



Банк России



Декабрь 2023

Эффект корреляции дефолтов на оценку кредитного риска портфеля ссуд на примере «зеленого» финансирования

Серия докладов об экономических исследованиях, № 121

Пеникас Генрих

Генрих Пеникас
Банк России, Департамент исследований и прогнозирования
<mailto:penikasgi@mail.cbr.ru>

Автор благодарит Заботкина А.Б., Юдаеву К.В., Морозова А.Г., Синякова А.А., Турдыеву Н.А., Морозова М.М., Василенко Е.П., Мусаэльян Д.А., Салахову Д., Сидоровского М.О., а также участников следующих конференций за обратную связь, особенно Гутту С., Малаваси М.: «Осенние математические чтения в Адыгее (ОМЧА) – 2021» (12 октября 2021 г., Майкоп; Адыгейский государственный университет); "2021 International Conference on Sustainable Islamic Business and Finance" (5 декабря 2021 г., Bahrain; University of Bahrain); V Российский экономический конгресс (13 сентября 2023 г., г. Екатеринбург, НЭА); VI Конференция "Systemic Risks in the Financial Sector" (17 ноября 2023 г., г. Москва, ВШЭ – МГИМО(У)); II Международная конференция "Sustainability, Environment, and Social Transition in Economics and Finance (SESTEF-2023)" (14–16 декабря 2023 г., г. Сауфхэмптон, Университет Сауфхэмптона).

Отдельная благодарность Аникееву К.С. и Змановскому А.Н. за помощь в улучшении оформления работы.

Содержание настоящего доклада по экономическим исследованиям отражает личную позицию автора. Результаты исследования являются предварительными и публикуются с целью стимулировать обсуждение и получить комментарии для возможной дальнейшей доработки материала. Содержание и результаты доклада не следует рассматривать, в том числе цитировать в каких-либо изданиях, как официальную позицию Банка России или указание на официальную политику или решение регулятора. Любые ошибки в данном материале являются исключительно авторскими.

Все права защищены. Воспроизведение представленных материалов допускается только с разрешения автора.

Фото на обложке: Shutterstock/FOTODOM

Адрес: 107016, Москва, ул. Неглинная, 12, к. В
Тел.: +7 495 771-91-00
Факс: +7 495 621-64-65
Официальный сайт Банка России: www.cbr.ru

Эффект корреляции дефолтов на оценку кредитного риска портфеля ссуд на примере «зеленого» финансирования

Генрих Пеникас

26 декабря 2023 г.

Аннотация

Параметр корреляции дефолтов имеет серьезное влияние на кредитный риск портфеля ссуд. При этом влияние более сложное, чем вероятности дефолтов как таковые. В данной работе описаны ситуации, когда рост корреляции дефолтов приводит одновременно к разнонаправленному изменению различных мер риска или одной меры, но на разных уровнях доверия. Эффект возникает из-за часто упускаемого из виду явления усиливающейся бимодальности распределения доли дефолтов. При этом в целом рост корреляции дефолтов усиливает эффекты вероятности дефолтов (PD): занижает для низких PD и завышает для высоких, но изменения непропорциональны для одинаковых приростов корреляции дефолтов.

Описанные эффекты, в частности, могут возникать при наращивании портфелей «зеленых» кредитов. Причем, если процесс сопровождается ростом вероятностей дефолта в «коричневом» сегменте и снижением в «зеленом», общая оценка кредитного риска снизится в долгосрочном периоде, но только после роста в среднесрочном.

В работе приведены коды, позволяющие как воспроизвести полученные результаты, так и получить оценки для любого интересующего набора данных о долях дефолта и смоделировать распределение долей дефолта для нужных параметров смеси распределений кредитного риска.

Ключевые слова: корреляция дефолтов; бимодальное распределение; доля дефолтов; эффект резкого перепада; смесь распределений.

Коды JEL-классификации: C34, C67, E52, H23, O44.

Содержание

1	Введение	5
2	Обзор литературы	6
2.1	Меры риска	6
2.2	Пруденциальные инструменты, не относящиеся к Компоненту I	7
2.3	Регулирование финансовых рисков, связанных с климатом	8
2.4	Взаимосвязь климатических и кредитных рисков	9
3	Методология: корреляция дефолтов и вероятность дефолтов	9
3.1	Базовая иллюстрация	10
3.1.1	Достижимые значения отдельных параметров и их комбинаций	10
3.1.2	Следствия для оценки кредитного риска	11
3.2	Определение параметров распределения доли дефолтов в смеси	13
3.2.1	Фактические данные	13
3.2.2	Генерация распределения коррелированных исходов Бернулли	14
3.2.3	Генерация распределения доли исходов как смеси	16
3.3	Особенности «зеленого» финансирования	17
4	Основные выводы для изменения структуры портфеля ссуд	18
5	Приложение для «зеленого» финансирования	21
5.1	Основные выводы	21
5.2	Альтернативные сценарии	22
6	Обсуждение	23
7	Выводы	25
A	Приложения	26
A.1	Код в пакете R	26
A.1.1	Определение (подгонка, fit) параметров распределения	26
A.1.2	Генерация (simulation) искусственного распределения	40
A.2	Результаты генерации искусственных сценариев	48
A.2.1	<i>Неизменные во времени</i> параметры PD по секторам	48
A.2.2	<i>Взаимно обратно изменяющиеся во времени</i> параметры PD по секторам	52
	Список использованной литературы	57

1. Введение

Способность эффективно взыскать долг – ключевая компетенция банка. Однако неадекватная оценка кредитного риска при одобрении (выдаче) кредита может потребовать неоправданно частого обращения к данной ключевой компетенции. Поэтому каждый банк и его регулятор заинтересован в корректной оценке кредитного риска. Причем важно, что, какими бы идеальными ни были модели для отдельных параметров кредитного риска, для банка и опять же для регулятора важна адекватность оценки в целом, на уровне всего портфеля ссуд.

Вероятность дефолта (probability of default, PD) – наверное, наиболее известный параметр кредитного риска. Она играет важную роль и оказывает существенное, но не единственное влияние на кредитный риск портфеля ссуд. Не менее серьезное значение имеет параметр **корреляции дефолтов (default correlation)**. Ее значимость в современном мире только растет. Первый всплеск корреляции дефолтов Банк международных расчетов зафиксировал в начале пандемии, как отмечено Agamonte and Avalos (2020). Похожие эффекты могут возникать в силу таких процессов, как фрагментация мировой экономики, энергопереход, климатические изменения. Поэтому корреляция дефолтов стала как минимум равноправным параметром наряду с вероятностью дефолта в определении будущих кредитных рисков банков, а может быть, даже заняла первостепенное место.

Цель настоящей работы – расширить наше понимание тех эффектов, которые производит корреляция дефолтов и особенно ее рост. Важно узнать, одинаков ли ее эффект в низко- и высокорискованных сегментах; насколько устойчивы оценки кредитного риска в зависимости от используемых измерителей (мер риска и уровней доверия, на которых применяем их).

В качестве краткого предвосхищения будущих выводов важно отметить, что **рост корреляции дефолтов может вести одновременно и к росту, и к снижению измеряемых показателей кредитного риска, когда мы изучаем эволюцию профиля риска по разным показателям (разным мерам риска или на разных уровнях доверия). Это свойство часто упускаемой из виду бимодальности распределения доли дефолтов при высокой корреляции дефолтов.** Дополнительно выявлено, что корреляция усиливает эффекты вероятности дефолта. С ростом корреляции дефолта она занижает риск для сегментов низкого риска; а в сегментах высокого – увеличивает. Причем важно, что эффект одного и то же изменения корреляции дефолтов находит свое отражение в непропорциональных (асимметричных) изменениях доли дефолта (DR) всего портфеля.

У таких выводов есть три важных следствия для регуляторов. Во-первых, еще более важным становится использование нескольких мер риска одновременно и применение в нормативах более консервативных из рассматриваемых. Во-вторых, по аналогии с настоящей работой целесообразно в стресс-тестах оценивать спектр изменений не только вероятности дефолта, но и корреляции дефолтов и возможного изменения структуры портфеля. В-третьих, необходимо накапливать максимально возможную статистику дефолтов, особенно по новым сегментам кредитования. Это позволит раньше идентифицировать корректные параметры кредитного риска, свойственные такому сегменту, а значит, скорректировать при необходимости принципы регулирования.

Последнее имеет особую ценность для развития сегмента «зеленого» кредитования (финансирования). Есть как американские банки (Goldman Sachs (2020)), так и российские (Interfax (2022, 2023)), которые обозначили количественные показатели факта или плана по развитию соответствующих сегментов. В противоположность мы располагаем обширными данными о накопленных «коричневых» кредитах 60 крупнейшими в мире банками, собранными в отчете Rap.org (2021). Поэтому выявленные эффекты корреляции дефолтов позволят лучше понять перспективы изменения профиля рисков этих и аналогичных им банков наперед – в будущей точке достижения поставленных ими целей по росту «зеленого» финансирования.

Чтобы понять, как мы пришли к подобным выводам, следует начать с обзора литературы в разделе 2. В разделе 3 мы описываем принцип моделирования – в частности, что такое корреляция дефолтов, как она может быть связана с вероятностью дефолта и когда они не взаимосвязаны, какой эффект на кредитный риск портфеля оказывает увеличение отдельного (высоко- или низкорискованного сегмента) кредитования. Основные результаты обсуждаются в разделе 4. Приложение для роста портфеля «зеленого» финансирования описано в разделе 5. Обсуждение соответствующих вопросов приведено в разделе 6. В разделе 7 сформулированы выводы.

2. Обзор литературы

Мы рассмотрели четыре направления литературы. Первое освещает способы измерения риска (меры риска). Второе – инструменты регулирования, применяемые в тех случаях, когда минимальные требования к управлению рисками банков оказываются недостаточными. Третье рассказывает о регулировании финансовых рисков, связанных с климатом. Четвертое изучает непосредственно взаимодействие климатических и кредитных рисков.

2.1. Меры риска

Финансовое регулирование сосредоточено вокруг того, как измерять риски. Мера риска (RM) обычно является характеристикой распределения потерь. Jorion (2009) утверждает, что *срок до погашения* (maturity) стал первой мерой риска примерно в 1930-х годах. Чем дольше срок действия договора, тем меньше шансов у заемщика расплатиться и тем более рискованным является кредит. Однако такое видение противоречит мнению Merton (1974), который утверждал, что чем более долгосрочный долговой контракт, тем больше возможностей у заемщика по его погашению – то есть тем меньше его кредитный риск.

Второй мерой риска стали, согласно Jorion (2009), стандартное отклонение и дисперсия. Марковиц Markowitz (1952) расширил эту концепцию и предложил учитывать полудисперсию – дисперсию только отрицательных исходов (потерь). Стандартное отклонение легло в основу расчета дельта-нормальной меры риска, когда распределение доходности актива предполагается Гауссовым.

Дальнейшие исследования Adam et al. (2008); Rockafellar and Uryasev (2013) ввели понятие **меры риска искажения** (distortion RM). Она может учитывать прибыли с меньшим весом, чем убытки при одной и той же абсолютной величине. Кроме того, она может взвешивать незначительные изменения с меньшим относительно более крупных весом. Еще более совершенной является спектральная мера риска, предложенная Adam et al. (2008). В математическом плане она предполагает интегрирование по вертикальной оси (по Лебегу), а не по горизонтальной. Ее теоретическое преимущество становится очевидным, если распределение потерь не является непрерывным.

Однако ни одна из этих мер риска не была востребована в области пруденциального регулирования банков. Поэтому мы рассмотрим две меры риска, ставшие стандартами финансовой индустрии в последние десятилетия:

- Метод **границы потерь (Value-at-Risk, VaR)** был введен в современную практику в 1993 г. Holton (2002), J.P.Morgan/Reuters (1996) для управления *рыночным* риском и принят в соответствие с изменениями, внесенными в «Базель I» в 1996 г., несмотря на то что он описывался в работе Васичека Vasicek (1987) десятилетием раньше – тот уже применял его к кредитному риску. VaR иначе называют квантилем распределения потерь, см. формулу (1);

$$VaR(\alpha) = F_X^{-1}(\alpha), \quad (1)$$

где $F_X(x) = Pb(X \leq x) = \alpha$ – функция распределения случайной величины (с.в.) X (предполагаем, что X – доля дефолта (DR), или убыток, отложенный с противоположным знаком, то есть максимальный убыток – положительное число); вероятность, что с.в. X не превысит значение x ; $x = F_X^{-1}(\alpha)$ – обратная к функции распределения, квантиль уровня α .

- Метод **среднего превышения границы потерь (Expected shortfall, ES)**, или условного математического ожидания «хвостов», был предложен Artzner et al. (1999) для компенсации недостатков VaR. В частности, ES различает случаи с разными реализациями риска за пределами VaR, что метод VaR не способен разделить по определению. Его альтернативное название – условная стоимость, подверженная риску (Conditional Value-at-Risk, CVaR), – было предложено у Rockafellar and Uryasev (1999). Проще говоря, ES – средняя величина реализации риска сверх VaR, см. формулу (2).

$$ES(\alpha) = E(X|X \geq VaR(\alpha)), \quad (2)$$

где $E(X)$ – оператор математического ожидания с.в. X .

Для оценки двух выбранных мер риска (VaR, ES) мы рассматриваем основные квантили:

- 95% – общепринятый доверительный уровень, используемый в статистике;
- 97,5% – уровень, предложенный в (BCBS, 2013, р. 86, par. 181(b)) и принятый для требований к капиталу по рыночным рискам в рамках пакета «Базель III»;
- 99% – уровень, используемый для требований к капиталу по рыночным рискам в рамках «Базель II», (BCBS, 2006a, р. 115. par. 527(a); р. 195, par. 718(LXXVI)(b));
- 99,5% – уровень, предложенный для требований к капиталу по кредитным рискам в рамках IRB «Базель II» (BCBS, 2001, р. 36, par. 172);
- 99,9% – окончательно принятый доверительный уровень для требований к капиталу по кредитным рискам в рамках IRB «Базель II» (BCBS, 2006a, р. 64, par. 272)) и «Базель II» BCBS (2009); он также рассматривался для «Базель II» и требований к капиталу по операционным рискам: (BCBS, 2006a, р. 152, par. 669(f)).

Наконец следует отметить, что мы не отдаем предпочтения ни одному из климатических сценариев и не прогнозируем глобальную температуру на ближайшие 200 лет, как это делают Kotlikoff et al. (2021). Все, чем мы занимаемся, – это изучение свойств распределения кредитного риска с точки зрения регулирования достаточности капитала, заложенного в Базельских соглашениях.

2.2. Пруденциальные инструменты, не относящиеся к Компоненту I

Все финансовые риски в общем случае можно разделить на риски капитала и риски ликвидности. У многих стран в той или иной форме имелось собственная система регулирования рисков банков, при этом международно унифицированный норматив достаточности капитала (CAR) ведет отсчет с момента принятия «Базель I» в BCBS (1988). Регулирование распространялось на риски капитала (не ликвидности). Все подверженные риску активы суммируются и взвешиваются по единым риск-весам (коэффициентам взвешивания по риску) для получения активов, взвешенных по риску (RWA). RWA формируют знаменатель норматива достаточности капитала (CAR). CAR становится одним из наиболее фундаментальных показателей финансового состояния банка.

Начиная с «Базель III» в BCBS (2009) в дополнение к регулированию рисков капитала было введено международное регулирование риска ликвидности, при этом, согласно Goodhart (2011), вопрос стоял на повестке дня Базельского комитета еще в период его создания в 1970-х годах. Такие требования к риску капитала и риску ликвидности называются минимальными, или требованиями первого уровня (Компонент I, Pillar I).

Хотя формально международное регулирование рисков капитала существует с 1988 г., количество критических замечаний в его адрес растет. Популярным можно считать упрек в слишком общем подходе к оценке различных активов. Например, корпоративные заемщики с совершенно разными вероятностями дефолта получали одинаковый риск-вес. Введение «Базель II» и переход к внешним кредитным рейтингам в BCBS (2006a) – одно из решений по разграничению классов активов и учету рисков. Однако этого оказалось недостаточно.

Речь идет о двух способах дополнения минимальных требований. Первый – микропруденциальное регулирование экономического капитала. Второй – макропруденциальное регулирование.

Регулирование экономического капитала было официально введено в качестве второго компонента второго Базельского соглашения (Компонент II, Pillar II). Он также известен как внутренний процесс оценки достаточности капитала (ВПОДК, ICAAP). Некоторые страны ввели внутренний процесс оценки достаточности ликвидных средств (ILAA) в дополнение к минимальным национальным требованиям к ликвидности.

ВПОДК предполагает, что банк должен выявить дополнительные риски и при необходимости провести переоценку существенных рисков в соответствии с более точными и, как правило, более совершенными моделями, чем общие правила регулирования. Одним из рисков, предусматривающих

обеспечение дополнительного капитала, является концентрация кредитного риска. Банк Словении и Банк Испании установили надбавки к риск-весу, когда показатели концентрации (индекс Херфиндаля – Хиршмана, ННІ) превышают установленные пороговые значения в (Banco de Espana, 2008, pp. 16-17), (Banka Slovenije, 2010, p. 25). Кипрский регулятор использовал в качестве показателя концентрации не ННІ, а отношение кредитов к капиталу (CySEC, 2012, p. 355). Чем больше применимый риск-вес (RW) для конкретного класса активов, тем меньше таких кредитов, по замыслу регулятора, должен предлагать банк. И наоборот, чем ниже RW (как это было с ипотекой в «Базеле I» или с кредитами для предприятий малого и среднего бизнеса (МСП) в «Базеле II»), тем больше может кредитовать банк в этих сегментах при прочих равных условиях.

Изменение риск-веса в подходе внутренних рейтингов (ПБР, IRB) в связи с наличием концентрации кредитного риска обсуждалось в ходе консультаций по «Базелю II», как и в случае с Lütkebohmert (2009); Gordy and Lütkebohmert (2013), однако не было реализовано. Вероятная причина отказа от включения требований к концентрации кроется в том, что подход IRB – часть минимальных требований Компонента I, а не Компонента II.

