюдается в ЦФО, где сконцентрировано большинство кредитных организаций.

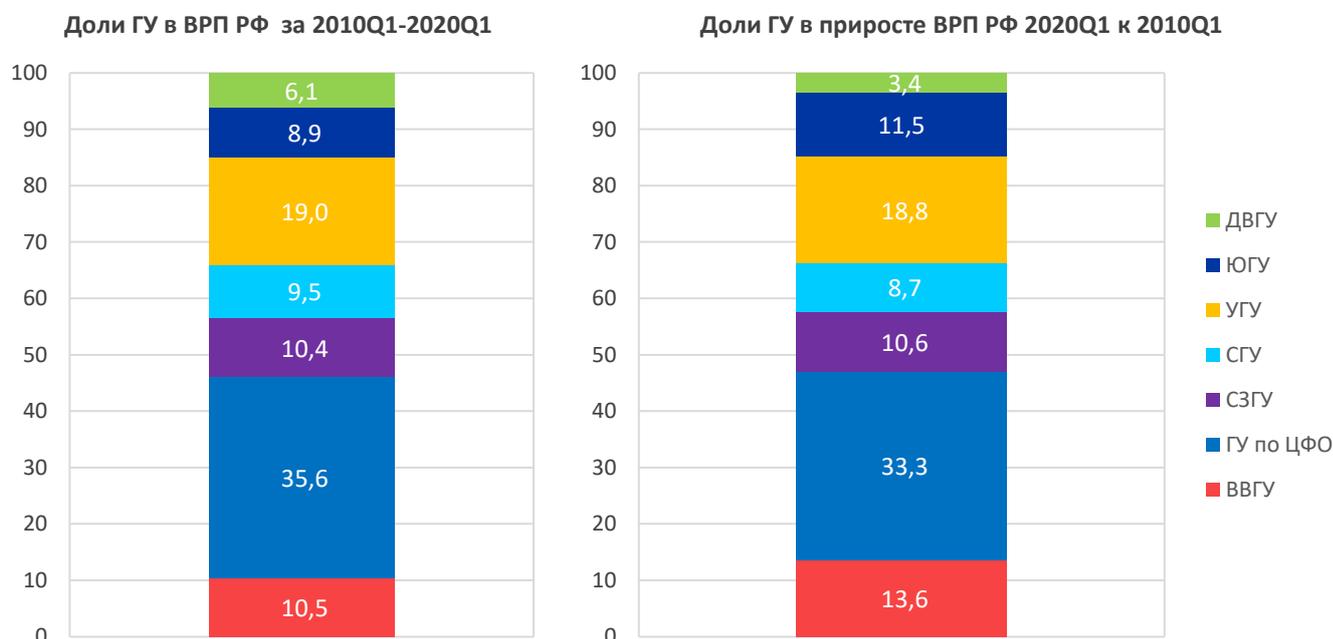
Вторым источником смещения является региональное различие в реальных процентных ставках в зависимости от уровней ожидаемой инфляции. Если ожидаемая инфляция высока для конкретного региона по сравнению с другими, то реальная процентная ставка является относительно низкой, экономические агенты в этом регионе более склонны занимать и инвестировать, что стимулирует экономическую активность.

Таким образом, если ожидается, что экономическая активность вырастет выше общестранового уровня, то период повышенного экономического роста может вызвать большее повышение цен, что приведет к очередному витку спирали роста инфляции. Чаще всего в мировой практике это выливается в неблагоприятные экономические ситуации, такие, как «пузыри» на рынке недвижимости. Верно и обратное: если региональная инфляция остается в течение длительного периода времени ниже общестрановой, это может послужить дополнительным фактором, способствующим возникновению рецессии.

Оценка динамики ВРП и его прироста по макрорегионам Российской Федерации² за период 2010Q1–2020Q1 свидетельствует о наличии дисбаланса между структурой суммарного ВРП по России и вкладом макрорегионов в его прирост. В рамках данной работы использованы результаты расчета опережающего индикатора ВРП методом темпорального дезагрегирования (Воуко, 2020).

Заметно, что вклад ДВГУ и СГУ в прирост ВРП РФ намного меньше их доли в структуре национальной экономики. Напротив, вклад ЮГУ и ВВГУ намного больше. Это говорит о быстро меняющейся за последнее десятилетие региональной структуре национальной экономики.

Рисунок 1. Доли ГУ в ВРП РФ и приросте ВРП РФ в 2010–2020 годах, %

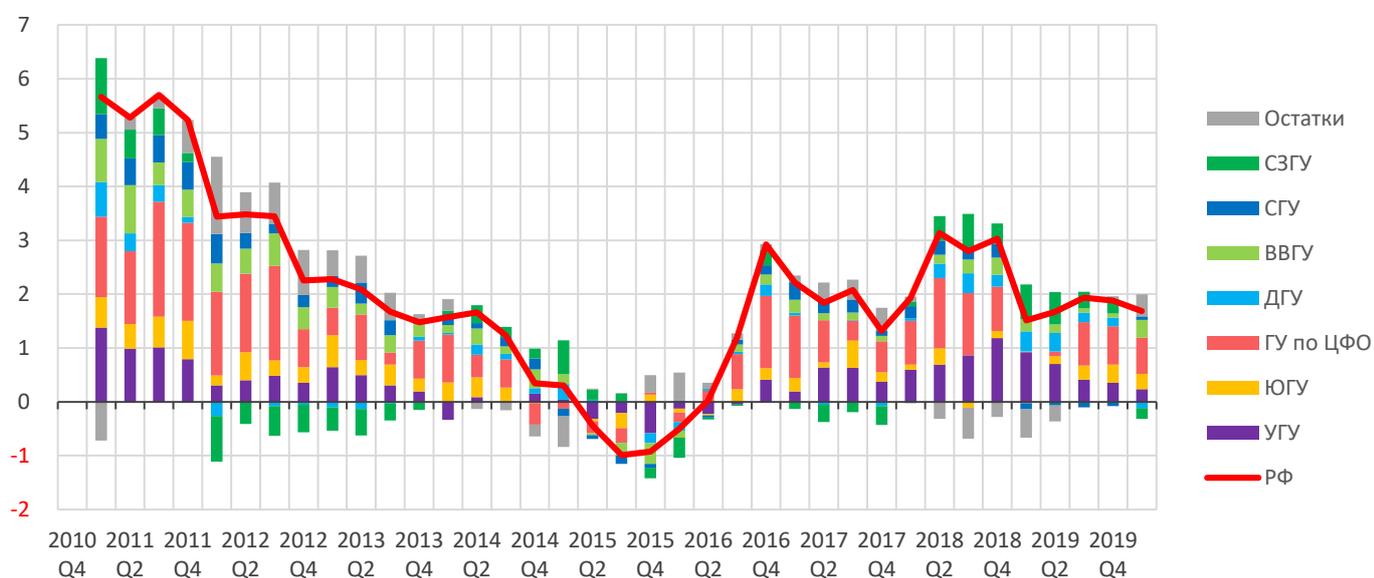


² Согласно структуре территориальных учреждений Банка России, выделяется семь макрорегионов: ГУ по ЦФО, Северо-Западное ГУ (СЗГУ), Волго-Вятское ГУ (ВВГУ), Южное ГУ (ЮГУ), Уральское ГУ (УГУ), Сибирское ГУ (СГУ) и Дальневосточное ГУ (ДГУ).

Таблица 1. Средние темпы прироста ВРП, г/г

Регион	2010Q1–2020Q1	2010Q1–2014Q4	2015Q1–2020Q1
РФ	2,06	3,00	1,27
СЗГУ	2,19	2,23	1,46
ДВГУ	1,21	1,74	0,56
ГУ по ЦФО	2,01	2,25	1,33
СГУ	1,95	3,08	1,03
ВВГУ	2,78	4,54	1,17
УГУ	2,11	2,53	1,87
ЮГУ	2,76	3,59	1,23

Рисунок 2. Декомпозиция прироста ВРП РФ по макрорегионам, Y-o-Y



Декомпозиция прироста ВРП РФ по макрорегионам (Рисунок 2) показывает, что в разные периоды вклады макрорегионов серьезно отличаются – как по абсолютным значениям, так и по знаку. Например, СЗГУ с I квартала 2012 года на протяжении восьми кварталов давал отрицательный вклад в прирост ВРП РФ.

Сравнение динамики разрывов выпуска РФ и макрорегионов, полученных с использованием HP Filter, показывает, что продолжительность циклов сильно различается от региона к региону.

Таблица 2. Динамика бизнес-циклов РФ и макрорегионов РФ

Регион	Переход к положительному разрыву выпуска	Переход к отрицательному разрыву выпуска	Переход к положительному разрыву выпуска
РФ	2011Q1	2015Q2	2018Q2
СЗГУ	2011Q1	2013Q3	2018Q1
ВВГУ	2011Q2	2015Q1	2017Q4
ГУ по ЦФО	2011Q2	2014Q4	2017Q4
ЮГУ	2010Q4	2015Q1	2017Q4
УГУ	2010Q3	2014Q4	2017Q4
СГУ	2011Q2	2014Q4	2017Q4
ДВГУ	2010Q2	2012Q4	2018Q1

Например, ДВГУ намного раньше остальных регионов перешел к отрицательному разрыву выпуска – в 2012Q4, СЗГУ – в 2013Q3. Остальные регионы и Российская Федерация в целом перешли к отрицательному разрыву выпуска намного позже – в конце 2014 или начале 2015 года. Следовательно, снижение темпов выпуска в ДВГУ и СЗГУ вызвано другими структурными причинами и не может быть объяснено общероссийскими факторами.

3. Построение региональной полуструктурной модели

3.1. Обзор литературы

Для целей прогнозирования и оценки вкладов отдельных факторов и их шоков в динамику ключевых переменных часто применяются модели класса DSGE. Стандартная модель DSGE может быть описана как комбинация различных теоретических идей, которые можно объединить в пять основных компонентов:

1. Цель модели состоит в том, чтобы проанализировать колебания макроэкономики, то есть совместные движения в агрегированных временных рядах вокруг стохастического тренда – (Lucas, 1977), (Nelson, et al., 1982). Соответствующим теоретическим набором инструментов является неовальрасианское общее равновесие и, в частности, модели оптимального роста (Kydland, et al., 1982).

2. Модельная экономика населена репрезентативными (или однородными) агентами (домашними хозяйствами, фирмами). Люди ведут себя рационально, а это означает, что:

- 1) каждый агент решает задачу оптимизации в условиях ограничения (максимизация полезности/прибыли, минимизация затрат) в течение бесконечного числа периодов;
- 2) каждый агент формирует рациональные ожидания относительно будущего состояния его окружения (Muth, 1961);

- 3) индивидуальные оптимальные планы взаимозависимы и совместимы. Следовательно, все рынки совершенно конкурентны (одновременно и взаимозависимо); равновесие является уникальным, стабильным и межвременным;
- 4) совокупные характеристики экономики являются результатом суммы индивидуальных поведений агентов в соответствии с идеей микрооснований макроэкономики, сформулированной Лукасом.

3. Динамические результаты модели зависят от стохастических отклонений (шоков). Отклонения являются импульсом к колебаниям, тогда как сдвиги в оптимальном поведении отдельных агентов являются реакциями или механизмами распространения колебаний (следуя модели «кресла-качалки» (Frisch, 1933). Шоки могут быть реальными (касающиеся технологий, предпочтений потребителей, наценок производителей) или номинальными (касающиеся процентных ставок, цен).

4. На индивидуальном уровне изменения в ценах и заработной плате не являются немедленными, что подразумевает жесткость цен на совокупном уровне. Номинальная жесткость на микроэкономическом уровне зависит от несовершенства конкурентной среды (монополистическая конкуренция (Dixit, et al., 1977)), а также степени и скорости приспособления цен / заработных плат к изменяющимся условиям (Calvo, 1983).

5. Денежно-кредитная политика играет активную роль в определении совокупного равновесия через номинальную процентную ставку (Woodford, 2003). Поведение центрального банка следует денежному правилу (Taylor, 1993).

Классическая «впередсмотрящая» форма модели DSGE (Clarida, et al., 1999) представляет собой систему из трех уравнений:

$$\hat{y}_t = E_t(\hat{y}_{t+1}) - \frac{1}{\sigma^c} [i_t - E_t(\pi_{t+1})] + \epsilon_t^c \quad (\text{I})$$

$$\pi_t = \rho_{\pi+1} E_t(\pi_{t+1}) + \varphi \hat{y}_t + \epsilon_t^a \quad (\text{II})$$

$$i_t^* = (\bar{r} + \bar{\pi}) + \rho_{\bar{\pi}} (E_t \pi_{t+1} - \bar{\pi}) + \rho_{\hat{y}} \hat{y}_t + \epsilon_t^i \quad (\text{III})$$

Уравнение (I) (кривая IS) описывает равновесие на рынке товаров (разрыв выпуска \hat{y}_t) как функцию от ожидаемого разрыва выпуска $E_t(\hat{y}_{t+1})$, межвременной эластичности потребления σ^c и ожидаемой реальной процентной ставки; предполагается наличие отрицательной связи разрыва выпуска с реальной процентной ставкой.

Уравнение (II) (НКРС, неокейнсианская кривая Филлипса) определяет динамику инфляции π_t как функцию от ожидаемой инфляции, степени жесткости цен φ и разрыва выпуска; предполагается положительная связь инфляции с разрывом выпуска.

Уравнение (III) («впередсмотрящее» правило Тейлора) служит инструментом для центрального банка для установления номинальной ставки процента i_t^* в зависимости

от реальной долгосрочной ставки процента \bar{r} , таргета по инфляции $\bar{\pi}$, отклонения ожиданий инфляции от таргета и значения разрыва выпуска. $\rho_{\pi+1}, \rho_{\pi}, \rho_{\hat{y}}$ – параметры чувствительности. Динамика отклонения экономики от ее устойчивого состояния зависит от шоков предпочтений потребителей ϵ_t^c , шоков технологии ϵ_t^a и шоков денежно-кредитной политики ϵ_t^i .