Таким образом, если риск концентрации несет в себе угрозы для платежеспособности банка, то регуляторное сообщество предпочитает рассматривать его в рамках Компонента II. Мы используем слово «если», поскольку имеется единственная работа Jahn et al. (2013) из Бундесбанка, содержащая довольно смелое утверждение, что высокая концентрация выгодна банку, так как она возникает, когда банк хорошо знает своих заемщиков. Однако на сегодня позиция исследователей Бундесбанка считается выбивающейся из общего пласта литературы. Можно встретить лишь точечные заявления в их поддержку о том, что диверсификация может принести больше вреда, чем пользы, Mohamed (2023).

Альтернативным подходом к регулированию концентрации кредитного риска является макропруденциальный подход. Макропруденциальное регулирование применяется, когда оно ориентировано на конкретный сектор или заемщика, в отличие от общего микропруденциального регулирования (например, правила, основанные на ННІ или размере кредита и не учитывающие сегмент заемщика). Макропруденциальные лимиты – один из новейших инструментов, рассмотренных в работах Acharya et al. (2022); Carro et al. (2022); Jurca et al. (2020). Преимущество этого инструмента прежде всего в отсутствии прямого потребления капитала. Они просто ограничивают объем без увеличения ставок по кредитам, как это происходит при введении надбавок к капиталу (например, макропруденциальных надбавок к риск-весу). Однако для достижения целевых показателей прибыли, ограничивающих тот или иной объем кредитования, банку все равно необходимо пересматривать ставки в сторону повышения по кредитам или в сторону понижения по депозитам, а возможно, и оба варианта одновременно. При этом следует иметь в виду лимиты как еще один способ регулирования риска концентрации.

2.3. Регулирование финансовых рисков, связанных с климатом

Всемирный банк определяет «зеленый» кредит как форму финансирования, которая позволяет заемщикам использовать полученные средства исключительно для финансирования проектов, вносящих существенный вклад в достижение экологической цели: World Bank (2021). Развитие такого финансирования может менять профили рисков банков. Однако направления таких изменений не рассматриваются.

При этом Базельский комитет лишь недавно начал указывать в своих публикациях на необходимость регулирования финансовых рисков с учетом перспектив изменения климата и климатических рисков: BCBS (2021a,b). В документах приводится обсуждение того, как правильно измерять климатические риски. К числу современных инструментов относятся агентное моделирование и использование таблиц «затраты-выпуск».

Выбор между инструментами регулирования не так очевиден и прост, как может показаться со стороны. Например, в БМР можно найти две аналогичные работы Coelho and Restoy (2022, 2023). Основное различие этих публикаций, вышедших с разницей в один год, заключается в изменении применяемых мер. Первоначально Coelho and Restoy (2022) предложили, чтобы регулирование связанных с климатом финансовых рисков стало частью микропруденциального регулирования экономического капитала в рамках Компонента II «Базель II», или ICAAP. Однако через год авторы

пересмотрели свою позицию, и в итоге в Coelho and Restoy (2023) для достижения той же цели рекомендовалось использовать макропруденциальные инструменты.

Однако ни в одной из упомянутых выше работ (BCBS (2021a,b); Coelho and Restoy (2022, 2023)) не предлагается калибровка финансового риска, связанного с климатом. Наша работа может помочь устранить этот пробел.

2.4. Взаимосвязь климатических и кредитных рисков

«Зеленое» кредитование как вид кредитования порождает прежде всего кредитный риск. Поэтому необходимо обсудить существующие наблюдения относительно взаимосвязи климатических и кредитных рисков. Эта тема изучалась в публикациях Andersen (2020); Capasso et al. (2020); Okimoto and Takaoka (2022); Kölbel et al. (2022); Blasberg et al. (2023). Большинство из них (Andersen (2020); Capasso et al. (2020); Okimoto and Takaoka (2022)) рассматривают выбросы углекислого газа (CO_2) в качестве косвенного показателя климатического риска. Что касается отражения кредитного риска, некоторые из них (Okimoto and Takaoka (2022); Kölbel et al. (2022); Blasberg et al. (2023)) исходят из котировок кредитно-дефолтных свопов (CDS), а другие (Andersen (2020); Capasso et al. (2020)) используют одну из форм модели вероятности дефолта (PD). Независимо от используемых данных, все эти предшествующие исследователи в основном единодушны в выводе о наличии положительной связи между климатическим и кредитным рисками: чем ниже климатический риск (чем «зеленее» проект/заемщик/кредит), тем ниже кредитный риск.

Однако указанные работы, изучающие связь между климатическим и кредитным рисками, сфокусированы лишь на рассмотрении уровня заемщика. Andersen (2020); Capasso et al. (2020); Okimoto and Takaoka (2022); Kölbel et al. (2022); Blasberg et al. (2023) пренебрегли наиболее важной – портфельной – составляющей кредитного риска.

3. Методология: корреляция дефолтов и вероятность дефолтов

Чтобы пояснить, что будет сделано, вначале покажем на простейшем примере, что такое вероятность дефолта и корреляция дефолта в подразделе 3.1. Важно понять в этом случае, что при одной и той же вероятности дефолта PD реализованные доли дефолта в портфеле DR могут различаться из-за разных параметров корреляции дефолтов ρ . При этом в простейших случаях минимального числа заемщиков в портфеле или малого числа тактов времени могут быть ограничения на возможные комбинации параметров вероятности дефолта и корреляции дефолтов. Тем не менее при существенном росте числа заемщиков (что характерно для реальных портфелей банков) единственным ограничением остается неотрицательность корреляции дефолта, если ее понимать как единый показатель попарной связи между статусами «дефолт/недефолт» любых двух заемщиков. Однако, кроме данного ограничения, достижимо многообразие комбинаций вероятности и корреляции дефолтов.

Показав характерные связи между параметрами PD и ρ , объясним в подразделе 3.2, как по фактическим данным о доле дефолтов определить значения корреляции дефолтов. Здесь сделаем акцент на том, почему важно учитывать, что фактические данные – результат реализации дефолтов не из одного распределения дефолтов, а из их смеси. Неучет смеси может приводить к существенной недооценке доли дефолтов к реализации в кризисе и, как следствие, к недооценке величины кредитного риска.

Доказав, что фактические данные о дефолтах – это, как правило, реализации из смеси распределений, а не одного, объясним в подразделе 3.2.1, как сгенерировать распределение долей дефолта DR в портфеле из смеси распределений. В последнем подразделе 3.3 опишем, как будем менять параметры при такой генерации, чтобы отразить возможные особенности наращивания доли «зеленых» кредитов.

3.1. Базовая иллюстрация

3.1.1 Достижимые значения отдельных параметров и их комбинаций

Возьмем простейший кредитный портфель. Пусть в нем будет всего два *идентичных* заемщика ($L1, L2$). Допустим, они берут кредиты на один год в течение четырех лет (четырёх тактов времени). Рассмотрим два значения для вероятности дефолта относительно каждого из заемщиков: 25 и 50%. Первый показатель ($PD = 25\%$) означает, что отдельно взятый заемщик объявит дефолт один раз из четырех тактов (в один год из четырех); второй ($PD = 50\%$) – что таких дефолтов будет два из четырех. Можно добавить, что под дефолтом понимается просрочка значимой суммы платежа процента или суммы долга на более чем заданное число дней (например, 30 дней для МС-ФО 9 или 90 дней для ПВР). Однако такое операциональное определение в рассматриваемом нами иллюстративном примере ни на что не влияет. Поэтому продолжим описание без потери общности.

Только что мы сформулировали задачу: два заемщика берут кредиты в четыре периода с одной или иной вероятностью дефолта. Теперь посмотрим, как могут произойти дефолты уже у двух заемщиков в эти четыре такта, то есть когда-то они произойдут одновременно, когда-то – неодновременно. Это будет определять величину **корреляции дефолтов** (ρ).

В дальнейшем можно изучить искажения, которые могут возникнуть из-за того, что корреляция применяется не к непрерывным, а к дискретным (особенно к бернуллиевским) величинам. Но сейчас этот вопрос лежит вне фокуса настоящей работы.

Рис. 1: Все возможные комбинации дефолтов для двух заемщиков, четырех тактов времени и двух значений вероятности дефолта

		Кор.деф. +100%					Кор.деф. -33%				
		A.	L1	L2	#D	DR	B.	L1	L2	#D	DR
такты времени (вер-ть 1 такта = = 25%)	1	1	1	2	100%	1	1	0	1	50%	
	2	0	0	0	0%	0	0	0	0	0%	
	3	0	0	0	0%	0	1	1	1	50%	
	4	0	0	0	0%	0	0	0	0	0%	
PD		25%	25%			25%	25%				
		среднее DR				25%	среднее DR				25%
		дисперсии DR				25%	дисперсии DR				8%
		3 ^{ий} худш. случ. - VaR (70%)				0%	VaR (70%)				50%
		4 ^{ий} худш. случ. - VaR (80%)				100%	VaR (80%)				50%

		кор.деф. +100%					кор.деф. 0%					кор.деф. -100%				
		C.	L1	L2	#D	DR	D.	L1	L2	#D	DR	E.	L1	L2	#D	DR
такты времени	1	1	1	2	100%	1	1	0	1	50%	1	1	0	1	50%	
	2	1	1	2	100%	1	1	1	2	100%	1	1	0	1	50%	
	3	0	0	0	0%	0	1	1	1	50%	0	1	1	1	50%	
	4	0	0	0	0%	0	0	0	0	0%	0	1	1	1	50%	
PD		50%	50%			50%	50%			50%	50%					
		среднее DR				50%	среднее DR				50%	среднее DR				50%
		дисперсия DR				33%	дисперсия DR				17%	дисперсия DR				0%
		3 ^{ий} худш. случ. - VaR (70%)				100%	VaR (70%)				50%	VaR (70%)				50%
		4 ^{ий} худш. случ. - VaR (80%)				100%	VaR (80%)				100%	VaR (80%)				50%

Итак, на рис. 1 есть пять ситуаций: верхний ряд ситуаций А и В соответствует вероятности дефолта (PD) для отдельного заемщика, равной 25%; нижний ряд содержит три ситуации – С, D, E, в них $PD = 50\%$. В каждой ситуации в одном такте времени может быть три совместных исхода: дефолты двух заемщиков происходят одновременно (1-1 в терминах индикаторов дефолта/недефолта), одновременно не происходят (0-0), наблюдаются только у одного из двух (0-1 или 1-0). В зависимости от того, какой исход преобладает, такой будет корреляция дефолтов. Для наглядности соответствующий показатель выведен над каждой ситуацией. Например, когда все события происходят синхронно (только дефолты или только недефолты), это 100%-ная корреляция дефолтов

(ситуации А, С). Чем больше асинхронных событий, тем ниже корреляция дефолтов. Минимальное значение -100% достигается только в ситуации Е, когда $PD = 50\%$. Например, в подобной ситуации В с меньшей вероятностью дефолтов корреляция дефолтов выше (-33%), чем в ситуации Е, поскольку в ситуации В больше одновременных недефолтов.

Здесь можно увидеть ограничения на достижимые значения и комбинации параметров вероятности и корреляции дефолтов:

- Отдельные комбинации PD и ρ могут быть недостижимы на малых выборках. Например, при вероятности дефолта 50% достижимы три значения корреляции дефолтов: -100, 0, +100%. Однако при $PD = 25\%$ достижимы только два значения: -33 и +100%. Причем -100 и 0% недостижимы.
- Если число заемщиков будет расти, отрицательные значения корреляции дефолтов также сложно наблюдать. Напомним, что в этом примере предполагается, что параметр корреляции дефолтов – некоторый единый параметр между любыми парами заемщиков. Иными словами, его можно воспринимать как некоторый усредненный показатель. Теперь представьте портфель с неограниченным числом заемщиков, бесконечно делимый портфель (*infinitely granular*) (например, розничный портфель ссуд крупного банка). Возьмем случайную пару заемщиков. Для нее дефолты наблюдаются с точностью до наоборот (обратно коррелируют). Добавьте к этой паре третьего заемщика. Если его события дефолта/недефолта будут отрицательно коррелировать с первым из двух в паре заемщиков, значит, они будут полностью совпадать со вторым заемщиком. Таким образом, если в двух парах будет корреляция дефолтов равна -100%, то в оставшейся третьей паре она точно будет +100%.

Соответствующее ограничение нашло отражение в работе Preisser and Qaqish (2014). Применяя вывод к моделированию кредитного риска, можно записать формулу (3). При числе заемщиков, стремящемся к бесконечности, достижимое значение корреляции дефолтов между любыми парами разных заемщиков будет неотрицательным.

$$\rho \geq -\frac{1}{n-1}, \quad (3)$$

где ρ – средняя (по портфелю) корреляция дефолтов, а n – количество заемщиков.

Указанные ограничения на достижимые значения и комбинации параметров вероятности и корреляции дефолтов могли натолкнуть Базельский комитет на фиксацию однозначной взаимосвязи между вероятностью дефолтов и их корреляцией в формулах по классам активов, см. например, формулу 4 из ПВР «Базель II» BCBS (2006b) и ее уточнение для кредитов глобальным СЗКО в формуле 5 из «Базель III» BCBS (2009).

$$R = 0,12 \cdot \frac{(1 - \exp^{-50 \cdot PD})}{(1 - \exp^{-50})} + 0,24 \cdot \left(1 - \frac{(1 - \exp^{-50 \cdot PD})}{(1 - \exp^{-50})}\right), \quad (4)$$

где PD – оценка вероятности дефолта заемщика.

$$R = 0,15 \cdot \frac{(1 - \exp^{-50 \cdot PD})}{(1 - \exp^{-50})} + 0,30 \cdot \left(1 - \frac{(1 - \exp^{-50 \cdot PD})}{(1 - \exp^{-50})}\right). \quad (5)$$

3.1.2 Следствия для оценки кредитного риска

Обратим внимание на особенность вероятностного распределения доли дефолтов (DR) в портфеле ссуд. Историческая средняя доля дефолтов ($meanDR$) всегда равна вероятности дефолта в отдельно взятом случае ($\bar{DR} = PD$). При этом чем выше корреляция дефолтов, тем выше дисперсия доли дефолтов ($DRvariance$). Соответствующие показатели приведены под каждой из пяти ситуаций. Например, в случае минимальной корреляции дефолтов (-100% в ситуации Е) дисперсия доли дефолтов равна нулю. Наоборот, если корреляция дефолтов максимальна (+100% в ситуациях А, С),

дисперсия доли дефолтов тоже максимальна, но зависит от PD: дисперсия DR равна 25% в ситуации А и 33% – в С. Данные наблюдения позволили вывести формулу для определения корреляции дефолтов по фактическим данным в работе Penikas (2023). Продублируем ее для удобства ниже в формуле (6):

$$\rho = \frac{Var(DR)}{\overline{DR} \cdot (1 - \overline{DR})}, \quad (6)$$

где \overline{DR} – средняя историческая доли дефолтов; $Var(DR)$ – ее дисперсия.

Из сравнения пяти ситуаций также видно, что при максимальной корреляции дефолтов существует только два наблюдаемых значения доли (DR): 0 или 1. Таким образом, распределение доли дефолтов становится бимодальным. При этом высота второй моды равна вероятности дефолта в отдельно взятом случае.

В работе Penikas (2020) описано, что такое бимодальное распределение может быть типично для низкодефолтных портфелей (Low default portfolios, LDP). Сам портфель LDP может так именоваться, поскольку исторически наблюдалась лишь первая (левая) мода около нуля. Однако в кризис все такие заемщики окажутся в дефолте. Это значит, что для сегмента LDP оценка вероятности дефолта может быть любой (в том числе высокой, значимо выше нуля) при одновременном наличии корреляции дефолтов, близкой к +100%.

Поясним, какие следствия описанные характеристики вероятностного распределения DR имеют для оценки кредитного риска. Возьмем базовую меру риска VaR. Поскольку тактов времени немного (всего четыре), выберем нестандартные уровни значимости в 20 и 30%. Тогда оценим VaR на уровнях доверия 80 и 70% соответственно. Поскольку тактов четыре, вероятность одного такта 25%. Значит, оценка меры риска VaR на 70% – это третья худшая реализация из четырех, а VaR на 80% – четвертая. Соответствующие значения выведены под значениями средней и дисперсии DR под каждой из ситуаций на рис. 1.

При сравнении пяти ситуаций из рис. 1 можно сделать следующие базовые выводы об эффектах вероятности и корреляции дефолтов:

- С ростом вероятности дефолта (PD) оценка кредитного риска растет. Сравните ситуации А и С. В обеих ситуациях $VaR(80\%) = 100\%$. Однако на 70% мера риска VaR равна нулю в ситуации А с меньшей PD, но равна 100% – в ситуации С, где PD выше.
- С ростом корреляции дефолтов (ρ) оценка кредитного риска также растет. Например, для ситуаций С-Е с высокой вероятностью дефолта повышение корреляции дефолта ведет к поступательному росту одной из оценок кредитного риска. При переходе от Е к D корреляция дефолтов растет с -100 до 0%. Одновременно растет мера риска $VaR(80\%)$ с 50 до 100%. При следующем переходе от D к С корреляция дефолтов растет от 0 до +100%. Здесь возрастает мера риска более низкого уровня доверия $VaR(70\%)$, аналогично с 50 до 100%.
- Однако рост корреляции дефолтов может противоречиво отразиться на оценке кредитного риска. Например, такой рост при низкой вероятности дефолта – при переходе от В к А (от -33 к +100% по корреляции дефолтов) – мера риска на более высоком уровне доверия растет: $VaR(80\%)$ увеличивается с 50 до 100%. Тем не менее оценка риска на более низком уровне снижается: $VaR(70\%)$ уменьшается с 50 до 0%. Таким образом, выводы о последствиях на оценку кредитного риска от изменения параметров также существенно зависят от уровня значимости, на котором измеряется мера риска, а также от способа ее измерения (VaR или ES). Это следствия проявления бимодальности распределения DR при росте корреляции дефолтов.
- Рост доли дефолтов (DR) в отдельные такты времени (например, в такты 1 и 2 в ситуации С и в такте 2 для ситуации D) – следствие корреляции дефолтов, а не вероятности дефолтов. Поэтому терминология, используемая в сфере управления рисками, требует значимого совершенствования. Например, распространенной можно считать практику, когда различают мгновенную оценку вероятности дефолта (Point-In-Time PD, PD PIT) и ее долгосрочную оценку на протяжении всего делового цикла (Through-The-Cycle PD, PD TTC), (Erlenmaier, 2011, p. 46), Ozdemir and Miu (2009). Такая практика предполагает, что PD TTC остается почти

неизменной во времени, тогда как PD PIT растет в кризис и снижается в периоды экономического роста. Однако приведенная выше иллюстрация (в частности, сравнение ситуаций C-D-E или A-B) показывает, что меняется в первую очередь доля дефолтов (DR) – не вероятность дефолта (PD). Рост DR в кризис – это следствие наличия корреляции дефолтов *при неизменной PD*. Поэтому с точки зрения терминологии не существует понятий PD TTC и PD PIT, а существуют DR TTC и DR PIT. Справедливости ради можно отметить, что наличие корреляции дефолтов не исключает того, что и вероятность дефолта (PD), и корреляция дефолтов (ρ) могут увеличиваться в кризис. Соответствующие обоснования были предъявлены в работе Merika et al. (2021).