Данные уравнения составляют ядро модели DEMUR. Обойтись столь кратким перечнем переменных не представляется возможным: для качественного макроэкономического анализа состояния экономики региона необходимо использовать намного более разносторонний перечень переменных. Перед тем как добавить к ядру модели новую переменную, которая сможет повысить объясняющую силу модели (в первую очередь уменьшить остатки модели), ее необходимо представить в структурном виде, то есть убрать сезонность, выделить тренд, разрывы и остатки, которые в экономике принято интерпретировать как шоки – неожиданное изменение значения переменной, которое не может объяснено предыдущей историей наблюдений.

В Банке России для целей анализа вкладов отдельных факторов и их шоков, а также прогнозирования макроэкономических переменных используются квартальные прогнозные модели, основанные на приведенной форме логлинеаризированной простой неокейнсианской DSGE-модели для малой открытой экономики.

Базовая квартальная прогнозная модель (КПМ) Департамента денежно-кредитной политики Банка России (Орлов, 2021) предполагает рассмотрение в целом экономики России и остального мира как внешнего сектора. Такая модель базируется на основах неокейнсианской DSGE-модели с уравнением Эйлера – кривой агрегированного спроса, кривой Филлипса – кривой агрегированного предложения и правилом Тейлора – правилом денежно-кредитной политики, а также условием отсутствия арбитража на финансовых рынках. Такая модель представляет собой результат оптимизации задач потребителей, фирм и государства, однако сами эти задачи не сформулированы явно. Данная КПМ более гибкая и эмпирически более точно соответствует данным, однако отходит от теоретической обоснованности стандартной DSGE. Еще одно свойство подобных моделей – необходимость выбора одного режима инфляционного таргетирования, валютного курса (фиксированного или плавающего) и функционирования бюджетного правила в течение всего периода.

Структурные модели

Современная методология, применяемая для моделирования и прогнозирования временных рядов, известна в научной литературе под несколькими названиями:

- байесовские структурные модели временных рядов (Bayesian structural time series models);
- модели пространства состояний (state-space models);
- динамические линейные модели (dynamic linear models);
- модели на основе фильтра Калмана (Kalman filter models).

Пусть y_t – значение некоторой количественной переменной, учтенной в момент времени t . Структурная модель временного ряда задаётся двумя уравнениями:

$$y_t = Z_t^T \alpha_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, H_T), \quad (\text{IV})$$

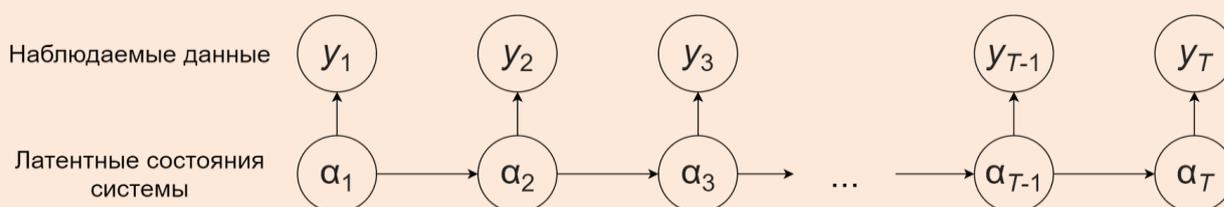
$$\alpha_{t+1} = T_t \alpha_t + R_t \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, Q_T). \quad (\text{V})$$

Предполагается, что в каждый момент времени t динамическая система может находиться в некотором ненаблюдаемом в явном виде состоянии α_t . Уравнение (IV) связывает наблюдаемые данные с вектором латентных состояний и называется уравнением наблюдений (observation equation). Уравнение (V) задаёт процесс перехода из одного латентного состояния в другое и называется уравнением переходов (transition equation).

Состояние системы в каждый момент времени определяется только ее состоянием в предыдущий момент, что принято называть марковским характером системы. Остатки ϵ_t и η_t независимы друг от друга и имеют нормальное распределение со средним значением, равным нулю. Матрицы Z_t , T_t и R_t называются структурными параметрами.

Модели, которые можно описать с помощью уравнений (IV) и (V), называют моделями пространства состояний.

Рисунок 3. Динамика перехода латентных состояний системы



Структурные модели временных рядов также являются моделями пространства состояний. В структурных моделях временной ряд представляется в виде суммы ненаблюдаемых компонент, которые можно интерпретировать как тренд, сезонность, эффекты предикторов и остатки:

$$y_t = \mu_t + \gamma_t + \beta^T x_t + \epsilon_t, \quad (\text{VI})$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \delta_{t-1} + u_t, \quad (\text{VII})$$

$$\delta_t = \delta_{t-1} + v_t, \quad (\text{VIII})$$

$$\gamma_t = \sum_{s=1}^{S-1} \gamma_{t-s} + w_t, \quad (\text{IX})$$

где μ_t – текущее значение тренда модели, δ_t – коэффициент прироста тренда.

Сезонная компонента γ_t представлена в виде $S-1$ переменных с коэффициентами, отличающимися для каждого периода.

В обозначениях уравнений (III)–(V):

$\eta_t = (u_t, v_t, w_t)$ объединяет независимые нормально распределенные случайные колебания.

Q_T – диагональная матрица, диагональ которой содержит $\sigma_u^2, \sigma_v^2, \sigma_w^2$.

H_T – скаляр σ_ϵ^2 .

Таким образом, на основании данных необходимо оценить дисперсии $\sigma_u^2, \sigma_v^2, \sigma_w^2, \sigma_\epsilon^2$ и коэффициенты β при предикторах.

В рамках максимального упрощения терминологии можно описать современные полуструктурные макроэкономические модели следующим образом:

1) между ключевыми макропоказателями существуют взаимосвязи, которые можно описать теоретически и представить в виде уравнений;

2) временной ряд каждого макропоказателя можно разделить на составляющие: тренд, сезонность, разрыв (шок, gap) (изменение в данном периоде, которое не входит в предыдущие три составляющие);

3) для каждого макропоказателя существует равновесное устойчивое состояние (steady state), к которому он движется;

4) каждое устойчивое состояние описывается AR (1) процессом.

Также в действующем модельном аппарате Банка России – малая DSGE-модель (Крепцев, и др., 2016). Модель осознанно основывается на малом количестве уравнений и включает в себя домохозяйства, компании, центральный банк и внешний сектор. Особенности модели являются отсутствие производства капитала и только нефтяной экспорт. Такая модель может служить хорошим ядром для надстройки и включения дополнительных переменных, при определенных обстоятельствах она может быть неплохой аппроксимацией для российской экономики, однако предпочтительно ее дополнение. Авторы рассматривают две модификации такой модели на периоде с 2003 по 2015 годы – с фиксированным и плавающим валютным курсом и приходят к выводу, что модель с фиксированным курсом предпочтительнее на данном промежутке времени. Также модель превосходит модель BVAR по прогнозной мощности по ИПЦ и валютному курсу, хотя не столь хорошо прогнозирует выпуск.

Используется и большая DSGE-модель (Крепцев, и др., 2017), которая представляет собой расширенную модификацию стандартной DSGE и включает в себя банковский сектор. В модели также есть ряд стандартных типов агентов, с оптимизационными задачами – домохозяйства, компании – производители потребительских и инвестиционных товаров (капитала), ретейлеры и упаковщики импортных и экспортных товаров, центральный банк и бюджетный сектор, а также внешний мир. Авторы приходят к выводу, что подобные модели имеют достаточные прогнозные возможности, хорошо интерпретируемые импульсные отклики, а также предоставляют возможность для анализа макроэкономических эффектов монетарной и макропруденциальной политики.

Помимо данных моделей, следует выделить работу (Селезнев, 2016), которая посвящена аппроксимации DSGE-модели около стохастических трендов для решения модели без траектории сбалансированного роста, которую можно назвать нестационарной DSGE. Такая версия модели в определенном плане допускает некоторую гибкость – она позволяет моделировать динамику переменных, следующих случайному блужданию, не предполагающему возвращения к среднему (например, цен на нефть).

Квартальная прогнозная модель в работе (Andreev, 2020) дополнительно включает уравнения, описывающие механизм действия бюджетного правила Министерства финансов РФ. Данная модель также представляет собой DSGE-модель со стандартными секторами домохозяйств, предприятий и центрального банка и дополнительно включает бюджетное правило с пополнением бюджета от нефтегазовых доходов и ограничением расходов бюджета по величинам нефтегазовых и ненефтегазовых доходов, доходов от процентов по долгу, а также 0,5% от ВВП. Введение такого фискального правила в модель не привело к существенному улучшению прогнозов, однако оказало стабилизирующее

влияние на целый ряд показателей модели: оно снизило волатильность выпуска и обменного курса, а также оказало дезинфляционный эффект на цены при шоках цен на нефть.

При этом перечисленные выше работы, при всех их преимуществах в контексте прогнозирования страновых показателей, не учитывают при прогнозировании показатели в региональном разрезе. Фактор региональной неоднородности учитывается в модели (Новак, и др., 2020), однако данная работа предполагает подход, при котором часть переменных для региона берется на региональном уровне, а часть агрегирована на уровне России. Основные результаты работы получены методом симуляции, для проведения которой используются три модели. Мультирегиональная (глобальная) версия модели позволяет получить решение по ДКП с полной информацией. Региональный подход к ДКП базируется на разработанной региональной модели, с независимым инструментом ДКП. Третий подход базируется на модели, аналогичной той, что используется для моделирования региона, но оцененной на базе агрегированной для страны информации. Подход, взвешивающий агрегированную и региональную информацию, имеет потенциал снижения ошибки принятия решения по ДКП, связанной с региональной неоднородностью.

Основным отличием модели DEMUR (при единой со всеми вышеназванными моделями методике построения – QPM) является включение в анализ третьего (дополнительно к стране и остальному миру) блока – макрорегиона. В отличие от «большой модели DSGE» DEMUR не включает в себя банковский сектор, в отличие от квартальной прогнозной модели в работе (Andreev, 2020) DEMUR не использует бюджетное правило российского министерства финансов. В отличие от базовой КПМ Банка России (Орлов, 2021) обменный курс российского рубля относительно доллара США в DEMUR описывается уравнением (29), не содержащим показателей цены и/или объема добычи нефти. В отличие от всех изученных моделей государственный сектор на региональном уровне в DEMUR представлен расходами консолидированного бюджета МР «Урал» в постоянных ценах.

Дальнейшим направлением исследования может стать расчет российского аналога «стресса денежно-кредитной политики» (Quint, 2016), определяемого как разность между фактическими ставками Банка России и ставками, определяемыми по правилу Тейлора для семи макрорегионов России. В оригинальной работе (Quint, 2016) автор рассматривает «стресс денежно-кредитной политики» как отклонение ставки ЕЦБ от оптимальных ставок по правилу Тейлора для стран, входящих в еврозону, которые оценены по фактическим данным при предположении о наличии единых таргетов по инфляции и разрыву выпуска. В результате оценки делается вывод о снижении «стресса» для стран еврозоны до кризиса

2008–2009 годов и его повышении уже после кризиса из-за разнонаправленности динамики показателей стран. Работа позволяет предположить, что единая денежно-кредитная политика в отношении целого ряда неоднородных экономик может нести определенные экономические потери и издержки по меньшей мере для части стран ввиду своей неоптимальности в каждом конкретном случае. Метод, используемый в указанной работе, также, как и КПМ, позволяет оценить последствия решений по денежно-кредитной политике, однако представляет собой другой вид оценки, принципиально отличающийся от моделей КПМ и выходящий за рамки данного исследования.

В работе (Burriel, et al., 2010) также анализируется влияние решений по ключевой ставке на экономику страны – здесь рассматривается влияние решений ЕЦБ на экономику Испании и вводится модель MEDEA (Modelo de Equilibrio Dinámico de la Economía Española) – модель динамического равновесия экономики Испании, представляющая собой КПМ класса DSGE, которая используется для анализа решений по денежно-кредитной политике и прогнозирования макроэкономических показателей. MEDEA имеет в своей основе неокейнсианскую модель роста с домохозяйствами, оптимизирующими благосостояние, фирмами, растущими при росте населения и технологическом росте. Модель предполагает также номинальную и реальную жесткости цен и зарплат, наличие привычек в потреблении, ряд издержек подстройки – при инвестировании, импорте и экспорте, наличие фискального и монетарного органов власти, устанавливающих налоги и процентную ставку соответственно. Отдельно выделяются стохастические шоки в росте населения и развитии технологий, а также в предпочтениях и экономической политике – показывающие особенности испанской экономики, в частности – замедленный технологический рост и немалую долю мигрантов на рынке труда. Одна из особенностей данной модели, актуальная в рамках нашей работы, – включение переменных разного уровня. Так, в MEDEA используются переменные уровня экономики Испании, еврозоны (зоны действия ЕЦБ) и всего мира. Здесь Испанию, по аналогии с терминологией текущей работы, можно назвать своего рода «макрорегионом» в «государстве» ЕЦБ. Авторы применяют два подхода в анализе: в первом Испания искусственно оценивается на всем периоде с 1986 по 2007 год как страна с собственной независимой денежно-кредитной политикой, проводимой соответствующим органом, как это было до появления еврозоны. Согласно второму подходу, экономика Испании оценивается с процентной ставкой ЕЦБ и существенно не влияет на показатели ЕЦБ. Отмечается, что при введении экзогенной единой ставки ЕЦБ заметно меняется ряд показателей, в том числе растут наценки и увеличивается разброс шока по правилу Тейлора, аналогичный «шоку денежно-кредитной политики», описанному ранее, что естественно при росте отклонения от оптимума

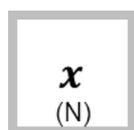
процентной ставки – как на уровне отдельной страны (Испании), так и суммарно по странам ЕЦБ.