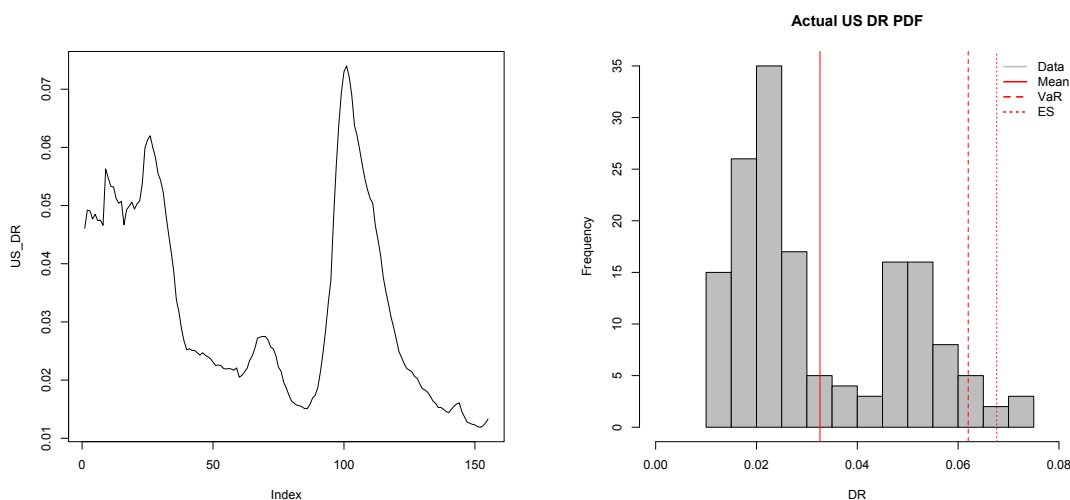
3.2. Определение параметров распределения доли дефолтов в смеси

В предыдущем подразделе были рассмотрены свойства распределения доли дефолтов (DR) для простейшей задачи с двумя заемщиками и малым числом тактов времени. Было показано, как наблюдаемые свойства соотносятся с аналитическим выводом корреляции дефолтов в формуле (6). Перенесем эти выводы на ряд фактических данных и обсудим возникающие сложности и доступные решения.¹

3.2.1 Фактические данные

Для примера возьмем открытые данные о дефолтах по всем кредитам в США за почти 50 лет с 1985 г. (155 квартальных точек до 3К23) – они показаны на рис. 2. Средняя историческая доля дефолтов (DR) составляет 3,26%, ее дисперсия равна 0,000284. По фактическим данным оценки мер риска VaR и ES на уровне доверия в 95% равны 6,2 и 6,8%.

Рис. 2: Фактические данные о доле дефолтов (DR) для заемщиков США в 1985–2023 гг.



Источник: <https://www.federalreserve.gov/releases/chargeoff/delallsa.htm>.

По формуле (6) получаем корреляцию дефолтов около 1%, что практически не отличается от нуля. При этом по правой части рис. 2 наглядно видим две моды распределения около 2 и 5%. Таким образом, есть противоречие на аналитическом уровне. Визуальное наличие двух мод распределения указывает на вероятное наличие значимой корреляции дефолтов в данных, а расчетное значение говорит в пользу ее отсутствия. Чтобы разрешить данное противоречие, необходимо определить параметры фактического распределения доли DR. Для этого нужно задать правило (закон) генерации данных. В рамках него перебрать (подобрать или оптимизировать) параметры, чтобы сгенерированное распределение как можно ближе соответствовало фактическому. Для этого рассмотрим, какие в принципе существуют способы к генерации таких распределений. Близость распределений можно

¹Материалы данного подраздела были опубликованы в виде тезисов конференций Penikas (2021a,b).

измерить метрикой Колмогорова – Смирнова, сравнив ее с критическим значением $KS_{Critical}$ из формулы (7):

$$KS_{Critical} = C(\alpha) \cdot \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}, \quad (7)$$

где $C(\alpha)$ – критическое значение, зависящее от размера выборки и уровня значимости; n_1 – число наблюдений в теоретической модели (в нашем случае тактов времени); n_2 – число наблюдений в фактических данных.

Если выборки данных равны ($n_1 = n_2 = n$), на уровне значимости в 5% ($C(\alpha) = 0,409$, (Calixto, 2016, p. 56, Table 1.8)), получаем:

$$KS_{Critical} = C(\alpha) \cdot \sqrt{\frac{n + n}{n \cdot n}} = C(\alpha) \cdot \sqrt{\frac{2n}{n^2}} = C(\alpha) \cdot \sqrt{\frac{2}{n}} = \frac{0,409 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{n}} = \frac{0,58}{\sqrt{n}}. \quad (8)$$

3.2.2 Генерация распределения коррелированных исходов Бернулли

Существует два класса генерации интересующих нас распределений суммы исходов, где в каждом исходе может быть 0 или 1 (иначе говоря, суммы бернуллиевских случайных величин): непараметрические и параметрические.

Непараметрический способ иногда называют *генетическим*, Kruppa et al. (2018). В рамках него вначале назначают единицы и нули по объектам (столбцам или заемщикам). Затем начинают переставлять нули и единицы внутри столбцов. Такое перемещение не меняет оценки вероятности дефолта (PD), но оценка корреляции дефолтов становится иной. Переставления продолжают до тех пор, пока не получают интересующую корреляционную матрицу. Здесь надо помнить об описанных выше ограничениях на достижимые комбинации параметров (в частности, на значения корреляции дефолтов). Так, интересующая матрица корреляций дефолтов может не существовать. Тогда алгоритм не сойдется. Если в алгоритме мало представлен один из классов (нули или единицы; тот же случай LDP), алгоритм также может долго сходиться, если решение в принципе существует. Однако достоинством подхода является то, что в нем можно получить конструкцию с отрицательной корреляцией дефолтов (если она существует).

Рассмотрим **параметрический** способ генерации данных, который не имеет проблем со сходимостью. В нем есть два поднаправления. Первое более распространено в области оценки кредитного риска, второе – в медицинских исследованиях и биостатистике.

Можно считать, что начало первому направлению положили работы Ольдрихта Васичека Vasicek (1987). Логика подхода реализуется в два этапа. Вначале используются удобные аналитические свойства нормального распределения для моделирования взаимосвязанных случайных величин (с.в.). Затем назначается порог, и все реализации нормальной с.в. превращаются в 0 (до порога) или 1 (сверх порога). Данная логика лежит в основе ПВР.

Формально Васичек определяет доходность актива A_i как линейную комбинацию системного и индивидуального факторов, взвешенных по мере подверженности системному фактору (по корреляции активов, R), см. формулу (9).

$$A_i = \sqrt{R} \cdot x + \sqrt{1 - R} \cdot \epsilon_i, \quad (9)$$

где $A_i \sim N(0, 1)$ – доходность активов компании i ; $x \sim N(0, 1)$ – системный фактор (общий для всех предприятий экономики); $\epsilon_i \sim N(0, 1)$ – индивидуальный (идиосинкразический) фактор для компании i ; R – подверженность системному фактору (также называемому корреляцией активов; с математической точки зрения – это квадрат обычной корреляции Пирсона ρ); $N(0, 1)$ – стандартное нормальное (Гауссово) распределение.

В литературе была попытка предложить модель, когда зависимость вызвана не одним системным фактором, а несколькими: Rukhtin (2004). Однако подход не получил признания в практике регулирования банков и ПВР, в отличие от более простой модели Васичека.

В принципе такой подход допускает отрицательную корреляцию как непараметрический подход. Для этого величину активов нужно определить не так, как в формуле (10), а так, как сделал (Gordy, 2000, pp. 148, eq. C.4).

$$A_i = \rho \cdot x + \sqrt{1 - R} \cdot \epsilon_i, \quad (10)$$

где $\rho^2 = R$. Данное уточнение можно читать как связь корреляции дефолтов (ρ) и корреляции активов (R).

Независимо от выбранной параметризации (9) или (10), остается вопрос определения порога усечения реализаций нормальной с.в. Поэтому предпочтительным видится использование второго подхода из медицины и биостатистики, который сразу дает реализацию в терминах нулей и единиц.

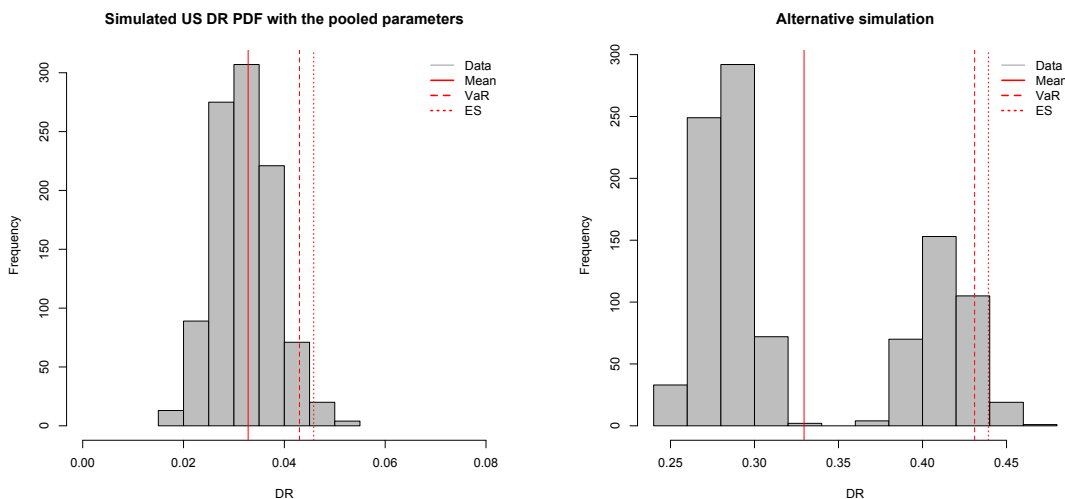
Такой подход описан в работе Ланна – Давье Lunn and Davies (1998) и представлен в формуле (11) ниже:

$$D_i = U_i \cdot Y + (1 - U_i) \cdot \theta_i, \quad (11)$$

где D_i – статус дефолта для заемщика i , который принимает значение единицы при дефолте и ноль в противном случае; $Y \sim Bin(1, PD)$ – реализация биномиального (Bin) системного фактора в одном испытании (1 стоит на первом месте в скобках), который принимает значения, равные единице с **вероятностью дефолта** PD и нулю в противном случае; $\theta_i \sim Bin(1, PD)$ – аналогично распределенный, но не зависящий от Y индивидуальный фактор; $U_i \sim Bin(1, \rho)$ – мера ассоциации, отражающая интересующую нас степень **корреляции дефолтов** ρ .

Таким образом, подход Ланна – Давье позволяет нам восстановить функцию распределения доли дефолтов. Для этого требуется знать только два параметра: вероятность дефолта и корреляцию дефолтов. Для фактических данных по США эти параметры равны 3,26 и 1,0% соответственно. Распределение DR с указанными параметрами представлено на левой части рис. 3.

Рис. 3: Искусственно сгенерированные данные по доле дефолтов (DR)



Примечание: при генерации были заложены параметры среднего значения и дисперсии DR как в фактических данных для США в 1985–2023 гг. из рис. 2.

У полученного распределения есть два недостатка. Прежде всего полученное искусственно распределение одномодально, тогда как фактические данные распределены бимодально, см. правую часть рис. 2. Во-вторых, следствием отсутствия бимодальности в искусственном распределении является занижение оценки кредитного риска. Меры риска VaR и ES на 5% уровне значимости равны 4,3 и 4,6% (против 6,2 и 6,8% в факте).

Оценки риска могут казаться сопоставимыми в искусственных и фактических данных в абсолютном выражении. Однако в относительном недооценка составляет около трети (30%). Кажется бы, проблему можно решить, оперируя только фактическими данными. Но ограничение такого подхода

проявляется в задачах прогнозирования. Если необходимо узнать, как изменится *еще (ранее) не наблюдавшаяся* оценка риска вследствие изменения структуры кредитного портфеля, то для такого вывода еще недоступны фактические данные. Тогда необходимо искать иное решение.

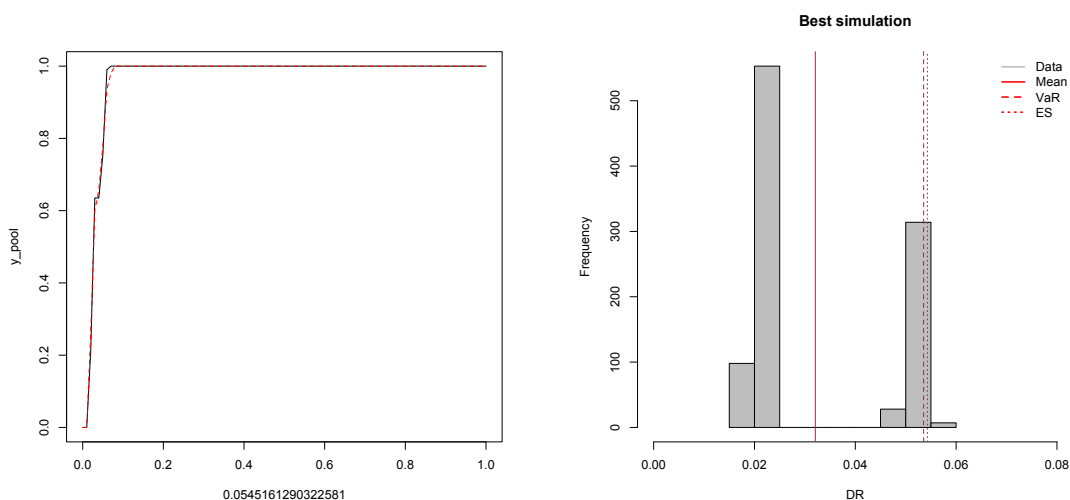
3.2.3 Генерация распределения доли исходов как смеси

Решение получилось найти с помощью пристального рассмотрения получающихся распределений. Например, можно увеличить фактическую долю дефолтов в данных США в 10 раз. Тогда средняя вероятность дефолта будет равна 33%, а корреляция дефолтов – 13% (последнее уже серьезно отличается от нуля). Искусственное распределение с такими параметрами представлено на правой части рис. 3. Здесь бимодальность проявляется уже нагляднее. Распределение визуально ближе к фактическим данным из правой части рис. 2 с поправкой на масштаб горизонтальной оси.

Тогда возникло предположение, что, возможно, фактические реализации дефолтов идут не из единого распределения, а из смеси, то есть как минимум из двух распределений. Одно из них, условно говоря, низкорискованное (аналог LDP). В нем близки к нулю и вероятность дефолта, и корреляция дефолтов. Второе – более рискованное. Получается необходимо решить задачу расщепления смеси. Раньше это была распространенная постановка при исследовании распределения населения России по доходам. Например, именно моделирование его как смеси позволяло профессору С.А. Айвазяну получить наилучшие результаты описания фактических данных: Aivazian (2012).

Для расщепления ряда данных о динамике фактической доли дефолтов был подготовлен код. Он приведен в приложении А.1.1. Результат работы приведен на рис. 4. На левой части рисунка сравниваются фактическая и искусственно сгенерированные функции распределения; на правой – функция плотности DR на созданных данных.

Рис. 4: Искусственно сгенерированные данные по доле дефолтов (DR): наилучший вариант



Примечание: при генерации были заложены параметры смеси, которые были определены для фактических данных по США в 1985–2023 гг. из рис. 2.

Таким образом, при представлении ряда данных DR по США с 1985 по 2023 гг. как смеси из двух распределений получились следующие параметры. Смесь состоит из 91% распределения с низким риском и низкой корреляцией дефолтов ($PD = 0\%$, $\rho = 0\%$) и 9% распределения с высоким риском и высокой корреляцией дефолтов ($PD = 36\%$, $\rho = 34\%$). Критерий Колмогорова – Смирнова равен 5,4%. Он выше критического уровня в 4,6% для 5%-ного уровня значимости, но в целом указывает на довольно близкое соответствие фактическим данным и на существенно лучшее, чем при моделировании без представления в виде смеси двух распределений.

Выше было описано, что такое корреляция дефолтов, как она связана с вероятностью дефолта; было показано, что фактические данные – это чаще всего смесь нескольких распределений с малым риском (малыми значениями вероятности и корреляции дефолтов) и распределений с высоким

риском (с высокими параметрами вероятности и корреляции дефолтов).

Поэтому теперь можно рассмотреть, как фактические распределения долей дефолта (DR) будут меняться с изменением структуры кредитного портфеля в целом и в результате увеличения доли «зеленых» кредитов в частности. Для генерации данных о распределении доли дефолтов как смеси распределений подготовлен код в приложении А.1.2.

3.3. Особенности «зеленого» финансирования

Обсуждать последствия увеличения доли «зеленого» финансирования («зеленых» кредитов) удобнее, представляя наглядно то, какими такие доли могут быть. На самом деле данные о количественных целях (обязательствах) по наращиванию таких портфелей скудны. Наиболее ярким и, по мнению автора, единственным примером является уникальный в своем роде американский банк. В 2019 г. он заявил, что к 2030 г. его портфель устойчивого финансирования достигнет 750 млрд долл.: Goldman Sachs (2020). «Зеленые» кредиты формируют лишь часть (недоминирующую) от заявленной цели.