Вместе с тем в контексте российской экономики и ее регионов есть ряд отличий от ситуации в еврозоне и ЕЦБ. В первую очередь, это отличающиеся характеристики экономик, подразумевающие дополнительные переменные для анализа: например, в случае России и, в частности, МР «Урал» характерно влияние цен на нефть и металлы из-за соответствующей ориентированности экспорта. Помимо этого, макрорегионы России функционируют в рамках единого государства, предполагающего не только единую денежно-кредитную политику, как в случае ЕЦБ, но и фискальную политику, а также целый ряд шоков, характерных для всего государства, в то время как в случае еврозоны шоки нечасто применимы для всех стран – участников. Все это служит дополнительной мотивацией для разработки отдельной модели для анализа и прогноза показателей макрорегионов России в рамках российской экономики и внешнего мира.

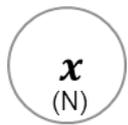
3.2. Описание модели DEMUR

В нашей работе мы представляем региональную полуструктурную модель экономики МР «Урал» – DEMUR. Все показатели DEMUR представлены с частотностью в один квартал. Разрывы обозначены (\widehat{x}) , трендовые составляющие обозначены (\bar{x}) , темпы прироста, достигаемые на траектории устойчивого роста обозначены (\bar{x}^{SS}) , шоки обозначены (ε_x) . Сезонная составляющая удалена путем использования X13-ARIMA-SEATS. Большими символами (X) обозначены переменные в исходной форме, малыми (x) – в натуральных логарифмах. Аннуализированные (приведенные к темпам прироста год к году) сезонно сглаженные темпы прироста показателей квартал к кварталу обозначены $(X_{i,t}^{QoQ SAAR})$, годовые темпы прироста – $(X_{i,t}^{YoY})$. Начальные значения оцениваемых коэффициентов при показателях взяты из научной литературы по данной тематике – (Benes, 2017), (Новак, et al., 2020) – либо взяты коэффициенты при лаге (1) из AR (1) процесса, затем проведена их байесовская оценка в IRIS Toolbox.

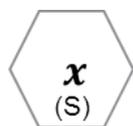
Для понимания общей структуры модели далее приведены схемы взаимодействия основных элементов DEMUR, разделенные на три блока: МР «Урал», Россия и остальной мир. Элементы схемы разделены по следующим категориям:



– переменные уравнений IS-PC-MR;



– синтетические переменные, отражающие реальные (в постоянных ценах) показатели либо условия в конкретной сфере;



– остальные переменные, определяемые в рамках структурных моделей, каждая из которых описывается следующей системой уравнений S:

$$x_{i,t}^{QoQ SAAR} = 4 * (x_{i,t} - x_{i,t-1}); \quad (S1)$$

$$x_{i,t} = \bar{x}_{i,t} + \hat{x}_{i,t}; \quad (S2)$$

$$\bar{x}_{i,t}^{QoQ SAAR} = \rho_{\bar{x}_{i,t}^{QoQ SAAR}} * \bar{x}_{i,t-1}^{QoQ SAAR} + \left(1 - \rho_{\bar{x}_{i,t}^{QoQ SAAR}}\right) * \bar{x}_{i,t-1}^{SS QoQ SAAR} + \varepsilon_{\bar{x}_{i,t}^{QoQ SAAR}}; \quad (S3)$$

$$\bar{x}_{i,t}^{QoQ SAAR} = 4 * (\bar{x}_{i,t} - \bar{x}_{i,t-1}); \quad (S4)$$

$$\hat{x}_{i,t} = \rho_{\hat{x}_{i,t}} * \hat{x}_{i,t-1} + \varepsilon_{\hat{x}_{i,t}} \quad (S5)$$

На Рисунках 4 и 5 приведены схемы взаимодействия основных элементов DEMUR – по блокам МР «Урал» и России между собой и с остальным миром, соответственно. В скобках под названием фактора указан порядковый номер уравнения в модели. Стрелки показывают направление влияния между факторами, число рядом со стрелкой показывает, в каком уравнении модели описана данная связь. Подпись (S) под названием фактора говорит о том, что его динамика описывается системой уравнений S.

На данных схемах представлена главная отличительная особенность DEMUR от КПМ, применяемых Банком России. Данная модель раскрывает динамическое взаимодействие трех (а не двух) секторов: региональный сектор на примере МР «Урал» (отсутствует в КПМ, применяемых Банком России), сектор России и сектор остального мира. Каждый из секторов описывается как обязательными общими факторами, так и специфическими: для сектора МР «Урал» введены дополнительные факторы, описывающие специфику региона, что позволяет более точно осуществлять прогнозирование и проводить декомпозицию исторических статистических данных макрорегиона. Данный подход может быть применен к любому из семи макрорегионов России (согласно структуре главных управлений Банка России), при включении в модель переменных, влияющих на рассматриваемый макрорегион.

Рисунок 4. Схема взаимодействия основных элементов DEMUR – блок МР «Урал»

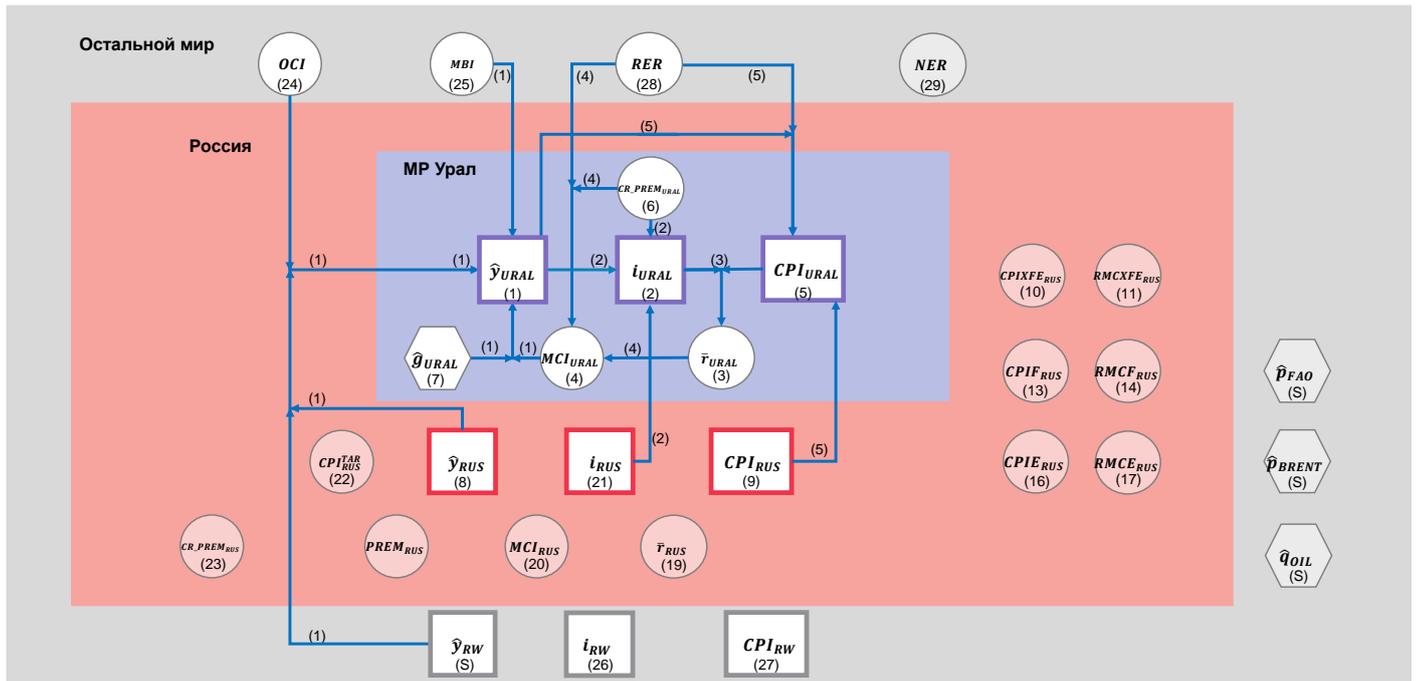
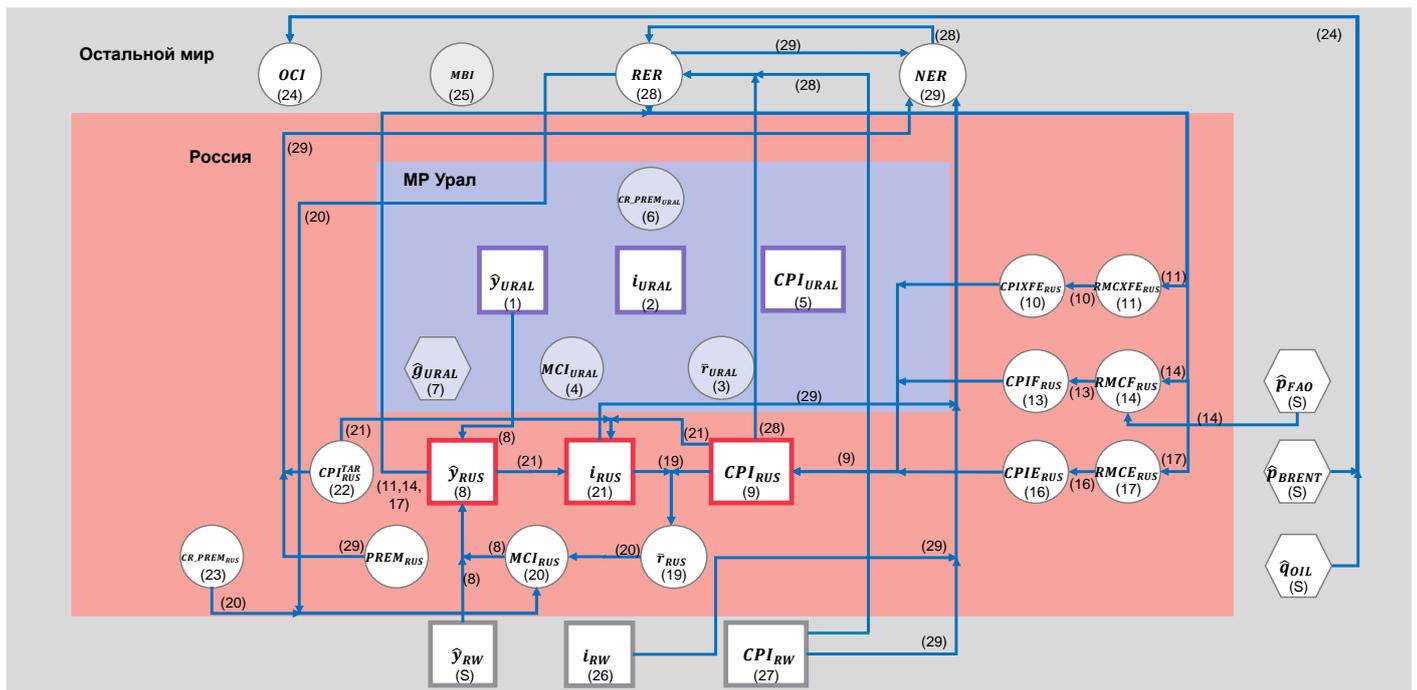


Рисунок 5. Схема взаимодействия основных элементов DEMUR – блок России



Сектор МР «Урал»

Уравнение совокупного спроса (IS) МР «Урал» (1) дополнительно к общепринятым в классических QPM (квартальных прогнозных моделях) факторам учитывает разрыв выпуска экономики России (без учета МР «Урал»), индекс нефтяных условий (OCI_t), учитывающий отклонения текущих уровней добычи нефти и мировых цен на нефть от среднелетних значений, и индекс цен основных экспортируемых металлов (MBI_t), также определяемый в отклонениях от среднелетних значений:

$$\hat{y}_{URAL,t} = b1_{URAL} * \hat{y}_{URAL,t-1} - b2_{URAL} * MCI_{URAL,t} + b3_{URAL} * \hat{y}_{RW,t} + \quad (1)$$

$$+ b_{GDP_{RUSwoURAL}} ** (\hat{y}_{RUS,t} - w_{GDP_{URAL}} * \hat{y}_{URAL,t}) + b9_{URAL} * OCI_t + b7 * MBI_t +$$

$$+ b12 * \hat{g}_{URAL,t} + \varepsilon_{\hat{y}_{URAL,t}}$$

где $\hat{y}_{URAL,t}$ – разрыв выпуска МР «Урал»,

$MCI_{URAL,t}$ – индекс монетарных условий МР «Урал»,

$\hat{y}_{RW,t}$ – разрыв выпуска остального мира,

$\hat{y}_{RUS,t}$ – разрыв выпуска России,

$w_{GDP_{URAL}}$ – вес МР «Урал» в выпуске России,

OCI_t – индекс нефтяных условий,

MBI_t – индекс цен основных экспортируемых металлов МР «Урал»,

$\hat{g}_{URAL,t}$ – разрыв расходов консолидированных бюджетов МР «Урал»,

$\varepsilon_{\hat{y}_{URAL,t}}$ – шок разрыва выпуска МР «Урал».

Уравнение номинальной процентной ставки МР «Урал» (2) определяет значение региональной номинальной процентной ставки, исходя из ее предыдущего значения, ожидаемого значения ключевой ставки Банка России, разрыва выпуска и кредитной премии МР «Урал»:

$$i_{URAL,t} = g1_{URAL} * i_{URAL,t-1} + (1 - g1_{URAL}) * i_{RUS,t+1} + \quad (2)$$

$$+ g3_{URAL} * \hat{y}_{URAL,t} + CR_{PREM_{URAL,t}} + \varepsilon_{i_{URAL,t}}$$

где $i_{URAL,t}$ – номинальная процентная ставка в МР «Урал»,

$i_{RUS,t+1}$ – ключевая ставка Банка России,

$CR_{PREM_{URAL,t}}$ – кредитная премия по МР «Урал»,

$\varepsilon_{i_{URAL,t}}$ – шок номинальной процентной ставки МР «Урал».

$i_{URAL, t}$ отражает фактически наблюдаемую средневзвешенную процентную ставку по выданным кредитам в МР «Урал», ее влияние на выпуск МР «Урал» нельзя напрямую сопоставить с влиянием ключевой ставки на выпуск России (оно намного слабее).

Реальная процентная ставка МР «Урал» (3) определяется как разница между соответствующей номинальной ставкой и ожидаемой инфляцией МР «Урал» в следующем периоде:

$$r_{URAL, t} = i_{URAL, t} - CPI_{URAL, t+1}^{YoY}, \quad (3)$$

где $r_{URAL, t}$ – реальная процентная ставка для МР «Урал»,

$CPI_{URAL, t+1}^{YoY}$ – индекс потребительских цен МР «Урал» (год к году).

Особенностью реальной процентной ставки МР «Урал» является, с одной стороны, то, что номинальные ставки по кредитам значительно выше ключевой ставки Банка России, с другой стороны, индекс потребительских цен МР «Урал» в среднем несколько ниже общероссийского уровня.

Региональные (для МР «Урал») денежно-кредитные условия (4) рассчитываются путем сложения суммы значений разрыва реальной процентной ставки и кредитной премии (обе переменных – для МР «Урал») с весом $b4_{URAL}$ и разрыва реального обменного курса с весом $(1 - b4_{URAL})$:

$$MCI_{URAL} = b4_{URAL} * (\hat{r}_{URAL} + CR_{PREMURAL, t}) + (1 - b4_{URAL}) * (-\widehat{REER}_t), \quad (4)$$

где \hat{r}_{URAL} – разрыв реальной процентной ставки МР «Урал»,

\widehat{REER}_t – разрыв реального обменного курса рубля к доллару США.

Индекс потребительских цен МР «Урал» (5) задается стандартным (по принципу новокейнсианской кривой Филлипса (НКПС)) впередсмотрящим уравнением с рациональными ожиданиями, учитывающим региональные переменные инфляции и выпуска, выпуск России без учета МР «Урал», а также разрыв реального обменного курса рубля к доллару США:

$$CPI_{URAL, t}^{QoQ SAAR} = a1_{URAL} * CPI_{URAL, t-1}^{QoQ SAAR} + (1 - a1_{URAL}) * CPI_{URAL, t+1}^{QoQ SAAR} + a55 * ((CPI_{RUS, t}^{QoQ SAAR} - w_{CPIURAL} * CPI_{URAL, t}^{QoQ SAAR}) - CPI_{URAL, t}^{QoQ SAAR}) + a4_{URAL} * \hat{Y}_{URAL, t} + \varepsilon_{CPIURAL, t}, \quad (5)$$

где $CPI_{URAL,t}^{QoQ SAAR}$ – индекс потребительских цен МР «Урал»,

$CPI_{RUS,t}^{QoQ SAAR}$ – индекс потребительских цен России,

$\varepsilon_{CPI_{URAL,t}}$ – шок потребительских цен МР «Урал».

Кредитная премия МР «Урал» (6) определяется AR (1) процессом:

$$CR_{PREM_{URAL,t}} = b5_{URAL} * CR_{PREM_{URAL,t-1}} + \varepsilon_{CR_{PREM_{URAL,t}}}, \quad (6)$$

где $\varepsilon_{CR_{PREM_{URAL,t}}}$ – шок кредитной премии МР «Урал».

Расходы консолидированного бюджета МР «Урал» (7) также определяются AR (1) процессом:

$$\hat{g}_{URAL,t} = \rho_{\hat{g}_{URAL}} * \hat{g}_{URAL,t-1} + \varepsilon_{\hat{g}_{URAL,t}}, \quad (7)$$

где $\varepsilon_{\hat{g}_{URAL,t}}$ – шок разрыва государственных расходов,

$\rho_{\hat{g}_{URAL}}$ – авторегрессионный коэффициент разрыва расходов консолидированного бюджета МР «Урал».

Российский сектор

Разрыв российского выпуска (8) определяется своими предыдущими значениями (инерцией), российскими денежно-кредитными условиями, мировым разрывом выпуска:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{RUS,t} = & b1_{RUS} * \hat{y}_{RUS,t-1} - b2_{RUS} * MCI_{RUS,t} + b3_{RUS} * \hat{y}_{RW,t} + \\ & + (\varepsilon_{\hat{y}_{RUS,t}} - w_{GDP_{URAL}} * \varepsilon_{\hat{y}_{URAL,t}}) + w_{GDP_{URAL}} * \varepsilon_{\hat{y}_{URAL,t}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $MCI_{RUS,t}$ – индекс монетарных условий России,

$\varepsilon_{\hat{y}_{RUS,t}}$ – шок разрыва выпуска России.

Индекс потребительских цен России (9) состоит из трех компонентов: индексов цен на топливо, продовольственные товары и остальных потребительских товаров и услуг, взвешенных по объему потребления данных категорий соответственно:

$$cpi_{RUS,t} = w_{cpie} * cpie_{RUS,t} + w_{cpif} * cpif_{RUS,t} + (1 - w_{cpie} - w_{cpif}) * cpixfe_{RUS,t} + \varepsilon_{cpi_{RUS,t}} \quad (9)$$

где $cpi_{RUS,t}$ – индекс потребительских цен на топливо России,

$cpif_{RUS,t}$ – индекс потребительских цен на продовольственные товары России,

$cpixfe_{RUS,t}$ – индекс потребительских цен без учета топлива и продовольственных товаров России,

w_{cpie} – вес топлива в потребительской корзине,

w_{cpif} – вес продовольствия в потребительской корзине,

$\varepsilon_{cpi_{RUS,t}}$ – шок индекса потребительских цен России.

Индекс потребительских цен без учета топлива и продовольственных товаров России (10) зависит от собственных предыдущих и ожидаемых значений, а также реальных предельных издержек производителей соответствующих товаров:

$$CPIXFE_{RUS,t}^{QoQ SAAR} = a1_{RUS} * CPIXFE_{RUS,t-1}^{QoQ SAAR} + (1 - a1_{RUS}) * CPIXFE_{RUS,t+1}^{QoQ SAAR} + a2_{RUS} * RMCFE_{RUS,t} + \varepsilon_{CPIXFE_{RUS,t}^{QoQ SAAR}} \quad (10)$$

где $RMCFE_{RUS,t}$ – реальные предельные издержки производителей продукции без учета топлива и продовольственных товаров России,

$\varepsilon_{CPIXFE_{RUS,t}^{QoQ SAAR}}$ – шок цен без учета топлива и продовольственных товаров России.

Реальные предельные издержки производителей товаров без учета топлива и продовольственных товаров России (11) зависят от разрыва выпуска России, отклонения реального обменного курса рубля к доллару США от его равновесного уровня и отклонения относительных цен на данную категорию товаров от среднелетнего уровня:

$$rmcxf_{RUS,t} = a3_{RUS} * \hat{y}_{RUS,t} + (1 - a3_{RUS}) * (\widehat{rer}_t - \widehat{rpxfe}_{RUS,t}), \quad (11)$$

где $\widehat{rpxfe}_{RUS,t}$ – разрыв относительных цен товаров без учета топлива и продовольствия России.

Разрыв относительных цен товаров без учета топлива и продовольствия России (12.1) равен отклонению данных относительных цен от среднелетнего значения. Сами

же относительные цены на продукцию без учета топлива и продовольствия (12.2–12.3) равны отклонению российских цен на продукцию без учета топлива и продовольствия от совокупной российской инфляции (индекса потребительских цен):

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{rpxfe}_{RUS, t} = rpxfe_{RUS, t} - \overline{rpxfe}_{RUS, t}; \\ rpxfe_{RUS, t} = cpixfe_{RUS, t} - cpi_{RUS, t}; \\ \overline{RPXFE}_{RUS, t}^{QoQ SAAR} = 4 * (rpxfe_{RUS, t} - \overline{rpxfe}_{RUS, t-1}). \end{array} \right. \quad (12.1)$$

$$rpxfe_{RUS, t} = cpixfe_{RUS, t} - cpi_{RUS, t}; \quad (12.2)$$

$$\overline{RPXFE}_{RUS, t}^{QoQ SAAR} = 4 * (rpxfe_{RUS, t} - \overline{rpxfe}_{RUS, t-1}). \quad (12.3)$$

Приведенные выше уравнения нуждаются в нескольких комментариях. Инфляция без учета топлива и продовольственных товаров России (10) зависит от ожидаемого собственного значения на квартал вперед, а также от его прошлого значения. Данная инфляция также положительно зависит от разрыва внутреннего производства и разрыва реального обменного курса, поскольку реальная девальвация увеличивает внутреннюю стоимость импортируемых промежуточных ресурсов и готовой продукции и создает повышательное давление на цены. В дополнение к этим стандартным механизмам кривая Филлипса также включает разрыв относительных (к общему уровню цен) внутренних цен на товары без учета топлива и продовольствия.

Индекс потребительских цен продовольственных товаров России (13) определяется аналогично индексу потребительских цен без учета топлива и продовольственных товаров:

$$\begin{aligned} CPIF_{RUS, t}^{QoQ SAAR} = a21_{RUS} * CPIF_{RUS, t-1}^{QoQ SAAR} + (1 - a21_{RUS}) * CPIF_{RUS, t+1}^{QoQ SAAR} + \\ + a22_{RUS} * RMCF_{RUS, t} + \varepsilon_{CPIF_{RUS, t}^{QoQ SAAR}}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $RMCF_{RUS, t}$ – реальные предельные издержки производства продовольственных товаров России,

$\varepsilon_{CPIF_{RUS, t}^{QoQ SAAR}}$ – шок цен продовольственных товаров России.

Реальные предельные издержки производства продовольственных товаров России (14) зависят от разрыва выпуска России, разрыва мировых цен на продовольственные товары, разрыва реального обменного курса и разрыва относительных цен на продовольственные товары:

$$rmcf_{RUS, t} = a23_{RUS} * \hat{y}_{RUS, t} + (1 - a23_{RUS}) * (\hat{p}_{FAO_t} + \widehat{rer}_t - \widehat{rpf}_{RUS, t}), \quad (14)$$

где \hat{p}_{FAO_t} – разрыв мировых цен на продовольственные товары,

$\widehat{rpf}_{RUS, t}$ – разрыв относительных цен продовольственных товаров России.

Разрыв относительных цен продовольственных товаров России определяется аналогично разрыву относительных цен на товары без учета топлива и продовольствия, таким же образом определяются и сами относительные цены (15.1–15.3):

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{rpf}_{RUS, t} = rpf_{RUS, t} - \overline{rpf}_{RUS, t}; \end{array} \right. \quad (15.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} rpf_{RUS, t} = cpi_{RUS, t} - \overline{cpi}_{RUS, t}; \end{array} \right. \quad (15.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{RPF}_{RUS, t}^{QoQ SAAR} = 4 * (\overline{rpf}_{RUS, t} - \overline{rpf}_{RUS, t-1}). \end{array} \right. \quad (15.3)$$

Индекс потребительских цен на топливо России (16) определяется аналогично индексу потребительских цен без учета топлива и продовольственных товаров:

$$\begin{aligned} CPIE_{RUS, t}^{QoQ SAAR} = a31_{RUS} * CPIE_{RUS, t-1}^{QoQ SAAR} + (1 - a31_{RUS}) * CPIE_{RUS, t+1}^{QoQ SAAR} + \\ + RMCE_{RUS, t} + \varepsilon_{CPIE_{RUS, t}^{QoQ SAAR}}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\varepsilon_{CPIE_{RUS, t}^{QoQ SAAR}}$ – шок цен на топливо России.

Реальные предельные издержки производства топлива России (17) зависят от разрыва выпуска России, разрыва мировых цен на нефть, разрыва реального обменного курса и разрыва относительных цен на топливо:

$$RMCE_{RUS, t} = a33_{RUS} * \hat{y}_{RUS, t} + (1 - a33_{RUS}) * (\hat{p}_{BRENT_t} + \widehat{rer}_t - \widehat{rpe}_{RUS, t}), \quad (17)$$

где $\widehat{rpe}_{RUS, t}$ – разрыв относительных цен на топливо России (18.1).

$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{rpe}_{RUS, t} = rpe_{RUS, t} - \overline{rpe}_{RUS, t}; \end{array} \right. \quad (18.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} rpe_{RUS, t} = cpe_{RUS, t} - \overline{cpe}_{RUS, t}; \end{array} \right. \quad (18.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{RPE}_{RUS, t}^{QoQ SAAR} = 4 * (\overline{rpe}_{RUS, t} - \overline{rpe}_{RUS, t-1}). \end{array} \right. \quad (18.3)$$

Реальная процентная ставка России (19) определяется исходя из текущего значения номинальной процентной ставки, скорректированного на величину ожидаемой инфляции:

$$r_{RUS,t} = i_{RUS,t} - CPI_{RUS,t+1}^{YoY}, \quad (19)$$

где $r_{RUS,t}$ – реальная процентная ставка России.

Денежно-кредитные условия России (20) определяются через разрыв российской реальной процентной ставки и кредитную премию России, а также отклонение реального обменного курса рубля к доллару США от его равновесного значения:

$$MCI_{RUS,t} = b4_{RUS} * (\hat{r}_{RUS,t} + CR_{PREM_{RUS,t}}) + (1 - b4_{RUS}) * (-\hat{rer}_t), \quad (20)$$

где $\hat{r}_{RUS,t}$ – разрыв реальной процентной ставки России,

$CR_{PREM_{RUS,t}}$ – кредитная премия России.