Тем не менее на момент анонса цель составляла примерно три четверти всех активов банка, см. табл. 1. Даже если вся цель не будет достигнута за счет «зеленого» финансирования, это существенное изменение структуры кредитного портфеля.

Таблица 1: Целевые показатели доли «зеленого» кредитования, скорректированные на прирост совокупных активов.

#	variable	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
1	US CPI value, pp	1.81	1.25	4.69	8	4.8	3	2.2	2.1	2.1	2	2	2
2	US CPI type	actual	actual	actual	actual	projected	projected	projected	projected	projected	projected	projected	projected
3	US CPI, cum %	1.02	1.03	1.08	1.17	1.22	1.26	1.29	1.31	1.34	1.37	1.39	1.42
4	Bank TA, \$bn	992	1163	1464	1441	1510	1555	1590	1623	1657	1690	1724	1759
5	Bank sust. target, \$bn	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750	750
6	Bank sust. cur, ratio	0	0.2	0.4	0.55	0	0	0	0	0	0	0	0
7	Bank sust. cur, \$bn	0	150	300	413	0	0	0	0	0	0	0	0
8	Bank sust. cur to actual, %	0.76	0.64	0.51	0.52	0.5	0.48	0.47	0.46	0.45	0.44	0.44	0.43

Примечание: CPI – индекс потребительских цен; TA – совокупные активы; cur – текущая стоимость; sust. – доля устойчивого кредитования. Источники данных для фактических значений на 2019–2022 гг.:

<https://www.statista.com/statistics/244983/projected-inflation-rate-in-the-united-states/>;

прогнозные значения на 2023–2030 гг. взяты здесь:

<https://www.cbo.gov/system/files/2023-02/58848-Outlook.pdf#page41>.

Целевые показатели и значения текущей стоимости банка приведены по:

2019 – объявленный целевой показатель, фактический объем кредитования равен нулю Goldman Sachs (2020); 2020, 2021 – отчеты (Goldman Sachs, 2021, p. 7) и (Goldman Sachs, 2022, p. 5) содержат текущий объем кредитования в млрд долл. США; 2022 – отчет (Goldman Sachs, 2023, p. 8) содержит значения по отношению к объявленным целевым показателям.

Однако эта цель была поставлена на 10 лет, и ее планируется достичь к 2030 году. К этому времени совокупные активы банков вряд ли останутся на прежнем уровне. Можно ожидать, что они будут расти пропорционально темпам инфляции в США. Тогда, если прогнозируемая кумулятивная инфляция превысит 40% в США, в 2030 г. заявленная цель составит 43% активов. Это будет гораздо менее амбициозно, чем на момент анонса цели в 2019 году.

Подтвердим, что «зеленые» кредиты – только часть цели. Тем не менее для наглядности возьмем полученные две величины (43 и 76%) как промежуточные доли в гипотетических сценариях, то есть как будто «зеленые» кредиты займут такие доли от всего кредитного портфеля. Дополнительно рассмотрим 0 как начальную долю и 100%-ную как экстремальную.

Подчеркнем, что отсутствуют достоверные данные, чтобы делать обоснованные заключения о величине корреляции дефолтов в сегменте «зеленого» финансирования. Поэтому для объективности рассмотрим полный спектр возможных значений корреляции дефолтов

от 0 до 100%. Отрицательную корреляцию внутри сегмента не допускаем как содержательно, так и ввиду описанных выше ограничений модели Ланна – Давье.

В итоге для приложения к «зеленому» финансированию рассмотрим следующие комбинации параметров субпортфеля «зеленых» кредитов:

- Меры риска: VaR, ES;
- Уровни доверия для мер риска: 95; 97,5; 99; 99,5; 99,9%;
- Доли «зеленого» кредитования в кредитном портфеле: 0, 43, 76, 100%;
- Вероятность дефолта (PD): 3,4%, 5%, 22%.
- Корреляция дефолтов (ρ): 0%, 25%, 50%, 75%, 90%, 100%.

Для проверки устойчивости полученных выводов дополнительно рассмотрим, что изменится, если предположить, что с ростом доли «зеленого» финансирования вероятность дефолта в «зеленом» сегменте снижается, а в «коричневом» растет.

4. Основные выводы для изменения структуры портфеля ссуд

Для изучения свойств распределения кредитного риска, когда банки склонны увеличивать долю в новом сегменте кредитования, мы рассматриваем искусственный банк. Параметры кредитного риска его портфеля ссуд соответствуют характеристикам распределения DR для США (рис. 2). В частности, предполагаем, что исходное распределение DR – это смесь двух распределений высоко- и низкорискованных сегментов кредитования. Такой существующий условный кредитный портфель дополняем третьим сегментов кредитования. Пусть доля нового сегмента составит 43% от числа заемщиков всего кредитного портфеля для целей настоящего раздела (альтернативные сценарии приведены в Приложении А.2.1).

Для моделирования распределения дефолтов мы используем модель Ланна – Давье из формулы (11). Мы используем 1000 временных интервалов (календарных лет) и 500 заемщиков на один временной срез. Таким образом, наименьшая рассматриваемая PD , равная 3,4%, дает целое число дефолтных заемщиков – 17 из 500.

Опишем пример такого моделирования подробнее. Это позволит понять эволюцию вероятностных характеристик распределения DR на рис. 5. Параметры для такого примера сведены в табл. 2.

На вставке А рис. 5 представлен высокорисковый портфель с низкой корреляцией дефолтов ($PD = 22\%$, $\rho = 0\%$). Это похоже на вторую компоненту комбинации распределения для данных по США, но с нулевой корреляцией дефолтов. Поскольку корреляция дефолтов отсутствует, распределение доли (уровень дефолта, DR) образует правильную унимодальную колоколообразную кривую. У нее нет ни выбросов, ни экстремумов, ни «толстых хвостов». Показатели мер риска VaR и ES близки друг к другу и равны примерно 24% от числа заемщиков.

Вставка В на рис. 5 представляет собой модификацию вставки А. На ней приведена увеличенная с нуля до 26% корреляция дефолтов, как это было определено для данных по США. Теперь распределение становится бимодальным. Меры риска также близки друг к другу, но теперь они расположены вблизи второго горба распределения. Возникает *эффект резкого перепада* (скачка, cliff effect). Наблюдается радикальное изменение доли дефолтов от обычных времен (бурный экономический рост) на левой моде распределения к кризисным временам (спад экономического роста) на его правой моде.

Такая ситуация с наличием эффекта резкого перепада не приветствуется риск-менеджерами. Это означает, что обычный риск и потребление капитала вблизи левой моды могут быть низкими – не более 20%, однако требуемое резервирование капитала под потери в два раза больше и составляет около 45%. Это означает, что, абстрагируясь от низкого ожидаемого значения DR в хорошие времена, банк должен выделять капитал под 45%-ные потери. В настоящей статье мы не будем обсуждать основные аспекты оптимального распределения этих средств: через резервы или RWA (активы, взвешенные по риску). Это вопрос для отдельного исследования.

Таблица 2: Параметры для иллюстративных сценариев

#	Variable	A	B	C	D
Inputs					
1	w_1			0.87	0.50
2	w_2	1.00	1.00	0.13	0.07
3	w_3				0.43
4	$\sum_{i=1}^3 w_i$	1.00	1.00	1.00	1.00
5	PD_1			0.00	0.00
6	PD_2	0.22	0.22	0.22	0.22
7	PD_3				0.03
8	R_1			0.00	0.00
9	R_2	0.00	0.26	0.26	0.26
10	R_3				0.75
Outputs					
11	\tilde{DR}_1			0.00	0.00
12	\tilde{DR}_2	0.22	0.22	0.22	0.22
13	\tilde{DR}_3				0.03
14	\tilde{DR}_0	0.22	0.22	0.03	0.03
15	VaR	0.24	0.43	0.06	0.04
16	ES	0.25	0.44	0.06	0.24

Примечания: w_i – вес субпортфеля i в общем портфеле; PD_i – вероятность дефолта для субпортфеля i ; R_i – корреляция дефолтов для субпортфеля i ; i -ый субиндекс обозначает: 0 – общий портфель; 1 – обычный (близкий к безрисковому, или низкодефолтный) «коричневый» субпортфель; 2 – субпортфель с высокорискованными «коричневыми» кредитами; 3 – субпортфель новых кредитов. DR – доля дефолтов; Rho – корреляция дефолтов.

Однако если разбавить портфель на вставке В более крупным (но существующим) портфелем с низким уровнем риска и низкой корреляцией дефолтов, то исчезает даже риск экстремальных значений. Это показано на вставке С. Это реальный случай с использованием данных по США, когда имеет место смесь двух распределений: 87% распределения с низким риском и низкой корреляцией дефолтов и 13% – противоположный ему вариант из вставки В. В данном случае мера риска составляет около 6% для обоих типов мер риска (VaR, ES).

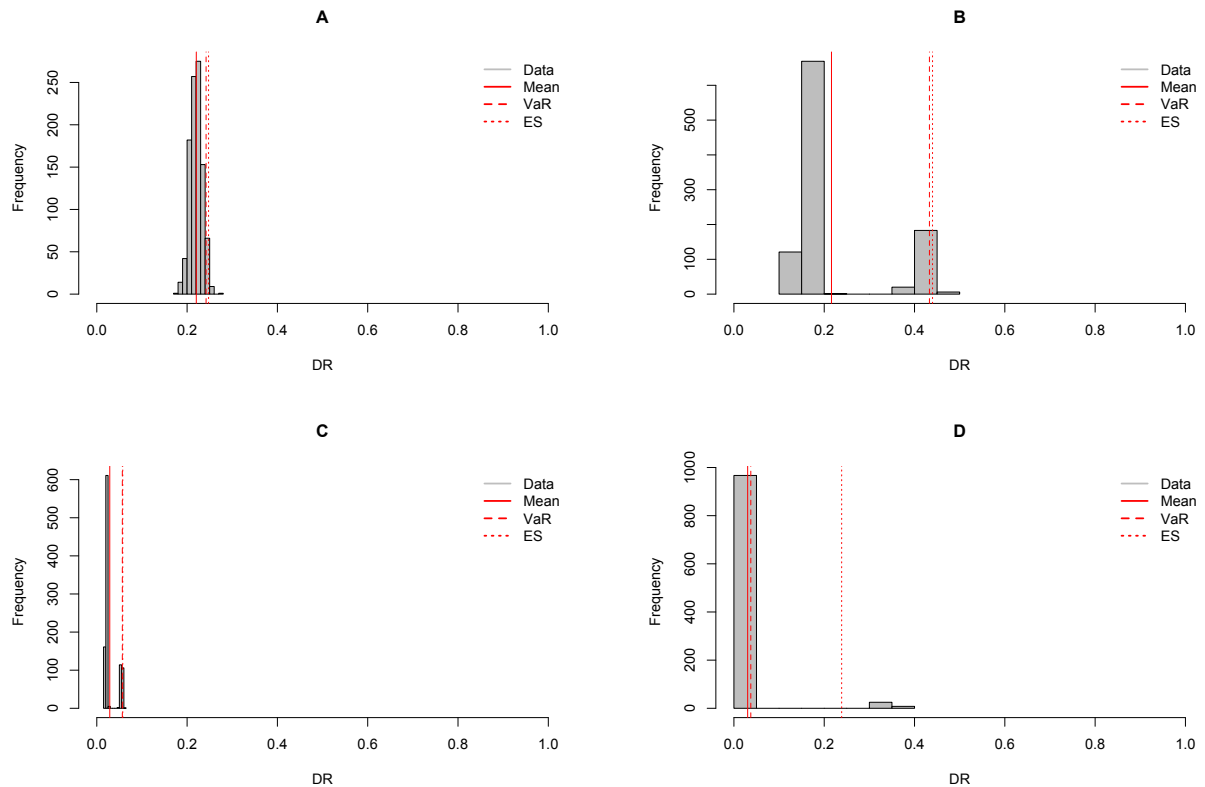
Далее рассмотрим ситуацию, когда банк выходит в новую нишу и увеличивает долю третьего сегмента кредитов до 43%. Доля предыдущей комбинации со вставки С теперь занимает остаточные 57%. Таким образом, доля высокорискованных кредитов из вставки В теперь составляет только 57% * 13% = 7% от всего портфеля.

Здесь мы предполагаем, что новый сегмент кредитования представляет собой низкорисковый портфель с высокой корреляцией дефолтов ($PD = 3,4\%$, $\rho = 75\%$). Тогда можно выявить ряд проблем, связанных с управлением рисками нового портфеля.

Во-первых, общее распределение DR становится гораздо более разбросанным. Хотя большая часть его реализаций концентрируется в области около $DR = 0\%$ от общего числа заемщиков, незначительная часть приходится на область около $DR = 35\%$. Как и в случае со вставкой В, банк может порадоваться тому, что в хорошие времена требования к достаточности капитала будут необременительными. Однако риск-менеджеры и финансовые регуляторы требуют от банка привлечения капитала на случай кризисных явлений. В тяжелые времена мера риска в несколько раз превышает 6%, что является текущим значением со вставки С.

Во-вторых, оценка меры риска не является устойчивой. В трех предыдущих вставках VaR и ES были близки друг к другу. Это свидетельствует об отсутствии принципиальной разницы, какую меру рассматривать. Например, такое изменение произошло в рамках регулирования рыночного

Рис. 5: Иллюстрация динамики показателей риска



Показатели риска (VaR , ES) оцениваются с 95%-ным доверительным уровнем; параметры сценариев приведены в табл. 2. Вставка C соответствует реально данным наблюдений на рис. 2.

риска Базельским комитетом. В соответствии с изменениями, внесенными в «Базель I» в 1996 г., был введен показатель VaR на уровне 99%. «Базель III» в рамках фундаментального пересмотра торговой книги (FRTB) BCBS (2013) заменил его на ES с более низким значением 97,5%, по сути, сохранив оценку совокупного риска и требования к капиталу неизменными. Однако, как видно из вставки D, выбор меры риска может кардинально изменить оценку риска в рассматриваемом гипотетическом случае.

В-третьих, несмотря на то что оценка ES в 24% на вставке D является чрезмерно высокой, сама по себе она не является достаточной для покрытия риска. Для этого расчетного значения нет исходных данных. Значение 24% получено как среднее математическое по определению ES как среднего из значений сверх VaR . Однако реальная реализация риска, которая может произойти, составляет около 40% – именно на эту область приходится второй горб (мода) распределения.

Единичный случай моделирования, рассмотренный на рис. 5, дал нам следующую пищу для размышлений.

- Увеличение доли кредитования с высокой корреляцией дефолтов (хотя и с низким риском), приводит к значительному росту кредитного риска, поскольку мера риска концентрируется в области новообразованной второй моды распределения потерь.
- Оценка кредитного риска и основанные на ней требования к капиталу могут оказаться неустойчивыми. Оценка сильно зависит от выбранной меры риска и квантиля. Реальные потери (значения DR, соответствующие второй моде) могут оказаться выше математически полученных оценок ES .

Далее рассмотрим, какими могут быть эффекты на кредитный риск портфеля ссуд от увеличения портфеля «зеленого» финансирования в зависимости от параметров риска данного сегмента и их связи с параметрами риска сегмента «коричневых» заемщиков.

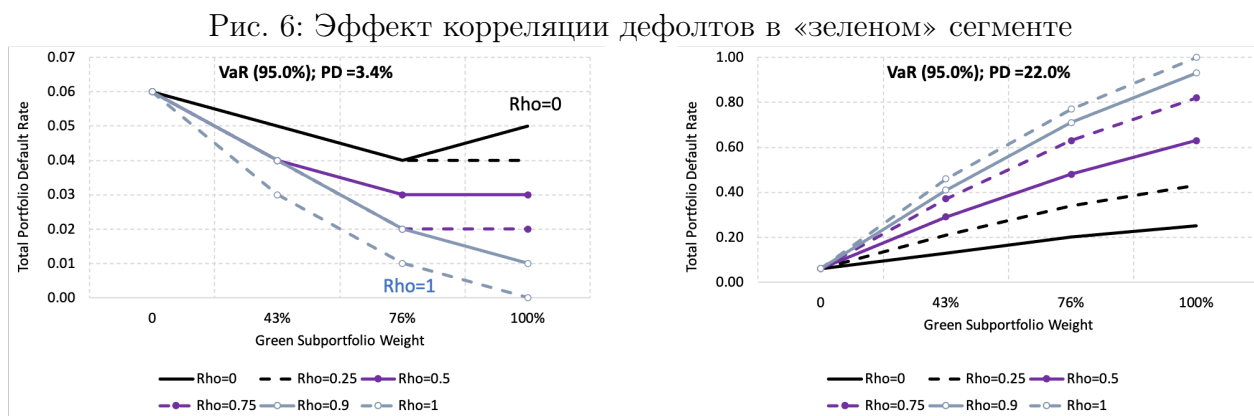
5. Приложение для «зеленого» финансирования

Напомним, что мы рассматриваем условный кредитный портфель. Он представляет собой комбинацию трех распределений коррелированных исходов Бернулли (дефолтов). Два распределения из трех взяты из данных по США (оба считаем сегментом «коричневых» заемщиков), а третье соответствует сегменту «зеленых» кредитов. Варьируя значения PD , корреляцию дефолтов и долю третьего («зеленого») распределения в общей смеси, получаем распределение DR для всего портфеля.

Далее будут представлены выводы в предположении неизменности вероятности дефолта в «зеленом» и «коричневом» сегментах при росте доли «зеленых» кредитов в подразделе 5.1; в предположении изменчивости – в подразделе 5.2.

5.1. Основные выводы

На рис. 6, 7 представлены результаты искусственных сценариев. Подробности приведены в Приложении А.2.1.