Номинальная процентная ставка (ключевая ставка Банка России) (21) в рамках данной модели учитывает свое предыдущее значение, а также свой нейтральный уровень, отклонение ожидаемого номинального обменного курса рубля к доллару США от текущего значения, мировую номинальную процентную ставку, страновую премию по России, отклонение инфляции от таргета и разрыв выпуска России:

$$\begin{aligned} i_{RUS,t} = & g1_{RUS} * i_{RUS,t-1} + \\ & + (1 - g1_{RUS}) * \left(i_{RUS,t}^* + g2_{RUS} * (CPI_{RUS,t+4}^{YoY} - CPI_{RUS,t+4}^{TARYoY}) \right) + \\ & + g3_{RUS} * \hat{y}_{RUS,t} + \varepsilon_{i_{RUS,t}}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $i_{RUS,t}^*$ – нейтральная процентная ставка для России,

$CPI_{RUS,t}^{TARYoY}$ – уровень таргета инфляции для России (YoY),

$\varepsilon_{i_{RUS,t}}$ – шок ключевой ставки Банка России.

Таргет инфляции по России с 2016Q1 задан на уровне 4%, в модели описывается уравнением (22):

$$CPI_{RUS,t}^{TAR YOY} = \rho_{CPI_{RUS}^{TAR YOY}} * CPI_{RUS,t-1}^{TAR YOY} + (1 - \rho_{CPI_{RUS}^{TAR YOY}}) * CPI_{RUS}^{SS TAR YOY} + \varepsilon_{CPI_{RUS,t}^{TAR YOY}} ; \quad (22)$$

где $\varepsilon_{CPI_{RUS,t}^{TAR YOY}}$ – шок таргета инфляции.

Кредитная премия России (23) определяется стандартным AR (1) процессом, аналогично кредитной премии МР «Урал»:

$$CR_{PREM_{RUS,t}} = b5_{RUS} * CR_{PREM_{RUS,t-1}} + \varepsilon_{CR_{PREM_{RUS,t}}} \quad (23)$$

где $\varepsilon_{CR_{PREM_{RUS,t}}}$ – шок кредитной премии России.

Страновая премия по России $PREM_{RUS,t}$ определяется фактическими значениями 5-летней CDS для России.

Внешний сектор

Нефтяные условия OCI_t (24) определяются через отклонения мировых цен на нефть марки Brent и объема добычи нефти России от своих равновесных значений:

$$OCI_t = b6 * \hat{p}_{BRENT,t} + (1 - b6) * \hat{q}_{OIL,t} , \quad (24)$$

где $\hat{q}_{OIL,t}$ – разрыв объема добычи нефти России.

Индекс цен основных экспортируемых металлов МР «Урал» MBI_t (25) определяется отклонением мировых индексов цен (World Bank Commodity Price Data (The Pink Sheet), FRED) на железо, медь, титан, алюминий и цинк от собственных равновесных (среднедолголетних) значений:

$$MBI_t = b_{IRON} * \hat{p}_{IRON,t} + b_{COPPER} * \hat{p}_{COPPER,t} + b_{TITANIUM} * \hat{p}_{TITANIUM,t} + \quad (25)$$

$$+ b_{ALUMINUM} * \hat{p}_{ALUMINUM,t} + b_{ZINC} * \hat{p}_{ZINC,t} ,$$

где $\hat{p}_{IRON,t}$, $\hat{p}_{COPPER,t}$, $\hat{p}_{TITANIUM,t}$, $\hat{p}_{ALUMINUM,t}$, $\hat{p}_{ZINC,t}$ – разрывы мировых индексов цен на железо, медь, титан, алюминий и цинк соответственно,

b_{IRON} , b_{COPPER} , $b_{TITANIUM}$, $b_{ALUMINUM}$, b_{ZINC} – коэффициенты соответствующих металлов в MBI_t .

Мировая процентная ставка (26) со степенью жесткости $\rho_{i_{RW}}$ зависит от собственных предыдущих значений и со степенью $(1 - \rho_{i_{RW}})$ зависит от суммы мировой реальной долгосрочной процентной ставки \bar{r}_{RW} и аннуализированной мировой квартальной инфляции:

$$i_{RW,t} = \rho_{i_{RW}} * i_{RW,t-1} + (1 - \rho_{i_{RW}}) * (\bar{r}_{RW} + CPI_{RW,t}^{QoQ SAAR}) + \varepsilon_{i_{RW}}, \quad (26)$$

где $\varepsilon_{i_{RW}}$ – шок мировой процентной ставки,

$CPI_{RW,t}$ – мировой индекс потребительских цен.

Мировой индекс потребительских цен $CPI_{RW,t}^{QoQ SAAR}$ (27) представляет собой аннуализированный прирост разности логарифмов индекса потребительских цен стран OECD:

$$CPI_{RW,t}^{QoQ SAAR} = \rho_{CPI_{RW}^{QoQ SAAR}} * CPI_{RW,t-1}^{QoQ SAAR} + (1 - \rho_{CPI_{RW}^{QoQ SAAR}}) * (CPI_{RW,t+1}^{SS SAAR} + a_{RW} * \hat{y}_{RW,t}) + \varepsilon_{CPI_{RW}^{QoQ SAAR}}. \quad (27)$$

Реальный обменный курс рубля к доллару США rer_t (28) учитывает соответствующий номинальный обменный курс, мировую и российскую инфляцию:

$$rer_t = ner_t + cpi_{RW,t} - cpi_{RUS,t}, \quad (28)$$

где rer_t – логарифм реального обменного курса рубля к доллару США,

ner_t – логарифм номинального обменного курса рубля к доллару США.

Номинальный обменный курс рубля к доллару США (29) учитывает собственные предыдущее, будущее значения и целевой уровень, а также равновесный реальный обменный курс рубля к доллару США, темп прироста российской инфляции, достигаемый на траектории устойчивого роста и ее таргет, ключевую ставку Банка России, мировую номинальную процентную ставку и российскую страновую премию:

$$\begin{aligned}
 ner_t = & [(1 - e1) * ner_{t+1} + e1 * (ner_{t-1} + \\
 & + \frac{2}{4} * (CPI_{RUS,t}^{TAR YoY} - CPI_{RW}^{SS QoQ SAAR} + \overline{RER}_t^{QoQ SAAR}) + \frac{-i_{RUS,t} + i_{RW,t} + PREM_{RUS,t}}{4}] \\
 & + \varepsilon_{ner_t},
 \end{aligned} \tag{29}$$

где $\overline{RER}_t^{QoQ SAAR}$ – тренд изменения реального обменного курса рубля,

$PREM_{RUS,t}$ – страновая премия для России,

$i_{RW,t}$ – мировая номинальная процентная ставка,

ε_{ner_t} – шок номинального обменного курса рубля.

Откалиброванные значения всех используемых коэффициентов представлены в Приложении 2. Модельный аппарат предоставляет широкий спектр возможностей для прогнозирования будущих значений макропоказателей:

1) если неизвестно, как будут изменяться показатели в будущем: все показатели изменяются в соответствии со своими траекториями движения к стационарному состоянию;

2) если точно известны значения одного (или нескольких) показателей в будущем, например значения ключевой ставки процента на некоторое количество периодов вперед: анализируются последствия в отношении остальных макропоказателей;

3) если предполагается, что возможны шоки (комбинация шоков), например резкое снижение цен на нефть, сокращение мирового выпуска, ослабление курса национальной валюты: устанавливаются экспертно значения шоков и анализируются их последствия в рамках модели.

Базовый алгоритм прогнозирования в рамках модели:

1) установить уровень ключевой ставки на 4–12 периодов вперед (например, сохранение ключевой ставки на уровне 4,25% на все периоды вперед);

2) установить значения шока внутреннего выпуска (например, предполагается шок в 2020Q3 в размере минус 3%);

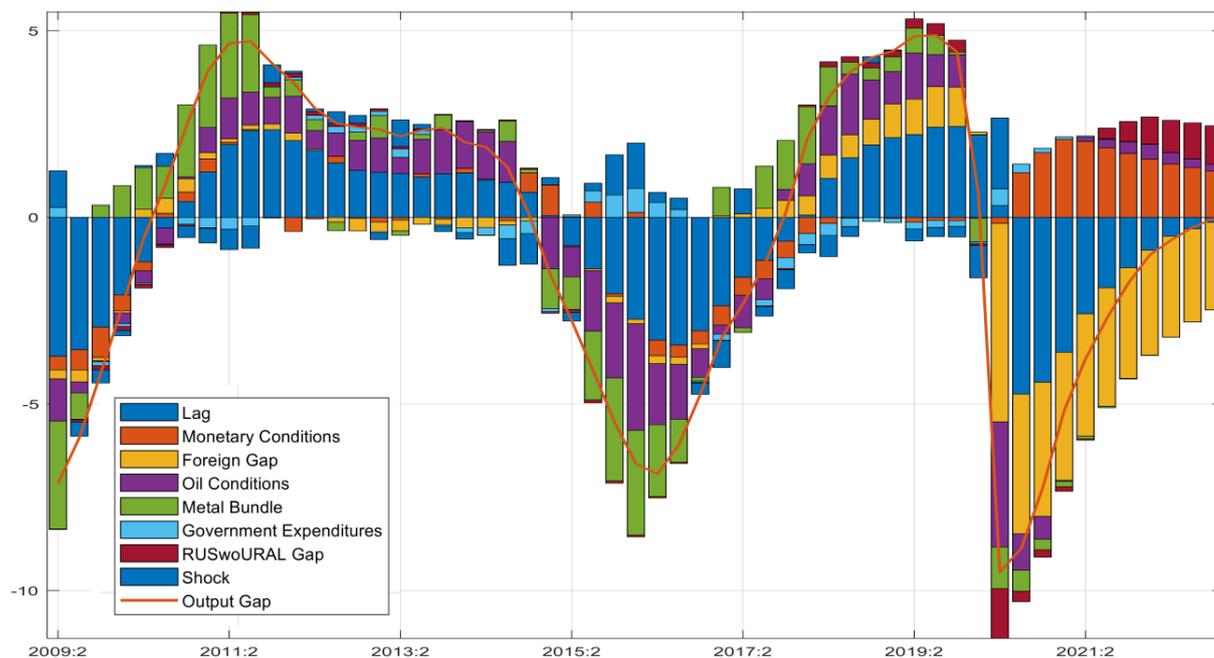
3) установить значения шока мирового выпуска (например, предполагается шок в 2020Q3 в размере минус 3%);

4) установить уровень мировых цен на нефть (например, предполагается среднее значение цены нефти марки Brent в 2020Q3 в размере 45 долларов США за баррель).

В результате моделирования мы можем получить функции импульсных откликов (примеры приведены в Приложении 3), значения анализируемых показателей в табличной

и графической формах. Основным достоинством моделей подобного типа является возможность декомпозиции показателей по фактически наблюдавшейся истории, а также сформированного прогноза на основании заложенных предпосылок.

Рисунок 6. Пример декомпозиции прогноза разрыва выпуска МР «Урал»



На Рисунке 6 приведена декомпозиция разрыва выпуска МР «Урал» с 2009Q2. Модель говорит нам о том, что основными составляющими положительного разрыва выпуска в 2010–2015 годах были высокая (выше среднемноголетних) цена корзины металлов, положительный индекс нефтяных условий, формирующийся из отклонений цены и объемов добычи от среднемноголетних значений, и инерция разрыва выпуска. Отрицательный разрыв выпуска в 2015–2017 годах также в основном объясняется указанными составляющими. Кроме того, мы наблюдаем положительный вклад расходов консолидированных бюджетов, который не допустил более глубокого спада в указанный период. В положительный разрыв выпуска в 2017–2019 годах (дополнительно к металлам и нефти) внесли вклад положительные разрывы выпуска России (без учета МР «Урал») и мировой экономики (стран OECD).

Байесовская оценка распределения

Для оценки дисперсий $\sigma_u^2, \sigma_v^2, \sigma_w^2, \sigma_\epsilon^2$ и коэффициентов β при предикторах используется фильтр Калмана и метод Монте-Карло по схеме марковских цепей (МСМС, Markov Chain Monte Carlo).

Представим, что у нас есть некоторое вероятностное распределение. Можем ли мы его симулировать? Не всегда возможно приблизить распределение (как в методе Лапласа) каким-либо известным распределением так, чтобы посчитать в явном виде. Наиболее частая проблема – мультимодальное распределение с большим набором параметров.

Для этого принято решать следующие две задачи для некоего распределения $p(x)$:

1) необходимо научиться генерировать сэмплы $\{x^{(r)}\}_{r=1}^R$ по $p(x)$;

2) необходимо научиться оценивать ожидания функций по распределению $p(x)$, то есть научиться оценивать интегралы вида:

$$E_p[f] = \int p(x)f(x)dx. \quad (\text{X})$$

Полагается, что x – это вектор из \mathbb{R}^n с компонентами x_n , функции f – это моменты случайных величин, зависящих от x . Также полагается, что функция $p(x)$ слишком сложная и явно ее вычислить не получается.

Задача оценки ожиданий функции решается, когда успешно решена задача сэмплинга: нужно взять сэмплы $\{x^{(r)}\}_{r=1}^R$ и посчитать:

$$\hat{f} = \frac{1}{R} \sum_r f(x^{(r)}). \quad (\text{XI})$$

Ожидание \hat{f} равно $E_p[f]$, а вариация убывает обратно пропорционально R .

Полагается, что дана функция $p^*(x)$, которая отличается от $p(x)$ только нормировочной константой

$$Z = \int p^*(x)dx, \quad p(x) = \frac{p^*(x)}{Z}. \quad (\text{XII})$$

Проблемы: мы не знаем Z (чаще всего), обычно правильные сэмплы p^* часто попадают туда, где p^* велика, поэтому надо определить, где p^* велика, не вычисляя её везде.

Марковская цепь задается начальным распределением вероятностей $p^0(x)$ и вероятностями перехода $T(x'; x)$, где $T(x'; x)$ – это распределение следующего элемента цепи в зависимости от следующего за ним; распределение на шаге $t + 1$ равно:

$$p^{t+1}(x') = \int T(x'; x)p^t(x)dx. \quad (\text{XIII})$$

Цепь должна сходиться к распределению, которое нас интересует.

Свойство баланса в марковских цепях для p и T :

$$\forall x, x' \quad T(x, x')p(x') = T(x', x)p(x). \quad (\text{XIV})$$

То есть вероятность того, что мы выберем x и дойдем до x' равна вероятности выбрать x' и дойти до x . Такие цепи называют обратимыми (reversible).

Общая идея алгоритма Метрополиса – Гастингса

Берется семейство $q(x', x^{(i)})$, где $x^{(i)}$ – текущее состояние.

q не является приближением p , а должно быть сэмплируемым распределением (например, гауссиан). Кандидат в новое состояние x' сэмплируется из $q(x', x^{(i)})$:

1. Вычисляется:

$$a = \frac{p^*(x') * q(x^{(i)}; x')}{p^*(x^{(i)}) * q(x'; x^{(i)})}. \quad (\text{XV})$$

2. С вероятностью a : $x^{(i+1)} = x'$, иначе $x^{(i+1)} = x^{(i)}$.

Суть в том, что мы переходим в новый центр распределения, если принимаем очередной шаг. Получается random walk (случайное блуждание), зависящий от распределения $p^*(x)$.

Очевидно, что $x^{(i)}$ не независимы, независимые сэмплы получаются только с большими интервалами. Условие баланса:

$$\begin{aligned} p(x)q(x; x')a(x'; x) &= \min(p(x)q(x; x'), p(x')q(x'; x)) = \\ &= \min(p(x')q(x'; x), p(x)q(x; x')) = p(x')q(x'; x)a(x; x'). \end{aligned} \quad (\text{XVI})$$

Важный параметр – дисперсия распределения q . Она задает баланс между частым принятием и быстрым перемещением по пространству состояний.

Падение разрыва выпуска в 2020Q2 сформировано всеми составляющими, за исключением инерции и расходов консолидированного бюджета. Закрытие разрыва выпуска к 2022Q4 будет обеспечиваться мягкими денежно-кредитными условиями, восстановлением цен и объемов добычи нефти, а также положительным разрывом выпуска России (без учета МР «Урал») и сокращающимся отрицательным разрывом выпуска мировой экономики (стран OECD). Проведение подобного анализа говорит нам, например, о том, что повышение цены «корзины металлов» может привести к росту физического объема добычи цветных и черных металлов сверх потенциальных темпов роста и, как следствие, к увеличению разрыва выпуска МР «Урал». Включив данный дополнительный фактор в качестве объясняющей переменной в уравнение (1), мы получаем более точные оценки коэффициентов при основных факторах: инерции, денежно-кредитных условиях, разрыве выпуска остального мира. Учет взаимосвязи «корзины металлов» и разрыва выпуска приводит к более точной оценке последствий применения единой ДКП.

Модель представляет собой механизм, использующий оцененные на фактических данных количественные взаимосвязи экономических переменных, который в ответ на введение возможных вариантов развития событий в виде сценариев (совокупностей значений ряда показателей, например объема добычи нефти в соответствии с соглашением ОПЕК+), дает прогнозные значения по ряду переменных на определенный период в виде графиков и таблиц с их значениями. Причинно-следственные связи между мерами ДКП, инфляцией и динамикой выпуска в макрорегионе соответствуют стандартным трансмиссионным каналам. Например, процентный канал действует следующим образом: повышение ключевой ставки Банка России (21) секвенциально приводит к росту ставки процента МР «Урал» (2), ужесточению денежно-кредитных условий (4), снижению разрыва выпуска МР «Урал» (1) и, как следствие, снижению индекса потребительских цен (5). Кроме того, действует валютный канал: повышение ключевой ставки Банка России (21) приводит к укреплению номинального обменного курса (29), что ухудшает денежно-кредитные условия (4) (увеличивает абсолютное значение индекса), уменьшает разрыв выпуска МР «Урал» (1) и, как следствие, снижает индекс потребительских цен (5). Также в представленной модели можно выделить канал конвергенции цен МР «Урал» с российскими (представлен в уравнении (5)).

Авторы не ставят перед собой задачу показать, как результаты моделирования могут помочь в решении задачи формирования единой ДКП для России. Представленная работа направлена на оценку последствий принятия решений по ключевой ставке на экономику конкретного макрорегиона (МР «Урал»).

3.3. Оценка качества DEMUR в сравнении с альтернативными моделями

Для оценки потенциала представленной модели необходимо исследовать ее свойства в сравнении с альтернативами. Провести сравнение аналитических свойств данной модели с другими моделями, используемыми в Банке России и предлагаемыми в научной литературе, в которых рассматриваются одни и те же меры ДКП, не представляется возможным, так как до настоящего исследования задача оценки последствий принятия решений по ключевой ставке на экономику конкретного макрорегиона (МР «Урал») не ставилась.

С точки зрения теоретических предпосылок представленная модель опирается на неокейнсианский подход, кратко описанный в подразделе 3.1. Модель построена «надстройкой» дополнительных переменных на ядро уравнений IS-PC-MR для трех блоков: МР «Урал», Россия и остальной мир. Такой подход дает возможность построения множества альтернативных моделей, что позволило нам выделить некоторое количество альтернатив и провести сравнительные исследования каждой из них.

Нами были построены дополнительно две усеченные модели DEMUR: DEMUR_{core} (без включения в уравнение (1) цены корзины металлов, индекса нефтяных условий и расходов региональных консолидированных бюджетов) и DEMUR_{core}OСI (без включения в уравнение (1) цены корзины металлов и расходов региональных консолидированных бюджетов). Также была построена VECM-модель (два коинтегрирующих уравнения) с пятью лагами трех эндогенных переменных: разрыв выпуска МР «Урал» $\hat{y}_{URAL,t}$, индекс потребительских цен МР «Урал» $CPI_{URAL,t}^{QoQ SAAR}$, номинальная процентная ставка МР «Урал» $i_{URAL,t}$; экзогенными переменными: $cpi_{RUS,t}$, $i_{RUS,t-1}$, $i_{RW,t-1}$, $PREM_{RUS,t-1}$, ner_{t-1} , $CPI_{RW,t-1}^{QoQ SAAR}$, $\hat{y}_{RW,t-1}$, $\hat{q}_{OIL,t-1}$, $\hat{y}_{RUS,t-1}$, $\hat{p}_{BRENT,t-1}$, $\hat{p}_{FAO,t-1}$, $\hat{p}_{IRON,t-1}$, $\hat{p}_{COPPER,t-1}$, $\hat{p}_{TITANIUM,t-1}$, $\hat{p}_{ALUMINUM,t-1}$, $\hat{p}_{ZINC,t-1}$, $\hat{g}_{URAL,t-1}$.

Для построения вневыборочных прогнозов VECM-модели была использована функция `predict_rolling` из пакета `tsDyn` для R.

Эта функция позволяет проверять точность прогнозирования вне выборки, оценивая модель на подвыборке оригинала, а затем делая `roll` прогнозов для горизонта `n.ahead` каждый раз, обновляя выборку. Другими словами, с данной моделью, оцененной на основе 100 наблюдений, функция оценит ее, например, на 90 первых наблюдениях (`nroll = 10`), сгенерирует, например, прогноз на 1 шаг вперед (`n.ahead = 1`) из 90 наблюдений, затем с использованием истинного значения 91, 92 наблюдений ... до полной выборки. В отличие

от обычных методов $\text{pred}()$, указание $n.\text{ahead} = 2$ не будет генерировать прогнозы на 1 и 2 шага вперед, а только roll двух прогнозов на шаг вперед (Fabio Di Narzo, et al., 2020).

Также для сравнения качества оценки прогноза были использованы метод случайного блуждания (RW) и ARIMA. Вневыборочные прогнозы делались на выборке с 2017Q1 по 2020Q4 (16 квартальных наблюдений). Выбор данного временного промежутка обусловлен тем, что VECM-модель на выборке менее чем с 2010Q1 по 2016Q4 (28 квартальных наблюдений) давала крайне высокую погрешность прогноза по эндогенным переменным.

Таблица 3. RMSE номинальной процентной ставки МР «Урал»

$i_{URAL, t}$	ARIMA	RW	VECM	DEMUR	DEMUR core	DEMUR coreOCI
t1	0,82	0,53	2,62	0,30	0,23	0,36
t2	1,59	0,92	2,02	0,68	0,54	0,81
t3	2,12	1,18	2,05	1,09	0,90	1,26
t4	2,67	1,42	2,16	1,45	1,25	1,69
t5	2,69	1,57	2,10	1,71	1,52	2,19
t6	2,74	1,58	1,74	1,84	1,67	2,72
t7	2,79	1,52	1,91	1,86	1,72	3,08
t8	2,79	1,45	1,70	1,82	1,70	3,16
t9	2,78	1,48	2,96	1,74	1,63	2,93
t10	2,71	1,61	1,49	1,65	1,56	2,44
t11	2,61	1,79	1,51	1,56	1,50	1,76
t12	2,49	1,95	1,62	1,43	1,43	1,05
t13	2,35	1,99	1,13	1,27	1,32	0,68
t14	2,15	1,91	0,48	1,01	1,14	0,83
t15	1,94	1,80	2,20	0,73	0,90	0,95
t16	1,49	1,43	0,91	0,40	0,57	0,76

Оценки RMSE номинальной процентной ставки МР «Урал» представлены в Таблице 3. Рассмотрим полученные значения для строки t1: начиная с 2016Q4 для каждого из 16 последующих кварталов были сделаны прогнозы на 16 наблюдений вперед путем последовательного добавления фактических данных. Таким образом получены 16 прогнозных значений, исходя из данных, имеющихся перед прогнозируемым периодом: прогноз на 2017Q1 получен из фактических данных и так далее – до прогноза на 2020Q4, полученного из фактических данных, имеющихся на 2020Q3. Для каждого полученного прогнозного значения рассчитана ошибка прогноза, сделана оценка качества прогноза

RMSE для сравнения различных моделей между собой. В таблице 3 в каждой строке жирным шрифтом выделены значения модели, дающей наименьшую оценку RMSE, курсивом – значения второй по качеству модели. Можно сделать вывод, что наименьшую погрешность при прогнозировании номинальной процентной ставки для МР Урал дает модель DEMURcore.

Таблица 4. RMSE индекса потребительских цен МР Урал

$CPI_{URAL,t}^{QoQ SAAR}$	ARIMA	RW	VECM	DEMUR	DEMUR core	DEMUR coreOCI
t1	2,16	1,47	9,08	1,61	<i>1,59</i>	2,44
t2	2,86	1,66	7,43	1,94	<i>1,87</i>	5,05
t3	3,23	2,16	8,11	2,22	<i>2,17</i>	7,11
t4	3,36	2,16	8,71	<i>2,12</i>	2,08	8,63
t5	3,47	1,88	7,05	<i>1,92</i>	1,88	9,32
t6	3,49	1,67	8,15	1,77	<i>1,71</i>	8,91
t7	3,74	1,11	7,58	1,71	<i>1,67</i>	7,70
t8	3,93	1,15	7,00	1,70	<i>1,68</i>	6,42
t9	4,04	1,02	11,42	<i>1,70</i>	<i>1,70</i>	5,73
t10	3,95	1,45	3,07	<i>1,68</i>	1,69	5,26
t11	3,50	1,60	5,02	1,60	1,64	4,62
t12	3,01	1,46	12,42	<i>1,56</i>	1,64	3,93
t13	2,23	1,34	8,53	<i>1,43</i>	1,58	3,30
t14	1,51	0,86	14,78	<i>1,40</i>	1,58	2,68
t15	0,97	<i>1,11</i>	20,02	1,36	1,50	2,31
t16	0,33	<i>0,61</i>	2,08	1,19	1,27	2,10

Оценки RMSE индекса потребительских цен МР «Урал» (Таблица 4) достаточно высоки для всех моделей по сравнению с RW. Высокая погрешность ARIMA и VECM объясняется недостаточным количеством наблюдений. Оценки DEMUR и DEMURcore очень близки, в целом можно сказать, что DEMURcore чуть более точнее прогнозирует индекс потребительских цен МР «Урал» на 1–8 периодов вперед, а DEMUR чуть более точнее прогнозирует индекс потребительских цен МР «Урал» на 9–16 периодов вперед.

Оценки RMSE разрыва выпуска МР «Урал» (Таблица 5) достаточно высоки для всех моделей по сравнению с DEMUR. Особенностью данного показателя является то, что он является ненаблюдаемой переменной и рассчитывается внутри самой полуструктурной модели. Поэтому, если в Таблицах 3 и 4 сравниваются оценки точности

прогнозов относительно фактически наблюдавшихся значений номинальной процентной ставки МР «Урал» и индекса потребительских цен МР «Урал», то здесь для моделей ARIMA, RW, VECM, DEMUR используются идентичный ряд значений данного показателя, а в моделях DEMURcore и DEMURcoreOCI чуть отличающиеся ряды, полученные внутри данных моделей методом фильтрации Кальмана.

Высокая погрешность ARIMA и VECM также объясняется недостаточным количеством наблюдений. Оценки разрыва выпуска МР «Урал» DEMURcore в целом несколько хуже, чем DEMUR.