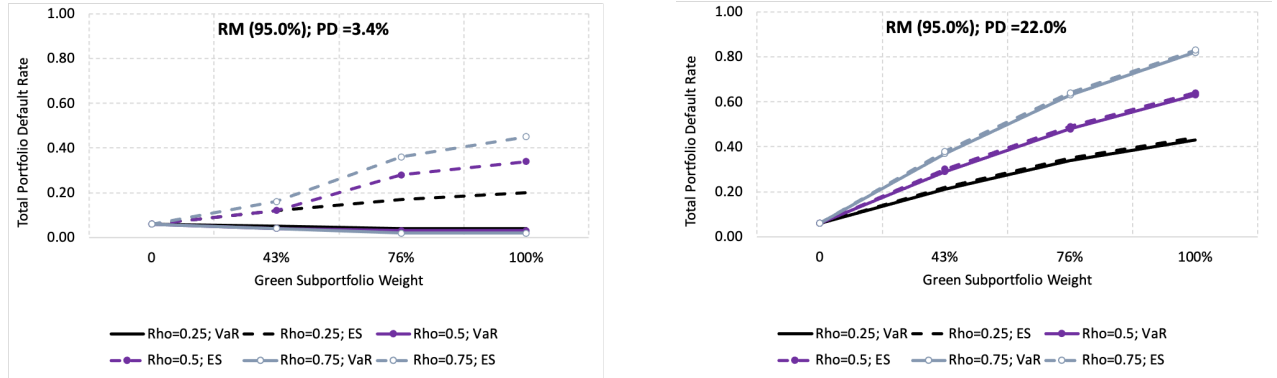
Примечание: в легенде указаны параметры для доли «зеленого» кредитования:
 Rho – корреляция дефолтов; PD – вероятность дефолта.

На рис. 6 представлена оценка меры риска VaR на уровне доверия 95%, если сегмент «зеленого» финансирования является низкорискованным ($PD = 3.4\%$, левая часть рисунка) или высокорискованным ($PD = 22.0\%$, правая часть). Ожидаемо, что накопление низкорискованного портфеля слева ведет во всех случаях к снижению кредитного риска; тогда как увеличение высокорискованного – к его росту. Однако более интересно то, что **корреляция дефолтов усиливает эффект вероятности дефолта, то есть более высокая корреляция дефолта больше снижает кредитный риск, чем в ее отсутствии при низкой PD в «зеленом» сегменте. И наоборот: увеличивает кредитный риск, чем если бы была равна 0 при высокой PD.**

На рис. 7 рассмотрена чувствительность результатов к выбору меры риска. Для полного спектра корреляций дефолта представлены оценки VaR и ES для низкодефолтного «зеленого» сегмента (слева) и высокодефолтного (справа). Для последнего выбор меры риска непринципиален. Мера ES по определению дают более высокую оценку кредитного риска, но не существенно большую, чем VaR. Интересно, что **если «зеленый» сегмент является низкорискованным, то оценка кредитного риска чувствительна к выбору меры риска.** Например, для VaR почти при любой доле «зеленого» финансирования в портфеле оценка кредитного риска портфеля близка к нулю. Однако при переходе к ES оценка риска доходит до 40%. Такой скачкообразный переход (cliff effect) является нежелательным с точки зрения управления рисками. Сам эффект мы уже обсуждали в простейшем случае при переходе между ситуациями от В к А на рис. 1.

Подчеркнем, что при рассмотрении чувствительности оценки кредитного риска к мере риска корреляция дефолтов не усиливала эффект, как в предшествующем случае она усиливала эффект PD.

Рис. 7: Эффект выбранной меры риска



Примечание: в легенде указаны параметры для доли «зеленого» кредитования:

Rho – корреляция дефолтов; PD – вероятность дефолта.

RM – мера риска: VaR – Value-at-Risk, ES – Expected Shortfall;

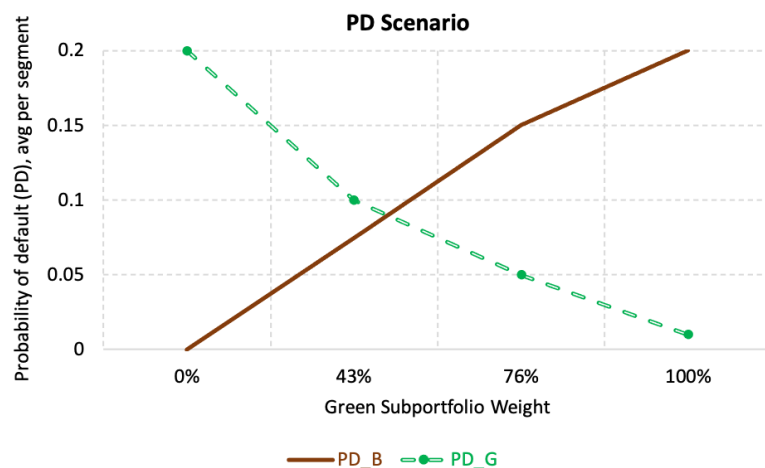
Диаграмма представляет собой визуальное представление отдельных случаев из табл. 3.

5.2. Альтернативные сценарии

Представленные выше результаты были основаны на допущении одинаковой вероятности дефолта для каждого сегмента («зеленого» или «коричневого»). Однако усилия по стимулированию «зеленого» перехода могут привести к снижению PD для «зеленых» заемщиков и его росту для «коричневых» (эффект разворота PD).²

Чтобы рассмотреть последствия такого разворота, введем сценарии изменения PD . Пусть «зеленые» заемщики начинают с 20% PD за год и заканчивают с 1%-ным значением. Пусть «коричневые» начинают с нулевым PD (мы увеличим PD для низкорискованного сегмента из двух, характерных для экономики США из двух выявленных выше). Предположим, что к тому моменту, когда «зеленые» заемщики заполняют весь кредитный портфель, вероятность дефолта «коричневых» заемщиков достигнет тех же 20%, с которых начинали «зеленые» заемщики. Для наглядности сценарии PD приведены на рис. 8.

Рис. 8: Сценарии PD

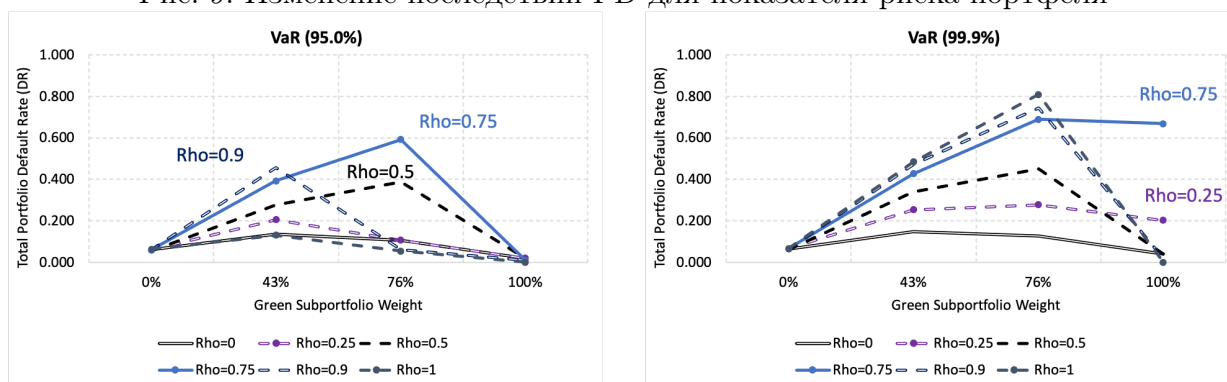


Примечание: PD – вероятность дефолта; B – «коричневый» сегмент; G – «зеленый».

Рассмотрим весь спектр значений корреляции дефолта для «зеленого» сегмента. Результаты моделирования для такого сценария приведены в Приложении А.2.2. На рис. 9 представлены случаи для VaR на уровне 95 и 99,9%.

²Автор выражает признательность К.В. Юдаевой за предложение рассмотреть такой сценарий.

Рис. 9: Изменение последствий PD для показателя риска портфеля



Примечание: результаты моделирования для такого сценария приведены в Приложении А.2.2.

Мы можем зафиксировать положительный эффект от наращивания доли «зеленых» кредитов. Примерно после того, как «зеленые» кредиты превысят половину кредитного портфеля, показатель кредитного риска начинает снижаться (точная переломная точка зависит от комбинации вероятности и корреляции дефолта).

Стоит отметить, что при отдельных значениях корреляции дефолта оценка кредитного риска может не начать снижаться при использовании крайних уровней доверия. Например, на правой части рис. 9 при корреляции дефолтов в 25 и 75% оценка риска остается на уровне 20 и 70%, когда портфель ссуд состоит только из «зеленых» кредитов, а кредитный риск измерен как VaR на 99,9%.

6. Обсуждение

При обсуждении последствий увеличения доли «зеленых» кредитов для кредитного риска часто возникают четыре вопроса:

1. К сожалению, продвижение повестки «зеленого» финансирования выявляет случаи недобросовестного поведения, именуемого *green-washing*. Так называют деятельность или инициативы, когда «коричневые» по сути мероприятия позиционируются как «зеленые». Тогда возникает вопрос, как такая тенденция, как *green-washing*, корректирует выводы работы? ³
2. Представляется, что увеличение доли какого-либо сегмента кредитования провоцирует рост концентрации кредитного риска и, соответственно, рост метрик (мер) кредитного риска. Аналогичным образом рост объемов «коричневого» кредитования должен привести к эквивалентному росту кредитного риска, не так ли? ⁴
3. Содействие «зеленому» финансированию и «зеленому» переходу в целом влияет на соотношение между «зеленым» и «коричневым» секторами. Что произойдет с показателем кредитного риска, если предположить отрицательную корреляцию дефолтов между двумя секторами? ⁵
4. «Зеленый» сегмент кредитования не менее неоднороден, чем «коричневый». Почему используется только один параметр корреляции дефолтов для «зеленого» портфеля? ⁶

Прокомментируем эти вопросы.

Во-первых, явление *green-washing* на самом деле развивается параллельно с «зеленым» финансированием. Фактически оно означает, что настоящая доля «зеленых» кредитов ниже, чем заявляется. С точки зрения кредитного риска, являющегося предметом этого исследования, чем меньше доля «зеленых» кредитов, тем ниже кредитный риск банка. Поэтому наличие явления *green-washing*

³Автор благодарит А.Г. Морозова за привлечение внимание к данной тенденции.

⁴Автор выражает благодарность Н.А. Турдыевой и Д.А. Мусаэльян за поднятие данной темы.

⁵Автор выражает благодарность А. Синякову за вынесение вопроса на повестку дня.

⁶Автор выражает благодарность Д.А. Мусаэльян за данный вопрос.

имеет противоположный позитивно-компенсирующий эффект улучшения надежности банков как кредиторов, когда они наращивают долю «зеленых» кредитов.

Во-вторых, при прочих равных условиях увеличение доли в любом сегменте кредитования должно приводить к росту концентрации кредитного риска. Однако это утверждение справедливо при соблюдении двух требований:

- Это должен быть совершенно новый сегмент, ранее отсутствовавший в кредитном портфеле.
- Чтобы показатель кредитного риска для портфеля вырос, новый сегмент должен иметь сильную корреляцию дефолтов внутри сегмента.

Например, если у банка нет «зеленого» кредитования, он не может увеличить долю «коричневого» кредитования, так как оно уже составляет 100% кредитного портфеля. Если у банка есть определенный объем «зеленого» кредитования, увеличение доли «коричневых» кредитов равносильно перемещению влево по наглядному графику 5, то есть от вставки D к вставке C.

Именно поэтому рост «коричневого» кредитования приводит к снижению доли («зеленого») сегмента с сильной корреляцией дефолтов (при наличии такового в кредитном портфеле). При отсутствии «зеленого» сегмента доля «коричневого» уже равна 100% и не может быть увеличена в относительном выражении (хотя может быть увеличена в абсолютном, номинальном выражении). Таким образом, увеличение доли «коричневого» кредитования не имеет тех же последствий в виде повышения кредитного риска, как это происходит при росте «зеленого» кредитования и сокращении «коричневого».

В-третьих, учет отрицательной корреляции дефолтов привлекателен, но не реализуем в рамках выбранной схемы моделирования. Подход Ланна – Давье в формуле (11) принимает только неотрицательные значения корреляции. Кроме того, можно вспомнить об ограничении, предложенном Preisser and Qaqish (2014) для формулы (3). При большом объеме кредитного портфеля средняя корреляция дефолтов по портфелю (сегменту) ограничена снизу нулем.

Однако можно предположить, что если между двумя сегментами («зеленым» и «коричневым») действительно существует отрицательная корреляция дефолтов, то на рис. 6, 7 должна наблюдаться зависимость, эквивалентная U-образной. Первоначальное накопление активов («зеленых» кредитов), отрицательно коррелирующих с существующим («коричневым») активом, должно приводить к эффекту диверсификации до тех пор, пока некоторая часть новых («зеленых») кредитов не снизит показатель кредитного риска. Тем не менее дальнейшая концентрация на одном сегменте (выдача только «зеленых» кредитов) должна свести на нет созданный эффект диверсификации и усилить концентрацию кредитного риска. Такое снижение и дальнейший рост кредитного риска должны демонстрировать эквивалентную U-образную зависимость.

В-четвертых, безусловно, при рассмотрении различных пар заемщиков применимые парные корреляции дефолтов могут не совпадать со средними по сегменту значениями, полученными из формул (9) или (11). Однако при построении модели мы исходим из допущения о существовании некоторой средней по портфелю или сегменту корреляции дефолтов, единого (общего) параметра для каждого заемщика (R в модели Васичека или ρ в модели Ланна – Давье).

Ключевым здесь является тот факт, что при моделировании кредитного риска портфеля происходит отклонение от среднего параметра корреляции дефолтов, характерного для всего сектора (например, «коричневого» или «зеленого»). Это не означает, что сектор является однородным, но использование единого параметра корреляции дефолтов представляет собой единственное решение. Из-за отсутствия индикаторов дефолта у большинства заемщиков невозможно статистически определить параметр корреляции дефолтов для каждой пары заемщиков (особенно, если по одному из двух не было дефолтов). Однако, как объясняется в работе Ренікас (2023), это можно сделать на уровне портфеля, наблюдая за исторической дисперсией доли дефолтов (вспомним формулу (6)).

Таким образом, при использовании общего на сегмент параметра корреляции дефолтов («зеленый» или «коричневый») мы исходим из допущения, что сектор является неоднородным. Но единый параметр помогает сравнивать сегменты между собой.

7. Выводы

Цель настоящей работы – изучить свойства распределений кредитного риска (в частности, доли дефолтов, DR) тогда, когда меняются параметры риска: вероятность дефолта, корреляция дефолта, структура портфеля ссуд (доли отдельных сегментов кредитования).

Последствия высокого риска и его высокой концентрации могли казаться очевидными. Казалось бы, можно сослаться на мудрость о том, что не стоит хранить все яйца в одной корзине, как на основополагающий принцип диверсификации в управлении рисками. Однако как отдельные инвесторы в США Mohamed (2023), так и немецкий регулятор Jahn et al. (2013) поставили под сомнение пользу такого принципа диверсификации и избежания концентрации риска.

Более того, современное банковское регулирование значимо усложнилось. В результате общие принципы управления рисками могут находить неинтуитивное отражение в используемых инструментах – например, в комбинации мер рисков и уровней значимости.

Настоящая работа позволила обратить внимание на ряд особенностей в оценке кредитного риска, которые раньше не получали достаточного освещения. В частности, было:

- показано, что количественные оценки кредитного риска могут как расти, так и снижаться с ростом корреляции дефолтов. Выявлены устойчивые и разнонаправленные тенденции такого изменения;
- обоснованы устойчивые тенденции, когда в низкорискованных портфелях рост корреляции дефолтов еще более снижает кредитный риск, а в высокорискованных сильнее увеличивает его оценку;
- описаны разнонаправленные ситуации, когда с ростом корреляции дефолтов для портфелей с низкой вероятностью дефолта оценка риска может снижаться для более простых мер риска (VaR) или на более низких уровнях доверия и одновременно расти для более сложных мер и на более высоких уровнях доверия. Объяснено, что это следствие формирующейся бимодальности распределения доли дефолтов при росте корреляции дефолтов. Для банков и регуляторов, заинтересованных в обеспечении финансовой стабильности, это означает целесообразность мониторинга и учета в регулировании не одной, а нескольких мер риска;
- показано, что в частном случае роста портфеля «зеленого» финансирования при любой корреляции дефолтов будет снижаться оценка кредитного риска в долгосрочном периоде, когда портфель ссуд будет состоять только из таких кредитов и когда их вероятность дефолта снизится, а у «коричневых» вырастет. Однако такое снижение возникнет после роста кредитного риска в среднесрочном периоде;
- разработаны две группы кодов: для определения параметров кредитного риска как смеси распределений для фактического ряда данных о доле дефолтов и для генерации распределения доли дефолтов, сформированного смесь распределений.

Полученные выводы работы востребованы сегодня, когда целый ряд долгосрочных тенденций глобального масштаба (фрагментация мировой экономики, энергопереход, климатические изменения) способен приводить к увеличению корреляции дефолтов. В настоящей работе было продемонстрировано, что даже при неизменной вероятности дефолта такой рост корреляции существенно меняет профиль принятых банками рисков. Это может как вызывать сложности для банков и их регуляторов, так и давать возможности по развитию бизнеса в позитивных исходах.

A. Приложения

A.1. Код в пакете R

A.1.1 Определение (подгонка, fit) параметров распределения

```
#####  
# Fitting DR distribution  
#####  
  
# ----- Delete previous objects -----  
rm(list=ls(all=TRUE))  
  
#####  
  
##### Upload data #####  
  
#####US DEFAULTS #####  
### URL: https://www.federalreserve.gov/releases/chargeoff/delallsa.htm  
  
### UNcomment to process US ~50Y DR data  
# set the path to the stored data  
  
Data0 <- read.table("../US_Defaults.txt", header=T)  
  
### start from 1985 to 2023Q3  
row1 <- 1  
row2 <- 155  
  
#-----  
  
### Residential All Loans  
# col <- 2  
  
### Agricultural Loans  
# col <- 11  
  
### Total Loans  
col <- 12  
  
#-----  
x01 <- Data0[row1:row2, col] / 100  
  
#-----  
PD_0 <- mean(x01)  
var_DR <- var(x01)  
Rho_0 <- var_DR / ( PD_0 * (1 - PD_0) )  
  
# if we omitted the fact that it is a mixture of distributions  
PD_0  
Rho_0
```

```

### SIMULATION PARAMETERS #####

#####

# the number of steps (units) we want to check between 0 (START, S) and 1 (MAX_)

Scale_1 <- 100

#-----
# number of hypothetical time spans

T <- 200

# number of hypothetical borrowers in our simulated portfolio

N <- 200

##### OTHER PARAMETERS (one can change, but see no need) #####

### number of observations per time span per borrower
### it is obviously one; but it is explicitly inputted as a constant (pasted value)
### as the data generation function allows for other values

obs <- 1

### number of trials per time span per borrower
### it is obviously one; but it is explicitly inputted as a constant (pasted value)
### as the data generation function allows for other values

trials <- 1

#####

# The algorithm objective is to derive the parameters of the DR density distribution.
# There are two models to be tested
# - Vasicek (1987): assumes correlated N(0,1)-distributed components
# - Lunn, Davies (1997): assume correlated Bernoulli trials

### Depending on which model you wish to fit, comment or relevant sections.

# The key assumption is that it comes from a mixture of correlated Bernoulli distributions.
# We assume that the mixture is composed out of two distributions.
# The code uses search on the net procedure.
# The objective function is the distance between CDFs (actual and fitted).
# There are two options: either to use KS or CvM distance.
# The objective function is minimised, the PD and Rho for the both distributions are saved.
# The progress is displayed using the CDF fit plot.

# single symbol (#) can be taken away (can be commented / UNcommented)
# triple symbol (###) provides a comment (explanation). Not for uncommenting.

#####

```

```
#####
```

```
# ----- Packages download -----
```

```
library(fBasics)
```

```
library(scatterplot3d)
```

```
library(ggplot2)
```

```
library(distr)
```

```
library(fGarch)
```

```
#library(copula)
```

```
#library(fcopulae)
```

```
library(stats19)
```

```
library(QRM)
```

```
library(sn)
```

```
library(moments)
```

```
library(pracma)
```

```
#library(CreditMetrics)
```

```
### from PC archive
```

```
# library(mlCopulaSelection)
```

```
#=====
```

```
#row1 <- 1
```

```
#row2 <- 10
```

```
#col <- 2
```

```
#col <- 6
```

```
#x01 <- Data0[row1:row2, col]
```

```
#=====
```

```
### UNcomment below to see the raw data
```

```
# Data0
```

```
# time <- Data0[row1:row2, 1]
```

```
#----- CHECK the uploaded data -----
```

```
US_DR <- x01
```

```
plot(US_DR, type = "l")
```

```

#-----
# actual versus N PDFs with the same DR mean and variance, and same sample size

# hist(US_DR, ylim=c(0,50))
hist(US_DR)

lines(density(rnorm(n=row2, mean=mean(x01), sd=sd(x01))), col="red")

### create CDF function
ecdf_x01 <- ecdf(x01)
ecdf_x01

### extract CDF fn values for particular realisations

# x_cdf <- ecdf_x01(x01)

##### SET the parameters for algorithm #####
### these initial values will be replaced by the derived ones

statistics_KS <- 100

alpha10 <- 0

beta10 <- 0

alpha20 <- 0

beta20 <- 0

w00 <- 0

#-----

#----- LENGTH of search vectors -----
# Initially we check 0 - 1, but the range can be reduced for more precise computation.

# START

S <- 0

#-----

```

```

# END
MAX_A  <- 1

MAX_B  <- 1

##### OTHER PARAMETERS (NOT to be changed) #####
#-----
Scale_2 <- Scale_1
n_obs   <- Scale_1

W       <- Scale_1

x_beta <- seq(0, 1, by = 1/n_obs)

#-----
# END

M_A     <- MAX_A * Scale_1

M_B     <- MAX_B * Scale_1

#### FROM

A10 <- S

B10 <- S

A20 <- S

B20 <- S

# the weight of the first distribution in the mixture of two
# starting search value for the weight

w_0 <- S

#### TO

A11 <- M_A

B11 <- M_B

A21 <- M_A

B21 <- M_B

# end search value for the weight

w_1 <- W

```

```

#####

##### START A SEARCH ON THE NET CYCLE #####

#####

#### WE ASSUME THIS IS A LOW RISK LOW CORRELATED distribution.

  for (a1 in 0:0)
  for (b1 in 0:0)

#### UNcomment if wish to find parameters for the 1st distribution
# for (a1 in A10:A11)
# for (b1 in B10:B11)

#=====

# DR Distribution No. 1

#=====

#### start a cycle to generate DR series for 1st distribution

{

{

  alpha1 <- a1/Scale_1

  beta1 <- b1/Scale_1

#-----
### probability of success (default) on each trial

pb <- alpha1

### correlation parameter

Rho <- beta1

### auxiliary (temporary) DR series

DR1 <- rep(0, T)

#=====

#=====
# default quantile for the given PD (pb)

```

```

Def_q  <- qnorm(pb, mean = 0, sd = 1)

# common factor

CF <- rep(0, T)

# individual factor

Y <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# correlation parameter to simulate dependent outcomes

U <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# asset return for Vasicek model

AR <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# outcome (default / non-default)

X <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# sequence (series) of defaults

Def <- rep(0, T)

# default rate (DR) sequence (series)
DR <- rep(0, T)

#-----
#-----

for (t in 1:T)

{
### Vasicek (1987) model
# CF[t] <- rnorm(obs, mean = 0, sd = 1)

### Lunn, Davies (1997) model
CF[t] <- rbinom(obs, trials, pb)

#-----

for (n in 1:N)

{

#=====
### Vasicek (1987) model
#-----

```



```

# Y[t,n] <- rnorm(obs, mean = 0, sd = 1)
# U[t,n] <- Rho

#-----
# AR[t,n] <- CF[t] * U[t,n] + ( (1 - (U[t,n])^2) )^(1/2) ) * Y[t,n]
# X[t, n] <- (AR[t,n] <= Def_q) * 1

#=====
### Lunn, Davies (1997) model
#-----

Y[t,n] <- rbinom(obs, trials, pb)
U[t,n] <- rbinom(obs, trials, Rho)

#-----

X[t,n] <- CF[t] * U[t,n] + (1 - U[t,n] ) * Y[t,n]

#-----
#-----

Def[t] <- sum(X[t,])

DR[t] <- Def[t] / N

}
}

#=====
#=====

DR1 <- DR

#-----

ecdf_DR1 <- ecdf(DR1)
y_beta1 <- ecdf_DR1(x_beta)

#=====

# DR Distribution No. 2

#=====

#### start a cycle to generate DR series for 2nd distribution

#-----

for (a2 in A20:A21)

```

```

for (b2 in B20:B21)

{

{

  alpha2 <- a2/Scale_2

  beta2 <- b2/Scale_2

#-----

pb <- alpha2

Rho <- beta2

### auxiliary (temporary) DR series

DR2 <- rep(0, T)

#=====

#=====
# default quantile for the given PD (pb)
Def_q <- qnorm(pb, mean = 0, sd = 1)

# common factor

CF <- rep(0, T)

# individual factor

Y <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# correlation parameter to simulate dependent outcomes

U <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# asset return for Vasicek model

AR <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# outcome (default / non-default)

X <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# sequence (series) of defaults

```

```

Def <- rep(0, T)

# default rate (DR) sequence (series)
DR <- rep(0, T)

#-----
#-----

for (t in 1:T)

{
### Vasicek (1987) model
# CF[t] <- rnorm(obs, mean = 0, sd = 1)

### Lunn, Davies (1997) model

CF[t] <- rbinom(obs, trials, pb)

#-----

for (n in 1:N)

{

#=====
### Vasicek (1987) model
#-----

# Y[t,n] <- rnorm(obs, mean = 0, sd = 1)
# U[t,n] <- Rho

#-----
# AR[t,n] <- CF[t] * U[t,n] + ( (1 - ( (U[t,n])^2) )^(1/2) ) * Y[t,n]
# X[t, n] <- (AR[t,n] <= Def_q) * 1

#=====
### Lunn, Davies (1997) model
#-----

Y[t,n] <- rbinom(obs, trials, pb)
U[t,n] <- rbinom(obs, trials, Rho)

#-----

X[t,n] <- CF[t] * U[t,n] + (1 - U[t,n] ) * Y[t,n]

#-----
#-----

Def[t] <- sum(X[t,])

```

```

DR[t] <- Def[t] / N

}

}

#####
#####

DR2 <- DR

#-----

ecdf_DR2 <- ecdf(DR2)

y_beta2 <- ecdf_DR2(x_beta)

#####

#-----
### assume there is only 2nd distribution
# for (w in w_0:w_0)

### UNcomment to find weights within a mixture of distributions
  for (w in w_0:w_1)
{

  w0 <- w/W

DR_pool <- w0 * DR1 + (1-w0) * DR2

dr <- ecdf(DR_pool)

y_pool <-dr(x_beta)

y_pool_d <- w0 * y_beta1 + (1-w0) * y_beta2

#-----

ecdf_x01 <- ecdf(x01)

p <- ecdf_x01(x_beta)

#-----

# Kolmogorov - Smirnov

  KS <- max ( abs ( y_pool - p ) )

```

```

# Cramer-von-Mises

# KS <- (1/ n_obs) * sum ( (y_pool - p )^2 )

#-----

# COUNTER for the number of the current search (fit) iteration
# considers parameters of the 2nd distribution only and weight

i =
  (w    - w_0 + 1) +

+ (w_1 - w_0 + 1) * (a2  - A20) +

+ (w_1 - w_0 + 1) * (A21 - A20 + 1) * (b2  - B20) +

+ (w_1 - w_0 + 1) * (A21 - A20 + 1) * (B21 - B20 + 1) * (a2  - A20) +

+ (w_1 - w_0 + 1) * (A21 - A20 + 1) * (B21 - B20 + 1) * (A21 - A20 + 1) * (b2  - B20)

#-----

### UNcomment to monitor progress by each step,
### BUT it slows a lot the search time

# plot(x_beta, y_pool, type = "line", xlab = i)

# lines(x_beta, p, type="line", col = "red", lty = 2)

# hist(x01, xlab = i)

# lines(x_beta, y_pool_d, col = "red")

#-----

if ( KS < statistics_KS )
{

statistics_KS <- KS

alpha10 <- a1/Scale_1

beta10 <- b1/Scale_1

alpha20 <- a2/Scale_2

```

```

beta20  <- b2/Scale_2

w00     <- w/W

# R_IRB_2 <- beta20^2

# monitoring progress during improvement steps only
# comparison of actual and fitted CDFs
# horizontal axis shows the minimised KS value at the most recent step

plot(x_beta, y_pool, type = "line", xlab = KS)

lines(x_beta, p, type="line", col = "red", lty = 2)

# hist(x01, xlab = KS)

# lines(x_beta,y_pool_d, col = "red")

}

#-----

}

}

}

}

}

#-----

n <- row2

# KS critical level (for N > 10)

Critical = 0.58 / (n)^0.5

#####

w00 # 1st distribution weight

alpha10 # PD 1

beta10  # Rho 1

alpha20 # PD 2

```

```
beta20 # Rho 2 (correlation)

# R_IRB_2 # Vasicek R (corr.squared)

statistics_KS # difference to actual series CDF

Critical # If it exceeds statistics_KS, fit is proper

#####
```

A.1.2 Генерация (simulation) искусственного распределения

```
#=====
# Simulating DR distribution
#=====

# ----- Delete previous objects -----

rm(list=ls(all=TRUE))

# set the path to store the project output
path0 <- ".../02_output/"

#####
##### LIBRARIES #####
#####

# install.packages("tidyverse")
# install.packages("stringr")
# install.packages("writexl")

# install.packages("distr")
# install.packages("stats19")
# install.packages("moments")

# ----- Packages download -----

library(fBasics)
library(scatterplot3d)
library(ggplot2)

library(distr)
library(fGarch)

library(stats19)

library(sn)
library(moments)

library(writexl)
library(tidyverse)

library(stringr)

#####
##### PARAMETERS #####
#####
# number of portfolios (currently previewed for K = 3)

K <- 3
```



```

#-----
# number of hypothetical time spans
T <- 500

# number of hypothetical borrowers in our simulated portfolio
N <- 500

#*****

#-----
n1_esg <- 4

W_ESG <- rep(0, n1_esg)
W_ESG[1] <- 0
W_ESG[2] <- 0.43
W_ESG[3] <- 0.76
W_ESG[4] <- 1

#-----
n2_esg <- 3

PD_ESG <- rep(0, n2_esg)
PD_ESG[1] <- 0.034
PD_ESG[2] <- 0.04
PD_ESG[3] <- 0.220

#-----
n3_esg <- 6

R_ESG <- rep(0, n3_esg)

R_ESG[1] <- 0
R_ESG[2] <- 0.25
R_ESG[3] <- 0.5
R_ESG[4] <- 0.75
R_ESG[5] <- 0.90
R_ESG[6] <- 1

#-----
n4_q <- 5

quantiles <- rep(0, n4_q)
quantiles[1] <- 0.950
quantiles[2] <- 0.975
quantiles[3] <- 0.990
quantiles[4] <- 0.995
quantiles[5] <- 0.999

#-----
#Output <- matrix(0, nrow= n2_esg * n3_esg + 1, ncol = n1_esg + 2)

Output_VaR <- matrix(0, nrow= n4_q * n2_esg * n3_esg + 1, ncol = n1_esg + 3)
Output_ES <- matrix(0, nrow= n4_q * n2_esg * n3_esg + 1, ncol = n1_esg + 3)

```

```

# headers
Output_VaR[1, 1] <- "Quantile"
Output_VaR[1, 2] <- "Rh_ESG"
Output_VaR[1, 3] <- "PD_ESG"
Output_VaR[1, 4] <- "W1_ESG"
Output_VaR[1, 5] <- "W2_ESG"
Output_VaR[1, 6] <- "W3_ESG"
Output_VaR[1, 7] <- "W4_ESG"

Output_ES[1, 1] <- "Quantile"
Output_ES[1, 2] <- "Rh_ESG"
Output_ES[1, 3] <- "PD_ESG"
Output_ES[1, 4] <- "W1_ESG"
Output_ES[1, 5] <- "W2_ESG"
Output_ES[1, 6] <- "W3_ESG"
Output_ES[1, 7] <- "W4_ESG"
#-----
#####
#####
#####

for (i1 in 1: n1_esg)
{
for (i2 in 1: n2_esg)
{
for (i3 in 1: n3_esg)
{

#####
# the weight of the first distribution in the mixture of two
# starting search value for the weight

w01 <- 0.87      # LDP, w/o ESG
w02 <- 1 - w01  # risky portfolio , w/o ESG

#-----
w_3 <- W_ESG[i1] # ESG portfolio
w12 <- 1 - w_3 # sum of weights for other 2 portfolios

w_1 <- w01 * w12 # LDP
w_2 <- w02 * w12 # risky portfolio

#-----
### probability of success (default) on each trial
#### if you wish to have LDP, better put minimal, but non-zero PD value

alpha1 <- 0.00      # PD 1
alpha2 <- 0.22      # PD 2
alpha3 <- PD_ESG[i2] # PD 3

### correlation parameter

```

```

beta1 <- 0.00          # Rho 1
beta2 <- 0.26          # Rho 2
beta3 <- R_ESG[i3]    # Rho 3

#####

# the number of steps (units) we want to check between 0 (START, S) and 1 (MAX_)

Scale_1 <- 100

##### OTHER PARAMETERS (one can change, but see no need) #####

### number of observations per time span per borrower
### it is obviously one; but it is explicitly inputted as a constant (pasted value)
### as the data generation function allows for other values

obs <- 1

### number of trials per time span per borrower
### it is obviously one; but it is explicitly inputted as a constant (pasted value)
### as the data generation function allows for other values

trials <- 1

#####

# The algorithm objective is to derive the parameters of the DR density distribution.
# There are two models to be tested
# - Vasicek (1987): assumes correlated N(0,1)-distributed components
# - Lunn, Davies (1997): assume correlated Bernoulli trials

### Depending on which model you wish to fit, comment or uncomment relevant sections.

# The key assumption is that it comes from a mixture of correlated Bernoulli distributions.
# We assume that the mixture is composed out of two distributions.
# The code uses search on the net procedure.
# The objective function is the distance between CDFs (actual and fitted).
# There are two options: either to use KS or CvM distance.
# The objective function is minimised, the PD and Rho for the both distributions are saved.
# The progress is displayed using the CDF fit plot.

# single symbol (#) can be taken away (can be commented / UNcommented)
# triple symbol (###) provides a comment (explanation). Not for uncommenting.

#=====

x_beta <- seq(0, 1, by = 1/Scale_1)

#####

```

```

Proba    <- rep(0, K)
Correl   <- rep(0, K)
Weight   <- rep(0, K)

#-----
Proba[1] <- alpha1
Proba[2] <- alpha2
Proba[3] <- alpha3

#-----
Correl[1] <- beta1
Correl[2] <- beta2
Correl[3] <- beta3

#-----

Weight[1] <- w_1
Weight[2] <- w_2
Weight[3] <- w_3

#-----
DefRate   <- matrix(0, nrow=T, ncol = K)

#=====

# DR CYCLE for N portfolios

#=====

for (k in 1:K)
{

pb <- Proba[k]
Rho <- Correl[k]

#=====

### auxiliary (temporary) DR series
# DR2 <- rep(0, T)

#=====
# default quantile for the given PD (pb)
Def_q   <- qnorm(pb, mean = 0, sd = 1)

# common factor
CF <- rep(0, T)

# individual factor
Y <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# correlation parameter to simulate dependent outcomes