Таблица 5. RMSE разрыва выпуска МР «Урал»

$CPI_{URAL,t}^{QoQ SAAR}$	ARIMA	RW	VECM	DEMUR	DEMUR core	DEMUR coreOCI
t1	3,76	1,56	3,08	0,54	0,60	1,00
t2	4,14	2,49	2,64	0,83	0,89	1,79
t3	4,44	2,98	2,64	0,90	1,00	2,46
t4	4,48	3,17	2,51	0,90	1,08	3,13
t5	4,35	3,05	2,94	0,87	1,13	3,84
t6	4,20	2,87	3,03	0,84	1,14	4,27
t7	4,13	2,77	2,73	0,81	1,11	4,25
t8	4,27	2,79	2,63	0,78	1,07	3,84
t9	4,60	2,73	9,38	0,77	1,05	3,19
t10	4,39	2,49	2,83	0,76	1,04	2,38
t11	4,13	2,15	5,23	0,70	1,00	1,51
t12	2,83	1,81	4,19	0,67	0,97	1,14
t13	2,72	1,49	2,04	0,64	0,94	1,40
t14	2,78	1,36	4,30	0,56	0,86	1,61
t15	2,35	0,94	11,35	0,27	0,49	1,35
t16	1,57	0,45	6,16	0,19	0,12	0,84

Таким образом, можно сделать вывод о пригодности модели DEMUR для прогнозирования ключевых макроэкономических показателей МР «Урал» и анализа вклада в их изменения как друг друга, так и произошедших шоков, то есть неожиданного изменения (сверх потенциального (трендового) темпа роста и последовательного приближения к нему) значений внешних факторов: обменного курса российского рубля, цены на нефть, административных мер по ограничению добычи нефти в рамках соглашения ОПЕК+, ключевой ставки Банка России, цен на металлы, добываемых и/или

перерабатываемых на территории МР «Урал» и остальных факторов, подробно описанных в подразделе 3.2.

Применение полуструктурных моделей подобного типа является общемировой практикой и позволяет скомбинировать применение современных математических методов и тесную взаимосвязь ключевых макроэкономических показателей через множество каналов влияния друг на друга, продолжительность и степень воздействия по которым значительно отличаются. К основным достоинствам подобных моделей следует отнести практическую направленность: возможность интерпретации прогноза по составляющим, относительную простоту включения дополнительных факторов (с технической точки зрения), анализ неограниченного количества возможных сценариев динамики развития факторов, включенных в модель.

4. Заключение

Представленная реализованная модель DEMUR является модификацией неокейнсианской модели малой открытой экономики. Ей свойственны следующие основные особенности, характеризующие экономику МР «Урал»:

1. Стохастический рост выпуска вызывается нейтральным технологическим прогрессом.
2. Мировая экономика не моделируется как результат равновесия, выходящий за рамки поведения Банка России по правилу Тейлора. МР «Урал» тем более слишком мал, чтобы оказывать существенное влияние на мировую экономику.
3. Учет влияния государственного сектора экономики (хотя требуется продолжить работу в этом направлении) заключается в использовании показателей динамики расходов консолидированных бюджетов субъектов РФ Уральского региона.
4. Помимо динамики мировых цен на нефть марки Brent производится учет динамики добычи нефти (по данным ЕАИ и ОПЕК). Регулярный учет корректировок квот на добычу в рамках соглашения ОПЕК+ позволяет более точно объяснять динамику физического объема выпуска, прогнозировать выпуск с учетом действующих и планируемых ограничений.
5. Учет динамики мировых цен на основные металлы, добываемые и/или перерабатываемые на территории Урала: железо, медь, алюминий, цинк, титан. Полагаем, что циклы изменения мировых цен на металлы должны в достаточной степени соответствовать инвестиционным циклам крупнейших металлургических компаний и влиять на динамику физического выпуска.

6. Разделение данных по России по инфляции и выпуску на две составляющие: МР «Урал» и Россия без МР «Урал» позволяет учитывать в правиле Тейлора региональные инфляционные ожидания, региональную инфляцию и региональный разрыв выпуска.
7. Национальная валюта находится в режиме плавающего валютного курса, динамика которого определяется непокрытым паритетом процентных ставок.

Применение предлагаемого подхода позволяет определить последствия планируемых и/или непредвиденных изменений ключевых макроэкономических показателей как для России в целом, так и для МР «Урал», а также оценить вклад МР «Урал» в изменение показателей российской экономики. В дальнейшем предполагается как горизонтальное развитие модели (например, включение остальных шести макрорегионов и представление России как суммы семи регионов), так и вертикальное (например, анализ и прогнозирование опережающего индикатора ВРП по пяти компонентам).

Список литературы

- An S. and Schorfheide F.** Bayesian analysis of DSGE models [Article] // *Econ Rev.* 2006. Vol. 26. pp. 113–172.
- Andreev M.** Adding a fiscal rule into a DSGE model: how much does it change the forecasts? [Статья] // *Working paper series.* 2020. Ноябрь 2020. Т. 64.
- Benes J., Clinton, K., George, A., Gupta, P., John J., Kamenik O., Laxton D., Mitra P., Nadvanael G.V., Portillo R., Wang H., Zhang F.** Quarterly Projection Model for India: Key Elements and Properties [Статья] // *IMF Working Papers.* NY : IMF, 2017. WP/17/33.
- Benigno P.** Optimal monetary policy in a currency area [Article] // *Journal of International Economics.* 2004. Vol. 63. pp. 293–320.
- Bouvet F. and King S.** Do National Economic Shocks Influence European Central Bank Interest Rate Decision? [Article] // *Journal of Common Market Studies.* 2013. Vol. 51:2. pp. 212–231.
- Boyko V., Kislyak, N., Nikitin, M. and Oborin, O.** Methods for Estimating the Gross Regional Product Leading Indicator [Статья] // *Russian Journal of Money and Finance.* 2020. 79 (3). pp. 3–29.
- Brauning C. and Fendel R.** National information and euro area monetary policy: a generalized ordered choice approach [Article] // *Empirical Economics.* 2018. Vol. 54 (2). pp. 501–522.
- Burriel P., Fernández-Villaverde J. and Rubio-Ramírez J.** MEDEA: a DSGE model for the Spanish economy [Article] // *SERIEs: Journal of the Spanish Economic Association.* 2010. Vol. 1 (1). pp. 175–243.
- Calvo G.** Staggered Prices in a Utility-maximizing Framework [Статья] // *Journal of Monetary Economics.* 1983. Т. 12 (3). pp. 383–398.
- Canova F. and Sala L.** Back to square one: identification issues in DSGE models [Article] // *ECB Working Paper.* 2006.
- Christiano L., Eichenbaum M. and Evans C. L.** Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy [Article] // *Journal of Political Economics.* 2005. Vol. 113. pp. 1–45.
- Christoffel K., Coenen G. and Warne A.** Conditional and unconditional forecasting with the new area-wide model of the Euro area [Report]. [s.l.] : Mimeo, European Central Bank. 2007.
- Clarida R., Gali J. and Gertler M.** The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective. Technical Report 7147 [Report]. [s.l.] : National Bureau of Economic Research, 1999.
- Cristadoro R., Saporito G. and Venditti F.** Forecasting inflation and tracking monetary policy in the euro area: does national information help? [Article] // *Empirical Economics.* 2013. Vol. 44:3. pp. 1065–1086.

- Dixit A. K. and Stiglitz J. E.** Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity [Article] // American Economic Review. 1977. Vol. 67(3). pp. 297–308.
- Edge R., Kiley M. T. и Laforde J. P.** A comparison of forecast performance between Federal Reserve Staff Forecasts, simple reduced-form models, and a DSGE model [Отчет]. - [б.м.] : Finance and Economics Discussion Series 2009–10, Board of Governors of the Federal Reserve System. 2009.
- Fabio Di Narzo Antonio [и др.]** Nonlinear Time Series Models with Regime Switching [В Интернете] // <https://cran.r-project.org/package=tsDyn/vignettes/tsDyn.pdf>. 04.02.2020.
- Fernández-Villaverde J. and Rubio-Ramírez J.** Comparing dynamic equilibrium models to data: a Bayesian approach [Article] // Journal of Economics. 2004. Vol. 123. pp. 153–187.
- Frisch R.** Propagation Problems and Impulse Problems in Dynamic Economics [Статья] // In Frisch, R. and Koch, K., editors, Essays in Honour of Gustav Cassel. 1933. pp. 171–173, 181–190, 197–203.
- Galí J.** Monetary policy, inflation and the business cycle: an introduction to the New Keynesian framework [Книга]. Princeton : Princeton University Press. 2008.
- Iskrev N.** How much do we learn from the estimation of DSGE models? A case study of identification issues in a New Keynesian business cycle model [Статья] // МІМЕО. [б.м.] : University of Michigan. 2008.
- Kydland F. E. and Prescott E. C.** Time to Build and Aggregate Fluctuations [Article] // Econometrica. 1982. Vol. 50(6). pp. 1345–1370.
- Lucas R. E.** Understanding Business Cycles [Conference] // Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy. 1977. Vol. 5. pp. 7–29.
- Meade E. and Sheets D.** Regional influences on FOMC voting patterns [Article] // Journal of Money, Credit and Banking. 2005. Vol. 37(4). pp. 661–677.
- Muth J. F.** Rational Expectations and the Theory of Price Movements [Статья] // Econometrica. 1961. Т. 29(6). pp. 315–335.
- Nelson C. R. and Plosser C. R.** Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications [Article] // Journal of Monetary Economics. 1982. Vol. 10(2). pp. 139–162.
- Quint D.** Is it really more dispersed? Measuring and comparing the stress from the common monetary policy in the euro area [Статья] // International Economics and Economic Policy. 2016. Т. 13(4). pp. 593–621.
- Smets F. and Wouters R.** An estimated stochastic dynamic general equilibrium model of the euro area [Article] // Journal of European Economy Association. 2003. Vol. 1. pp. 1123–1175.

Taylor J. B. Discretion versus policy rules in practice [Конференция] // Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy. 1993. Т. 39. pp. 195–214.

Woodford M. Foundations of a Theory of Monetary Policy [Книга]. Princeton (NJ) : Princeton University Press. 2003.

Жемков М. Региональные эффекты таргетирования инфляции в России: факторы неоднородности и структурные уровни инфляции [Статья] // Вопросы экономики. 2019. Т. 9. стр. 70–89.

Крепцев Д. и Селезнев С. DSGE-модели российской экономики с малым количеством уравнений [Статья] // Серия докладов об экономических исследованиях. [б.м.] : Банк России. 2016. Т. 12.

Крепцев Д. и Селезнев С. DSGE-модель российской экономики с банковским сектором [Статья] // Серия докладов об экономических исследованиях. [б.м.] : Банк России. Декабрь 2017. Т. 27.

Новак А. и Шульгин А. Денежно-кредитная политика в экономике с региональной неоднородностью: подходы на основе агрегированной и региональной информации [Статья] // Серия докладов об экономических исследованиях Банк России. Март 2020.

Орлов А. Квартальная прогнозная модель России [Статья]. Москва : Банк России, 2021.

Селезнев С. Решение DSGE-моделей со стохастическими трендами [Статья] // Серия докладов об экономических исследованиях. 2016. Сентябрь 2016. Т. 15.

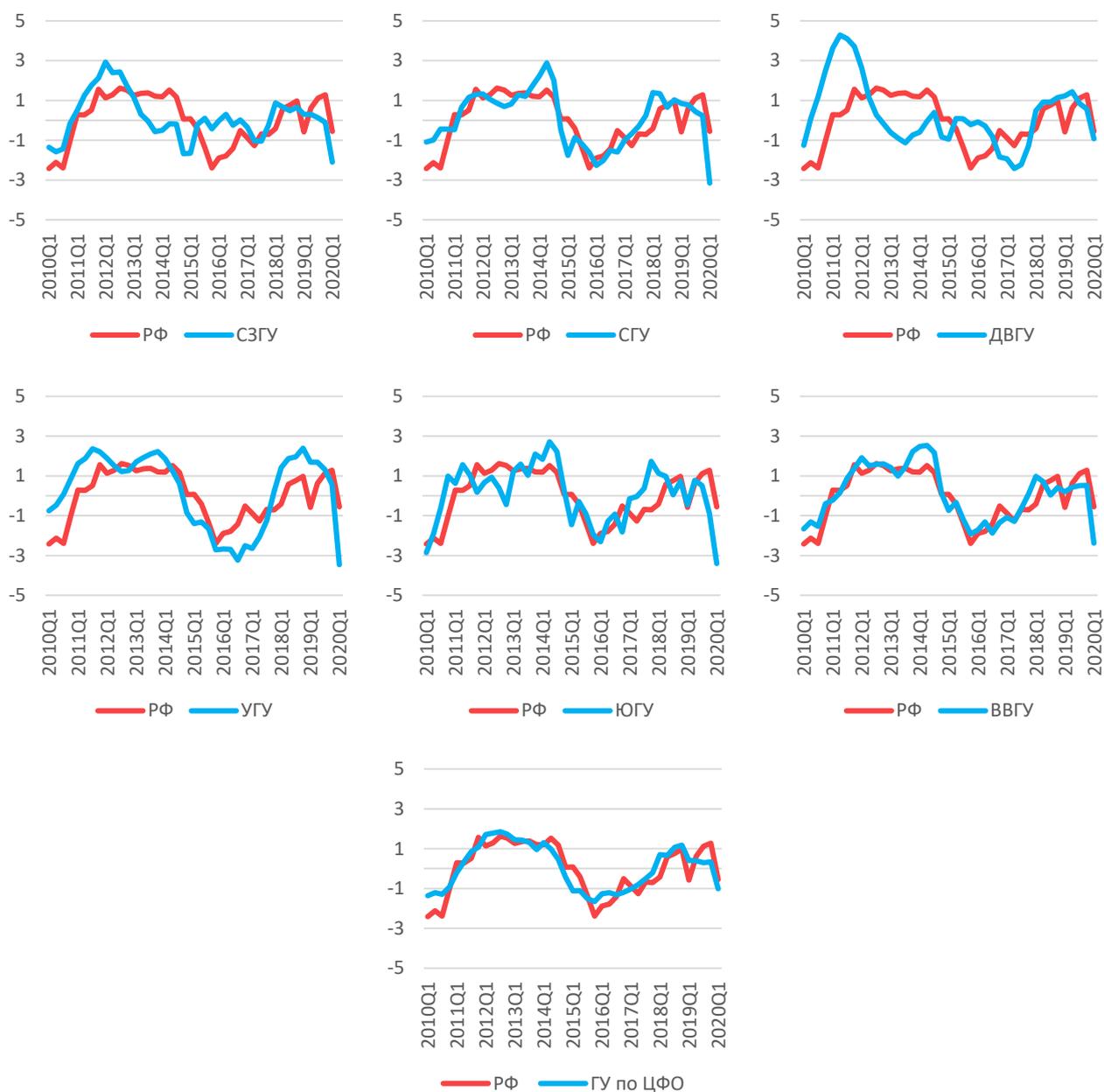
Хотулев И. Зависимость эффекта переноса валютного курса в России от экономических шоков. [Статья] // Аналитические записки Банка России. Июнь 2020.