```

```

U <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# asset return for Vasicek model
AR <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# outcome (default / non-default)
X <- matrix(0, nrow=T, ncol = N)

# sequence (series) of defaults
Def <- rep(0, T)

# default rate (DR) sequence (series)
DR <- rep(0, T)

#-----
#-----

for (t in 1:T)

{
### Vasicek (1987) model
# CF[t] <- rnorm(obs, mean = 0, sd = 1)

### Lunn, Davies (1997) model

CF[t] <- rbinom(obs, trials, pb)

#-----

for (n in 1:N)

{

#=====
### Vasicek (1987) model
#-----

# Y[t,n] <- rnorm(obs, mean = 0, sd = 1)
# U[t,n] <- Rho

#-----
# AR[t,n] <- CF[t] * U[t,n] + ( (1 - (U[t,n])^2) )^(1/2) ) * Y[t,n]
# X[t, n] <- (AR[t,n] <= Def_q) * 1

#=====
### Lunn, Davies (1997) model
#-----

Y[t,n] <- rbinom(obs, trials, pb)
U[t,n] <- rbinom(obs, trials, Rho)

#-----

```

```

X[t,n]    <- CF[t] * U[t,n] + (1 - U[t,n] ) * Y[t,n]

#-----
#-----

Def[t] <- sum(X[t,])

DR[t]   <- Def[t] / N

}

}

#=====
#=====

#DR2 <- DR

DefRate[,k] <- DR

#-----

#ecdf_DR2 <- ecdf(DR2)
#y_beta2  <- ecdf_DR2(x_beta)

}

#####

DR_pool <- Weight[1] * DefRate[,1] + Weight[2] * DefRate[,2] + Weight[3] * DefRate[,3]

dr      <- ecdf(DR_pool)
y_pool  <- dr(x_beta)
#-----
# y_pool_d <- w_1 * y_beta1 + w_2 * y_beta2 + w_3 * y_beta3

#-----
Risk <- DR_pool

# simulated DR versus N PDFs with the same DR mean and variance, and same sample size

hist(Risk, main = "")

# hist(Risk, ylim=c(0,T))

# hist(Risk)
# lines(density(rnorm(n=T, mean=mean(Risk), sd=sd(Risk))), col="red")

#-----
#-----
#-----

```

```

for (i4 in 1: n4_q)
{

Q_nn <- quantiles[i4]

#####
n_row <- (i4-1) * n3_esg * n2_esg + (i3-1) * n2_esg + i2 + 1
n_col <- i1 + 3

#-----

Output_VaR[n_row,1] <- Q_nn
Output_VaR[n_row,2] <- beta3
Output_VaR[n_row,3] <- alpha3

Output_ES[n_row,1] <- Q_nn
Output_ES[n_row,2] <- beta3
Output_ES[n_row,3] <- alpha3

#-----

VaR <- quantile(Risk, Q_nn)
ES <- mean(Risk [Risk >= VaR] )

Output_VaR[n_row, n_col] <- round(VaR, digits = 3)
Output_ES[n_row, n_col] <- round(ES , digits = 3)

}

#####

}
}
}

#-----
var <- c(path0, "VaR", ".xlsx")
path_var <- str_c(var, collapse = "")

es <- c(path0, "ES", ".xlsx")
path_es <- str_c(es, collapse = "")

df_var <- data.frame(Output_VaR)
df_es <- data.frame(Output_ES)

write_xlsx(df_var, path_var)
write_xlsx(df_es , path_es )

#=====

```

A.2. Результаты генерации искусственных сценариев

A.2.1 Неизменные во времени параметры PD по секторам

Таблица 3: VaR calibration
(assume **no** changes in PD per segments).

RM	Quantile	ρ^G	PD^G	W^G			
				0%	43%	76%	100%
VaR	0.95	0	0.03	0.06	0.05	0.04	0.05
VaR	0.95	0	0.04	0.06	0.05	0.05	0.06
VaR	0.95	0	0.22	0.06	0.13	0.2	0.25
VaR	0.95	0.25	0.03	0.06	0.05	0.04	0.04
VaR	0.95	0.25	0.04	0.06	0.05	0.05	0.06
VaR	0.95	0.25	0.22	0.06	0.21	0.34	0.43
VaR	0.95	0.5	0.03	0.06	0.04	0.03	0.03
VaR	0.95	0.5	0.04	0.06	0.04	0.03	0.04
VaR	0.95	0.5	0.22	0.06	0.29	0.48	0.63
VaR	0.95	0.75	0.03	0.06	0.04	0.02	0.02
VaR	0.95	0.75	0.04	0.06	0.04	0.03	0.02
VaR	0.95	0.75	0.22	0.06	0.37	0.63	0.82
VaR	0.95	0.9	0.03	0.06	0.04	0.02	0.01
VaR	0.95	0.9	0.04	0.06	0.04	0.02	0.01
VaR	0.95	0.9	0.22	0.06	0.41	0.71	0.93
VaR	0.95	1	0.03	0.06	0.03	0.01	0
VaR	0.95	1	0.04	0.06	0.03	0.01	0
VaR	0.95	1	0.22	0.06	0.46	0.77	1
VaR	0.98	0	0.03	0.06	0.05	0.05	0.05
VaR	0.98	0	0.04	0.06	0.05	0.05	0.06
VaR	0.98	0	0.22	0.06	0.13	0.2	0.25
VaR	0.98	0.25	0.03	0.06	0.13	0.21	0.27
VaR	0.98	0.25	0.04	0.06	0.13	0.22	0.28
VaR	0.98	0.25	0.22	0.06	0.22	0.34	0.44
VaR	0.98	0.5	0.03	0.06	0.04	0.39	0.51
VaR	0.98	0.5	0.04	0.06	0.14	0.22	0.52
VaR	0.98	0.5	0.22	0.06	0.3	0.49	0.64
VaR	0.98	0.75	0.03	0.06	0.04	0.56	0.75
VaR	0.98	0.75	0.04	0.06	0.34	0.57	0.75
VaR	0.98	0.75	0.22	0.06	0.38	0.64	0.83
VaR	0.98	0.9	0.03	0.06	0.4	0.69	0.9
VaR	0.98	0.9	0.04	0.06	0.4	0.69	0.9
VaR	0.98	0.9	0.22	0.06	0.42	0.72	0.93
VaR	0.98	1	0.03	0.06	0.44	0.77	1
VaR	0.98	1	0.04	0.06	0.44	0.01	1
VaR	0.98	1	0.22	0.06	0.46	0.77	1
VaR	0.99	0	0.03	0.06	0.05	0.05	0.05
VaR	0.99	0	0.04	0.06	0.05	0.06	0.06
VaR	0.99	0	0.22	0.06	0.14	0.21	0.26
VaR	0.99	0.25	0.03	0.06	0.14	0.22	0.28
VaR	0.99	0.25	0.04	0.06	0.15	0.23	0.3
VaR	0.99	0.25	0.22	0.06	0.22	0.35	0.45

RM	Quantile	ρ^G	PD^G	W^G			
				0%	43%	76%	100%
VaR	0.99	0.5	0.03	0.06	0.23	0.41	0.53
VaR	0.99	0.5	0.04	0.06	0.23	0.41	0.54
VaR	0.99	0.5	0.22	0.06	0.31	0.5	0.64
VaR	0.99	0.75	0.03	0.06	0.34	0.58	0.76
VaR	0.99	0.75	0.04	0.06	0.35	0.59	0.77
VaR	0.99	0.75	0.22	0.06	0.38	0.64	0.83
VaR	0.99	0.9	0.03	0.06	0.41	0.7	0.91
VaR	0.99	0.9	0.04	0.06	0.41	0.7	0.91
VaR	0.99	0.9	0.22	0.06	0.43	0.72	0.94
VaR	0.99	1	0.03	0.06	0.44	0.77	1
VaR	0.99	1	0.04	0.06	0.46	0.77	1
VaR	0.99	1	0.22	0.06	0.46	0.77	1
VaR	1	0	0.03	0.06	0.05	0.05	0.05
VaR	1	0	0.04	0.06	0.06	0.06	0.06
VaR	1	0	0.22	0.06	0.14	0.21	0.26
VaR	1	0.25	0.03	0.06	0.15	0.23	0.3
VaR	1	0.25	0.04	0.06	0.15	0.24	0.31
VaR	1	0.25	0.22	0.06	0.22	0.35	0.46
VaR	1	0.5	0.03	0.06	0.24	0.41	0.54
VaR	1	0.5	0.04	0.06	0.24	0.42	0.55
VaR	1	0.5	0.22	0.06	0.31	0.5	0.65
VaR	1	0.75	0.03	0.06	0.35	0.59	0.78
VaR	1	0.75	0.04	0.06	0.35	0.59	0.78
VaR	1	0.75	0.22	0.06	0.38	0.65	0.84
VaR	1	0.9	0.03	0.06	0.42	0.7	0.92
VaR	1	0.9	0.04	0.06	0.42	0.71	0.92
VaR	1	0.9	0.22	0.06	0.43	0.73	0.94
VaR	1	1	0.03	0.06	0.46	0.77	1
VaR	1	1	0.04	0.06	0.46	0.77	1
VaR	1	1	0.22	0.06	0.46	0.77	1
VaR	1	0	0.03	0.06	0.06	0.05	0.06
VaR	1	0	0.04	0.06	0.06	0.06	0.07
VaR	1	0	0.22	0.06	0.14	0.22	0.26
VaR	1	0.25	0.03	0.06	0.16	0.24	0.31
VaR	1	0.25	0.04	0.06	0.15	0.25	0.31
VaR	1	0.25	0.22	0.06	0.23	0.36	0.46
VaR	1	0.5	0.03	0.06	0.26	0.43	0.55
VaR	1	0.5	0.04	0.06	0.25	0.43	0.56
VaR	1	0.5	0.22	0.06	0.31	0.51	0.65
VaR	1	0.75	0.03	0.06	0.36	0.6	0.79
VaR	1	0.75	0.04	0.06	0.37	0.59	0.79
VaR	1	0.75	0.22	0.06	0.39	0.65	0.84
VaR	1	0.9	0.03	0.06	0.43	0.71	0.92
VaR	1	0.9	0.04	0.06	0.42	0.71	0.93
VaR	1	0.9	0.22	0.06	0.43	0.73	0.94
VaR	1	1	0.03	0.06	0.46	0.77	1
VaR	1	1	0.04	0.06	0.46	0.77	1
VaR	1	1	0.22	0.06	0.47	0.77	1

RM	Quantile	ρ^G	PD^G	W^G			
				0%	43%	76%	100%
ES	0.95	0	0.03	0.06	0.05	0.05	0.05
ES	0.95	0	0.04	0.06	0.05	0.05	0.06
ES	0.95	0	0.22	0.06	0.14	0.2	0.25
ES	0.95	0.25	0.03	0.06	0.12	0.17	0.2
ES	0.95	0.25	0.04	0.06	0.12	0.19	0.28
ES	0.95	0.25	0.22	0.06	0.22	0.35	0.44
ES	0.95	0.5	0.03	0.06	0.12	0.28	0.34
ES	0.95	0.5	0.04	0.06	0.14	0.23	0.47
ES	0.95	0.5	0.22	0.06	0.3	0.49	0.64
ES	0.95	0.75	0.03	0.06	0.16	0.36	0.45
ES	0.95	0.75	0.04	0.06	0.31	0.53	0.39
ES	0.95	0.75	0.22	0.06	0.38	0.64	0.83
ES	0.95	0.9	0.03	0.06	0.39	0.48	0.53
ES	0.95	0.9	0.04	0.06	0.32	0.59	0.58
ES	0.95	0.9	0.22	0.06	0.42	0.72	0.93
ES	0.95	1	0.03	0.06	0.32	0.53	0.04
ES	0.95	1	0.04	0.06	0.38	0.35	0.05
ES	0.95	1	0.22	0.06	0.46	0.77	1
ES	0.98	0	0.03	0.06	0.05	0.05	0.05
ES	0.98	0	0.04	0.06	0.06	0.06	0.06
ES	0.98	0	0.22	0.06	0.14	0.21	0.26
ES	0.98	0.25	0.03	0.06	0.14	0.22	0.29
ES	0.98	0.25	0.04	0.06	0.14	0.23	0.29
ES	0.98	0.25	0.22	0.06	0.22	0.35	0.45
ES	0.98	0.5	0.03	0.06	0.19	0.41	0.53
ES	0.98	0.5	0.04	0.06	0.23	0.41	0.54
ES	0.98	0.5	0.22	0.06	0.3	0.5	0.64
ES	0.98	0.75	0.03	0.06	0.27	0.58	0.76
ES	0.98	0.75	0.04	0.06	0.35	0.58	0.77
ES	0.98	0.75	0.22	0.06	0.38	0.64	0.83
ES	0.98	0.9	0.03	0.06	0.41	0.7	0.91
ES	0.98	0.9	0.04	0.06	0.41	0.7	0.91
ES	0.98	0.9	0.22	0.06	0.43	0.72	0.94
ES	0.98	1	0.03	0.06	0.45	0.77	1
ES	0.98	1	0.04	0.06	0.45	0.71	1
ES	0.98	1	0.22	0.06	0.46	0.77	1
ES	0.99	0	0.03	0.06	0.06	0.05	0.06
ES	0.99	0	0.04	0.06	0.06	0.06	0.06
ES	0.99	0	0.22	0.06	0.14	0.21	0.26
ES	0.99	0.25	0.03	0.06	0.15	0.23	0.3
ES	0.99	0.25	0.04	0.06	0.15	0.24	0.31
ES	0.99	0.25	0.22	0.06	0.23	0.36	0.46
ES	0.99	0.5	0.03	0.06	0.25	0.42	0.54
ES	0.99	0.5	0.04	0.06	0.24	0.42	0.55
ES	0.99	0.5	0.22	0.06	0.31	0.51	0.65
ES	0.99	0.75	0.03	0.06	0.35	0.59	0.78
ES	0.99	0.75	0.04	0.06	0.36	0.59	0.78
ES	0.99	0.75	0.22	0.06	0.39	0.65	0.83
ES	0.99	0.9	0.03	0.06	0.42	0.7	0.92

RM	Quantile	ρ^G	PD^G	W^G			
				0%	43%	76%	100%
ES	0.99	0.9	0.04	0.06	0.42	0.71	0.92
ES	0.99	0.9	0.22	0.06	0.43	0.73	0.94
ES	0.99	1	0.03	0.06	0.46	0.77	1
ES	0.99	1	0.04	0.06	0.46	0.77	1
ES	0.99	1	0.22	0.06	0.46	0.77	1
ES	1	0	0.03	0.06	0.06	0.05	0.06
ES	1	0	0.04	0.06	0.06	0.06	0.07
ES	1	0	0.22	0.06	0.14	0.21	0.26
ES	1	0.25	0.03	0.06	0.16	0.24	0.31
ES	1	0.25	0.04	0.06	0.15	0.25	0.31
ES	1	0.25	0.22	0.06	0.23	0.36	0.46
ES	1	0.5	0.03	0.06	0.25	0.42	0.55
ES	1	0.5	0.04	0.06	0.25	0.43	0.56
ES	1	0.5	0.22	0.06	0.31	0.51	0.65
ES	1	0.75	0.03	0.06	0.36	0.6	0.78
ES	1	0.75	0.04	0.06	0.37	0.59	0.79
ES	1	0.75	0.22	0.06	0.39	0.65	0.84
ES	1	0.9	0.03	0.06	0.43	0.7	0.92
ES	1	0.9	0.04	0.06	0.42	0.71	0.92
ES	1	0.9	0.22	0.06	0.43	0.73	0.94
ES	1	1	0.03	0.06	0.46	0.77	1
ES	1	1	0.04	0.06	0.46	0.77	1
ES	1	1	0.22	0.06	0.47	0.77	1
ES	1	0	0.03	0.06	0.06	0.05	0.07
ES	1	0	0.04	0.06	0.06	0.06	0.07
ES	1	0	0.22	0.06	0.14	0.22	0.26
ES	1	0.25	0.03	0.06	0.17	0.25	0.33
ES	1	0.25	0.04	0.06	0.15	0.26	0.31
ES	1	0.25	0.22	0.06	0.24	0.37	0.47
ES	1	0.5	0.03	0.06	0.26	0.44	0.55
ES	1	0.5	0.04	0.06	0.25	0.43	0.56
ES	1	0.5	0.22	0.06	0.32	0.51	0.65
ES	1	0.75	0.03	0.06	0.36	0.6	0.79
ES	1	0.75	0.04	0.06	0.38	0.6	0.79
ES	1	0.75	0.22	0.06	0.39	0.65	0.84
ES	1	0.9	0.03	0.06	0.43	0.71	0.92
ES	1	0.9	0.04	0.06	0.42	0.71	0.93
ES	1	0.9	0.22	0.06	0.43	0.73	0.94
ES	1	1	0.03	0.06	0.46	0.77	1
ES	1	1	0.04	0.06	0.46	0.77	1
ES	1	1	0.22	0.06	0.47	0.77	1

A.2.2 *Взаимно обратно изменяющиеся во времени параметры PD по секторам*

RM	Quantile	ρ^G	PD^B	PD^G	DR
VaR	0.95	0	0	0.2	0.06
VaR	0.95	0	0.075	0.1	0.135
VaR	0.95	0	0.15	0.05	0.105
VaR	0.95	0	0.2	0.01	0.02
VaR	0.95	0.25	0	0.2	0.06
VaR	0.95	0.25	0.075	0.1	0.206
VaR	0.95	0.25	0.15	0.05	0.107
VaR	0.95	0.25	0.2	0.01	0.02
VaR	0.95	0.5	0	0.2	0.055
VaR	0.95	0.5	0.075	0.1	0.278
VaR	0.95	0.5	0.15	0.05	0.387
VaR	0.95	0.5	0.2	0.01	0.02
VaR	0.95	0.75	0	0.2	0.06
VaR	0.95	0.75	0.075	0.1	0.393
VaR	0.95	0.75	0.15	0.05	0.592
VaR	0.95	0.75	0.2	0.01	0.01
VaR	0.95	0.9	0	0.2	0.061
VaR	0.95	0.9	0.075	0.1	0.457
VaR	0.95	0.9	0.15	0.05	0.061
VaR	0.95	0.9	0.2	0.01	0.01
VaR	0.95	1	0	0.2	0.064
VaR	0.95	1	0.075	0.1	0.13
VaR	0.95	1	0.15	0.05	0.054
VaR	0.95	1	0.2	0.01	0
VaR	0.975	0	0	0.2	0.062
VaR	0.975	0	0.075	0.1	0.14
VaR	0.975	0	0.15	0.05	0.109
VaR	0.975	0	0.2	0.01	0.03
VaR	0.975	0.25	0	0.2	0.06
VaR	0.975	0.25	0.075	0.1	0.219
VaR	0.975	0.25	0.15	0.05	0.113
VaR	0.975	0.25	0.2	0.01	0.03
VaR	0.975	0.5	0	0.2	0.06
VaR	0.975	0.5	0.075	0.1	0.309
VaR	0.975	0.5	0.15	0.05	0.411
VaR	0.975	0.5	0.2	0.01	0.02
VaR	0.975	0.75	0	0.2	0.064
VaR	0.975	0.75	0.075	0.1	0.4
VaR	0.975	0.75	0.15	0.05	0.642
VaR	0.975	0.75	0.2	0.01	0.015
VaR	0.975	0.9	0	0.2	0.062
VaR	0.975	0.9	0.075	0.1	0.463
VaR	0.975	0.9	0.15	0.05	0.384
VaR	0.975	0.9	0.2	0.01	0.01
VaR	0.975	1	0	0.2	0.065
VaR	0.975	1	0.075	0.1	0.471
VaR	0.975	1	0.15	0.05	0.445
VaR	0.975	1	0.2	0.01	0