Приложения

Приложение 1

Сравнение динамики разрывов ВРП РФ и макрорегионов

Рисунок 1. Динамика разрывов ВРП РФ и макрорегионов



Приложение 2

Коэффициенты уравнений модели

Таблица 1. Откалиброванные значения коэффициентов модели

Обозначение	Значение	Интерпретация значения коэффициента	Уравнение
$b1_{URAL}$	0,5564	Устойчивость выпуска МР «Урал»	(1)
$b2_{URAL}$	0,1111	Влияние монетарной политики на выпуск МР «Урал»	(1)
$b3_{URAL}$	0,2412	Влияние внешнего спроса на выпуск МР «Урал»	(1)
$b_{GDP_{RUSwoURAL}}$	0,2449	Влияние разрыва выпуска России без учета Урала на разрыв выпуска МР «Урал»	(1)
$w_{GDP_{URAL}}$	0,1889	Вес ВРП МР Урал в ВРП России	(1,8)
$b9_{URAL}$	0,2108	Влияние ОСИ на разрыв выпуска МР «Урал»	(1)
$b7$	0,6451	Влияние МВИ на разрыв выпуска МР «Урал»	(1)
$b12$	0,7043	Влияние разрыва расходов консолидированных бюджетов субъектов РФ МР «Урал» на разрыв выпуска МР «Урал»	(1)
$g1_{URAL}$	0,6892	Устойчивость процентной ставки МР «Урал»	(2)
$g3_{URAL}$	0,2949	Влияние разрыва выпуска на процентную ставку МР «Урал»	(2)
$b4_{URAL}$	0,8566	Вес реальной процентной ставки в денежно-кредитные условия МР Урал	(4)
$a1_{URAL}$	0,3618	Устойчивость инфляции МР «Урал»	(5)
$a4_{URAL}$	0,2279	Влияние разрыва выпуска МР «Урал» на инфляцию МР «Урал»	(5)
$a55$	0,7039	Влияние отклонения инфляции России без учета МР «Урал» от инфляции МР «Урал» на инфляцию МР «Урал»	(5)
$w_{CPI_{URAL}}$	0,1334	Вес инфляции Урала в общероссийской инфляции	(5)
$b1_{RUS}$	0,7994	Устойчивость выпуска России	(8)
$b2_{RUS}$	0,2280	Влияние монетарной политики на выпуск России	(8)
$b3_{RUS}$	0,5558	Влияние внешнего спроса на выпуск России	(8)
w_{CPIE}	0,0441	Вес топливной инфляции в ИПЦ	(9)
w_{CPIF}	0,3681	Вес продовольственной инфляции в ИПЦ	(9)

$a1_{RUS}$	0,4568	Устойчивость инфляции России	(10)
$a2_{RUS}$	0,0410	Влияние предельных издержек на инфляцию России	(10)
$a3_{RUS}$	0,3786	Доля отечественных товаров в предельных издержках фирм России	(11)
$a21_{RUS}$	0,4316	Устойчивость продовольственной инфляции России	(13)
$a22_{RUS}$	0,1143	Влияние мировых цен на продовольствие на продовольственную инфляцию России	(13)
$a23_{RUS}$	0,5506	Влияние бизнес-цикла на продовольственную инфляцию России	(14)
$a31_{RUS}$	0,4935	Устойчивость топливной инфляции России	(16)
$a33_{RUS}$	0,3936	Влияние бизнес-цикла на топливную инфляцию России	(17)
$b6$	0,7914	Вес цен на нефть в ОСИ	(24)
$b4_{RUS}$	0,6378	Вес реальной процентной ставки в денежно-кредитные условия России	(20)
$g1_{RUS}$	0,8503	Устойчивость процентной ставки России	(21)
$g2_{RUS}$	0,4180	Вес инфляции в правиле Тейлора	(21)
$g3_{RUS}$	0,4412	Вес разрыва выпуска в правиле Тейлора	(21)
$e1$	0,5509	Устойчивость обменного курса национальной валюты	(29)
b_{IRON}	0,2000	Коэффициент цен на железо в Metal Bundle Index (МБИ)	(25)
b_{COPPER}	0,2000	Коэффициент цен на медь в МБИ	(25)
$b_{TITANIUM}$	0,2000	Коэффициент цен на титан в МБИ	(25)
$b_{ALUMINUM}$	0,2000	Коэффициент цен на алюминий в МБИ	(25)
b_{ZINC}	0,2000	Коэффициент цен на цинк в МБИ	(25)
$b5_{URAL}$	0,7381	Устойчивость кредитной премии МР «Урал»	(6)
$b5_{RUS}$	0,6930	Устойчивость кредитной премии России	(23)
$\rho_{CPI_{RW}^{QoQ} SAAR}$	0,3177	Устойчивость мировой инфляции	(27)
a_{RW}	0,4423	Влияние разрыва мирового выпуска на мировую инфляцию	(27)

Функции импульсного отклика

Рисунок 2. Реакция переменных на шок выпуска России

Aggregate Demand Shock RUS

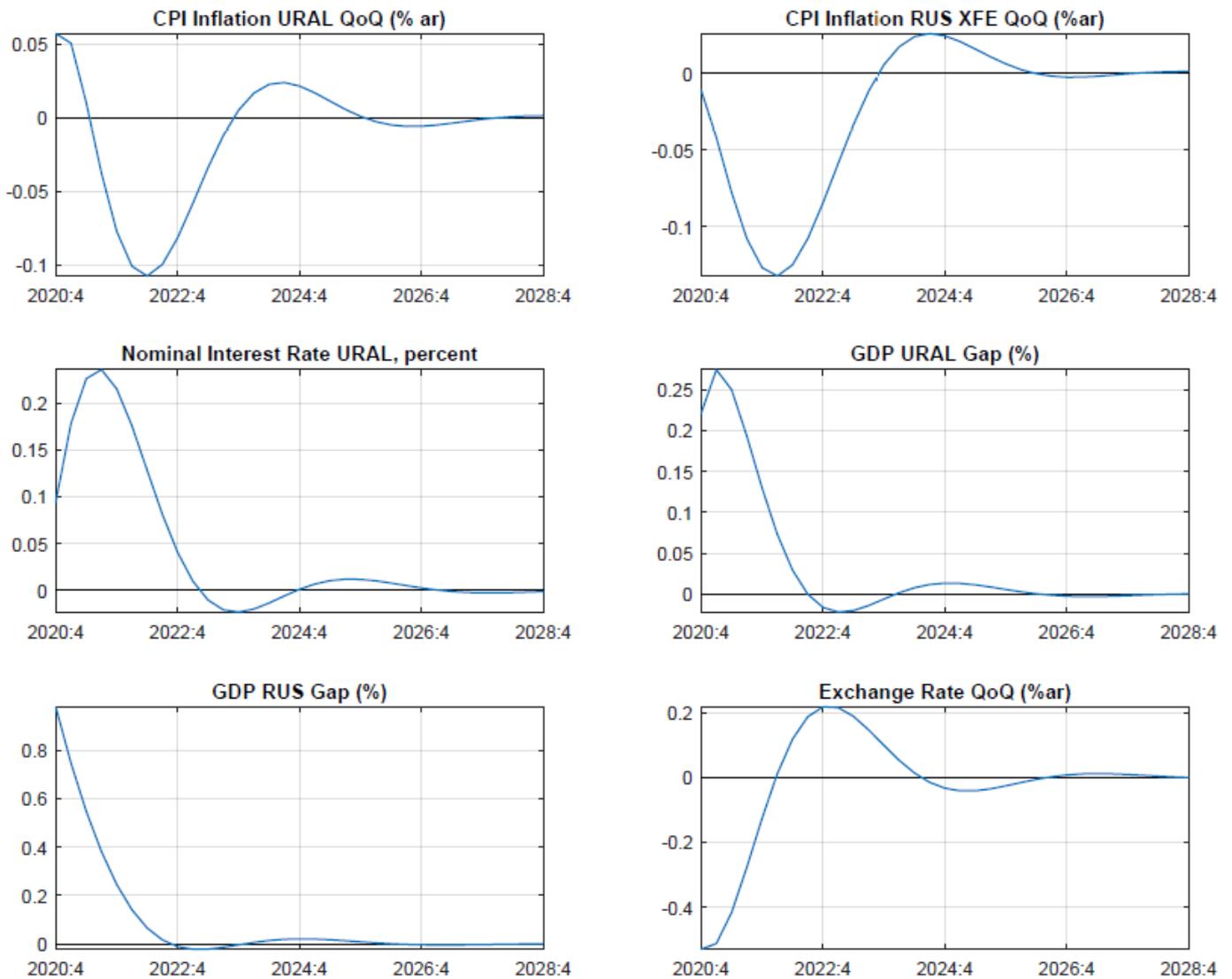


Рисунок 3. Реакция переменных на шок выпуска остального мира

Aggregate Demand Shock Rest World

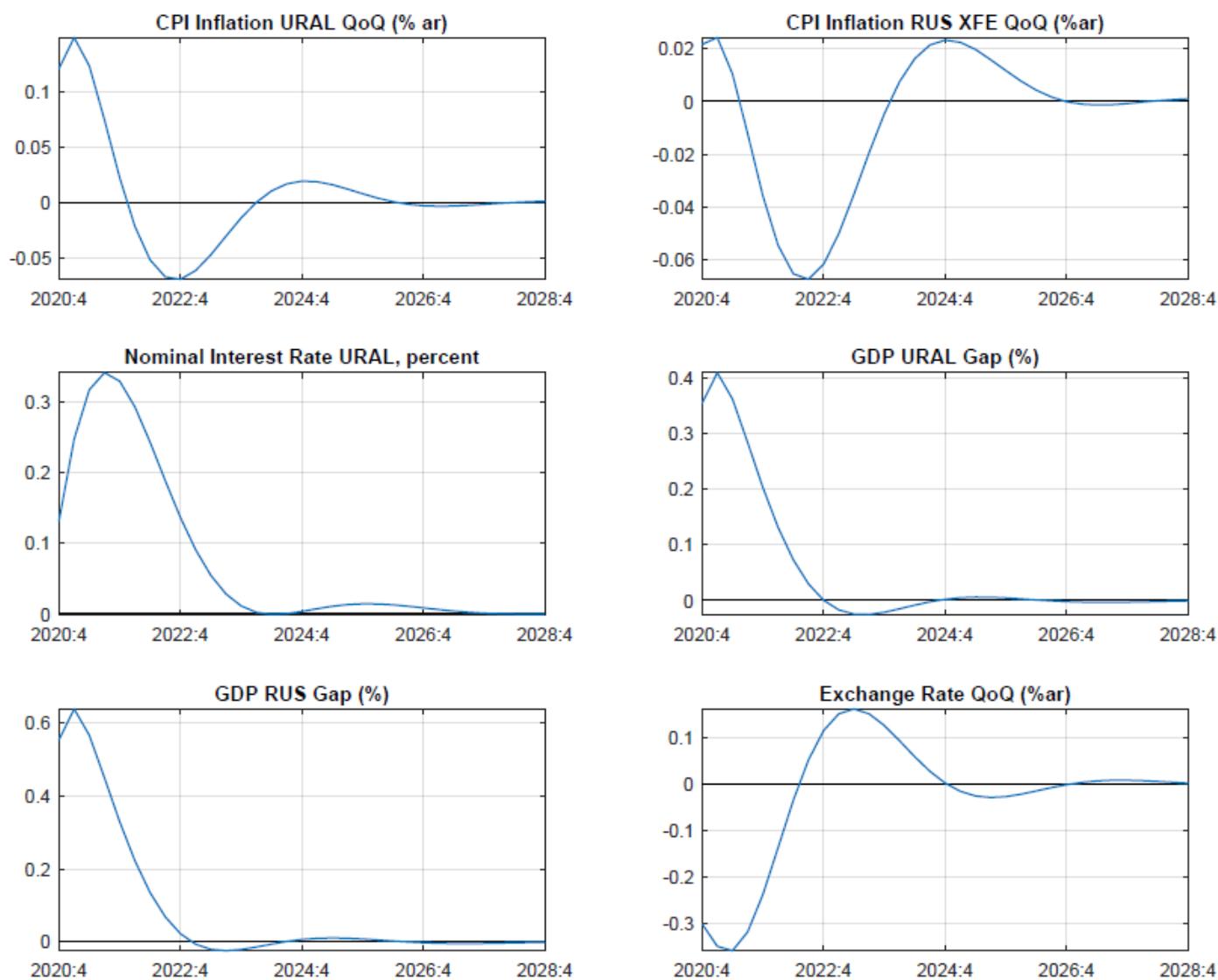


Рисунок 4. Реакция переменных на шок монетарной политики (процентной ставки)**Monetary Policy Shock**