RM	Quantile	ρ^G	PD^B	PD^G	DR
VaR	0.99	0	0	0.2	0.062
VaR	0.99	0	0.075	0.1	0.141
VaR	0.99	0	0.15	0.05	0.121
VaR	0.99	0	0.2	0.01	0.03
VaR	0.99	0.25	0	0.2	0.061
VaR	0.99	0.25	0.075	0.1	0.232
VaR	0.99	0.25	0.15	0.05	0.243
VaR	0.99	0.25	0.2	0.01	0.042
VaR	0.99	0.5	0	0.2	0.061
VaR	0.99	0.5	0.075	0.1	0.317
VaR	0.99	0.5	0.15	0.05	0.442
VaR	0.99	0.5	0.2	0.01	0.03
VaR	0.99	0.75	0	0.2	0.066
VaR	0.99	0.75	0.075	0.1	0.425
VaR	0.99	0.75	0.15	0.05	0.679
VaR	0.99	0.75	0.2	0.01	0.027
VaR	0.99	0.9	0	0.2	0.064
VaR	0.99	0.9	0.075	0.1	0.464
VaR	0.99	0.9	0.15	0.05	0.711
VaR	0.99	0.9	0.2	0.01	0.02
VaR	0.99	1	0	0.2	0.066
VaR	0.99	1	0.075	0.1	0.484
VaR	0.99	1	0.15	0.05	0.804
VaR	0.99	1	0.2	0.01	0
VaR	0.995	0	0	0.2	0.064
VaR	0.995	0	0.075	0.1	0.144
VaR	0.995	0	0.15	0.05	0.124
VaR	0.995	0	0.2	0.01	0.035
VaR	0.995	0.25	0	0.2	0.064
VaR	0.995	0.25	0.075	0.1	0.243
VaR	0.995	0.25	0.15	0.05	0.261
VaR	0.995	0.25	0.2	0.01	0.131
VaR	0.995	0.5	0	0.2	0.062
VaR	0.995	0.5	0.075	0.1	0.329
VaR	0.995	0.5	0.15	0.05	0.446
VaR	0.995	0.5	0.2	0.01	0.035
VaR	0.995	0.75	0	0.2	0.066
VaR	0.995	0.75	0.075	0.1	0.427
VaR	0.995	0.75	0.15	0.05	0.685
VaR	0.995	0.75	0.2	0.01	0.384
VaR	0.995	0.9	0	0.2	0.064
VaR	0.995	0.9	0.075	0.1	0.468
VaR	0.995	0.9	0.15	0.05	0.73
VaR	0.995	0.9	0.2	0.01	0.02
VaR	0.995	1	0	0.2	0.067
VaR	0.995	1	0.075	0.1	0.485
VaR	0.995	1	0.15	0.05	0.806
VaR	0.995	1	0.2	0.01	0
VaR	0.999	0	0	0.2	0.065
VaR	0.999	0	0.075	0.1	0.147

RM	Quantile	ρ^G	PD^B	PD^G	DR
VaR	0.999	0	0.15	0.05	0.126
VaR	0.999	0	0.2	0.01	0.039
VaR	0.999	0.25	0	0.2	0.066
VaR	0.999	0.25	0.075	0.1	0.253
VaR	0.999	0.25	0.15	0.05	0.277
VaR	0.999	0.25	0.2	0.01	0.202
VaR	0.999	0.5	0	0.2	0.062
VaR	0.999	0.5	0.075	0.1	0.34
VaR	0.999	0.5	0.15	0.05	0.45
VaR	0.999	0.5	0.2	0.01	0.039
VaR	0.999	0.75	0	0.2	0.066
VaR	0.999	0.75	0.075	0.1	0.428
VaR	0.999	0.75	0.15	0.05	0.689
VaR	0.999	0.75	0.2	0.01	0.669
VaR	0.999	0.9	0	0.2	0.064
VaR	0.999	0.9	0.075	0.1	0.471
VaR	0.999	0.9	0.15	0.05	0.744
VaR	0.999	0.9	0.2	0.01	0.02
VaR	0.999	1	0	0.2	0.067
VaR	0.999	1	0.075	0.1	0.485
VaR	0.999	1	0.15	0.05	0.809
VaR	0.999	1	0.2	0.01	0
ES	0.95	0	0	0.2	0.062
ES	0.95	0	0.075	0.1	0.141
ES	0.95	0	0.15	0.05	0.115
ES	0.95	0	0.2	0.01	0.022
ES	0.95	0.25	0	0.2	0.061
ES	0.95	0.25	0.075	0.1	0.228
ES	0.95	0.25	0.15	0.05	0.171
ES	0.95	0.25	0.2	0.01	0.07
ES	0.95	0.5	0	0.2	0.06
ES	0.95	0.5	0.075	0.1	0.316
ES	0.95	0.5	0.15	0.05	0.424
ES	0.95	0.5	0.2	0.01	0.024
ES	0.95	0.75	0	0.2	0.064
ES	0.95	0.75	0.075	0.1	0.41
ES	0.95	0.75	0.15	0.05	0.65
ES	0.95	0.75	0.2	0.01	0.038
ES	0.95	0.9	0	0.2	0.062
ES	0.95	0.9	0.075	0.1	0.464
ES	0.95	0.9	0.15	0.05	0.452
ES	0.95	0.9	0.2	0.01	0.012
ES	0.95	1	0	0.2	0.065
ES	0.95	1	0.075	0.1	0.474
ES	0.95	1	0.15	0.05	0.504
ES	0.95	1	0.2	0.01	0
ES	0.975	0	0	0.2	0.063
ES	0.975	0	0.075	0.1	0.143
ES	0.975	0	0.15	0.05	0.119
ES	0.975	0	0.2	0.01	0.032

RM	Quantile	ρ^G	PD^B	PD^G	DR
ES	0.975	0.25	0	0.2	0.063
ES	0.975	0.25	0.075	0.1	0.237
ES	0.975	0.25	0.15	0.05	0.213
ES	0.975	0.25	0.2	0.01	0.07
ES	0.975	0.5	0	0.2	0.061
ES	0.975	0.5	0.075	0.1	0.323
ES	0.975	0.5	0.15	0.05	0.436
ES	0.975	0.5	0.2	0.01	0.024
ES	0.975	0.75	0	0.2	0.066
ES	0.975	0.75	0.075	0.1	0.418
ES	0.975	0.75	0.15	0.05	0.674
ES	0.975	0.75	0.2	0.01	0.26
ES	0.975	0.9	0	0.2	0.064
ES	0.975	0.9	0.075	0.1	0.467
ES	0.975	0.9	0.15	0.05	0.71
ES	0.975	0.9	0.2	0.01	0.012
ES	0.975	1	0	0.2	0.067
ES	0.975	1	0.075	0.1	0.482
ES	0.975	1	0.15	0.05	0.803
ES	0.975	1	0.2	0.01	0
ES	0.99	0	0	0.2	0.065
ES	0.99	0	0.075	0.1	0.148
ES	0.99	0	0.15	0.05	0.127
ES	0.99	0	0.2	0.01	0.04
ES	0.99	0.25	0	0.2	0.066
ES	0.99	0.25	0.075	0.1	0.255
ES	0.99	0.25	0.15	0.05	0.28
ES	0.99	0.25	0.2	0.01	0.22
ES	0.99	0.5	0	0.2	0.062
ES	0.99	0.5	0.075	0.1	0.342
ES	0.99	0.5	0.15	0.05	0.45
ES	0.99	0.5	0.2	0.01	0.04
ES	0.99	0.75	0	0.2	0.066
ES	0.99	0.75	0.075	0.1	0.428
ES	0.99	0.75	0.15	0.05	0.69
ES	0.99	0.75	0.2	0.01	0.74
ES	0.99	0.9	0	0.2	0.064
ES	0.99	0.9	0.075	0.1	0.472
ES	0.99	0.9	0.15	0.05	0.748
ES	0.99	0.9	0.2	0.01	0.02
ES	0.99	1	0	0.2	0.068
ES	0.99	1	0.075	0.1	0.485
ES	0.99	1	0.15	0.05	0.809
ES	0.99	1	0.2	0.01	0
ES	0.995	0	0	0.2	0.065
ES	0.995	0	0.075	0.1	0.148
ES	0.995	0	0.15	0.05	0.127
ES	0.995	0	0.2	0.01	0.04
ES	0.995	0.25	0	0.2	0.066
ES	0.995	0.25	0.075	0.1	0.255

RM	Quantile	ρ^G	PD^B	PD^G	DR
ES	0.995	0.25	0.15	0.05	0.28
ES	0.995	0.25	0.2	0.01	0.22
ES	0.995	0.5	0	0.2	0.062
ES	0.995	0.5	0.075	0.1	0.342
ES	0.995	0.5	0.15	0.05	0.45
ES	0.995	0.5	0.2	0.01	0.04
ES	0.995	0.75	0	0.2	0.066
ES	0.995	0.75	0.075	0.1	0.428
ES	0.995	0.75	0.15	0.05	0.69
ES	0.995	0.75	0.2	0.01	0.74
ES	0.995	0.9	0	0.2	0.064
ES	0.995	0.9	0.075	0.1	0.472
ES	0.995	0.9	0.15	0.05	0.748
ES	0.995	0.9	0.2	0.01	0.02
ES	0.995	1	0	0.2	0.068
ES	0.995	1	0.075	0.1	0.485
ES	0.995	1	0.15	0.05	0.809
ES	0.995	1	0.2	0.01	0
ES	0.999	0	0	0.2	0.065
ES	0.999	0	0.075	0.1	0.148
ES	0.999	0	0.15	0.05	0.127
ES	0.999	0	0.2	0.01	0.04
ES	0.999	0.25	0	0.2	0.066
ES	0.999	0.25	0.075	0.1	0.255
ES	0.999	0.25	0.15	0.05	0.28
ES	0.999	0.25	0.2	0.01	0.22
ES	0.999	0.5	0	0.2	0.062
ES	0.999	0.5	0.075	0.1	0.342
ES	0.999	0.5	0.15	0.05	0.45
ES	0.999	0.5	0.2	0.01	0.04
ES	0.999	0.75	0	0.2	0.066
ES	0.999	0.75	0.075	0.1	0.428
ES	0.999	0.75	0.15	0.05	0.69
ES	0.999	0.75	0.2	0.01	0.74
ES	0.999	0.9	0	0.2	0.064
ES	0.999	0.9	0.075	0.1	0.472
ES	0.999	0.9	0.15	0.05	0.748
ES	0.999	0.9	0.2	0.01	0.02
ES	0.999	1	0	0.2	0.068
ES	0.999	1	0.075	0.1	0.485
ES	0.999	1	0.15	0.05	0.809
ES	0.999	1	0.2	0.01	0

Список литературы

- Acharya, V. V., Bergant, K., Crosignani, M., Eisert, T., and McCann, F. (2022). The anatomy of the transmission of macroprudential policies. *Journal of Finance*, 77:2533–2575. <https://doi.org/10.1111/jofi.13170>, restricted access; IMF Working Paper No. WP/20/58: <https://www.imf.org/-/media/Files/Publications/WP/2020/English/wpiea2020058-print-pdf.ashx>, open access;.
- Adam, A., Houkari, M., and Laurent, J.-P. (2008). Spectral risk measures and portfolio selection. *Journal of Banking and Finance*, 32:1870–1882. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2007.12.032>, restricted access.
- Aivazian, S. A. (2012). *Анализ качества и образа жизни населения (эконометрический подход)*. Москва: Наука. [in Russian] <https://mse.msu.ru/s-a-ajvazjan-analiz-kachestva-zhizni-naselenija-jekonometriceskij-podhod/>, restricted access;.
- Andersen, D. C. (2020). Default risk, productivity, and the environment: Theory and evidence from u.s. manufacturing. *Environmental and Resource Economics*, 75:677–710. <https://doi.org/10.1007/s10640-020-00404-5>, restricted access.
- Aramonte, S. and Avalos, F. (2020). Corporate credit markets after the initial pandemic shock. <https://www.bis.org/publ/bisbull26.htm>.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., and Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9:203–228. <https://people.math.ethz.ch/~delbaen/ftp/preprints/CoherentMF.pdf>.
- Banco de Espana (2008). Guidelines on the internal capital adequacy assessment process (ICAAP) at credit institutions. https://www.esrb.europa.eu/mpa/cbmd/shared/pdf/Spain/2013-12-09_Guidelines_ICAAP.pdf?fe003e719799cbb87fd42f6149666225. free access, accessed on August 23, 2022;.
- Banka Slovenije (2010). The internal capital adequacy assessment process. Bank of Slovenia guidelines for banks and savings banks. instructions for completing and submitting the ICAAP report. Non official translation. <http://www.bsi.si/library/includes/datoteka.asp?DatotekaId=4510>. currently non-available, accessed on August 11, 2018;.
- BCBS (1988). International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards [Basel I]. <http://www.bis.org/publ/bcbs04a.htm>.
- BCBS (2001). The Internal Ratings-Based Approach. Consultative Document. Supporting Document to the New Basel Capital Accord. <https://www.bis.org/publ/bcbsca05.pdf>.
- BCBS (2006a). Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework - Comprehensive Version. <https://www.bis.org/publ/bcbs128.pdf>.
- BCBS (2006b). Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework - Comprehensive Version. <https://www.bis.org/publ/bcbs128.pdf>.
- BCBS (2009). [Basel III Draft] Strengthening the Resilience of the Banking Sector - Consultative Document. <http://bis.org/publ/bcbs164.htm>.
- BCBS (2013). Fundamental review of the trading book. <https://www.bis.org/publ/bcbs265.pdf>. free access, accessed on August 24, 2022;.
- BCBS (2021a). Climate-Related Financial Risks – Measurement Methodologies. <https://www.bis.org/bcbs/publ/d518.pdf>, online; accessed 15 February 2022.

- BCBS (2021b). Principles for the Effective Management and Supervision of Climate-Related Financial Risks. <https://www.bis.org/bcbs/publ/d530.pdf>, online; accessed 15 February 2022.
- Blasberg, A., Kiesel, R., and Taschini, L. (2023). Climate default swap–disentangling the exposure to transition risk through CDS. https://www.lse.ac.uk/granthaminstitute/wp-content/uploads/2023/01/working-paper-391-Blasberg_et_al.pdf. Centre for Climate Change Economics and Policy Working Paper No. 416; open access; accessed on April 26, 2023.
- Calixto, E. (2016). Lifetime data analysis. In *Gas and Oil Reliability Engineering. Modeling and Analysis*, chapter 1, pages 1–92. Gulf Professional Publishing, 2nd edition. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-805427-7.00001-4>; restricted access;.
- Capasso, G., Gianfrate, G., and Spinelli, M. (2020). Climate change and credit risk. *Journal of Cleaner Production*, 266:121634. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.121634>, restricted access.
- Carro, A., Hinterschweiger, M., Uluc, A., and Farmer, J. D. (2022). Heterogeneous effects and spillovers of macroprudential policy in an agent-based model of the UK housing market. <https://www.bankofengland.co.uk/working-paper/2022/heterogeneous-effects-and-spillovers-of-macroprudential-policy-in-model-of-uk-housing-market> Bank of England Staff Working Paper No. 976; open access; accessed on Dec. 05, 2022.
- Coelho, R. and Restoy, F. (2022). The regulatory response to climate risks: some challenges. <https://www.bis.org/fsi/fsibriefs16.pdf>. Online; accessed on May 25, 2023.
- Coelho, R. and Restoy, F. (2023). Macroprudential policies for addressing climate-related financial risks: challenges and trade-offs. <https://www.bis.org/fsi/fsibriefs18.pdf>. Online; accessed on May 25, 2023.
- CySEC (2012). Directive DI144-2007-05 of 2012 of the cyprus securities and exchange commission for the capital requirements of investment firms. <https://cysec.gov.cy/CMSPages/GetFile.aspx?guid=cf5215a4-de83-4965-a579-297ed1dbc3da>. open access, accessed on August 23, 2022;.
- Erlenmaier, U. (2011). The shadow rating approach: Experience from banking practice. In Engelmann, B. and Rauhmeier, R., editors, *The Basel II Risk Parameters. Estimation, Validation, Stress-Testing - with Applications to Loan Risk Management*, chapter 4, pages 37–74. Springer, 2nd edition. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-16114-8>; restricted access;.
- Goldman Sachs (2020). 2019 annual report. <https://www.goldmansachs.com/investor-relations/financials/current/annual-reports/2019-annual-report/annual-report-2019.pdf>. open accessed; accessed on June 19, 2023.
- Goldman Sachs (2021). 2020 annual report. <https://www.goldmansachs.com/investor-relations/financials/current/annual-reports/2020-annual-report/multimedia/2020/annual-report-2020.pdf>. open accessed; accessed on June 19, 2023.
- Goldman Sachs (2022). 2021 annual report. <https://www.goldmansachs.com/investor-relations/financials/current/annual-reports/2021-annual-report/multimedia/annual-report-2021.pdf>. open accessed; accessed on June 19, 2023.
- Goldman Sachs (2023). 2022 annual report. <https://www.goldmansachs.com/investor-relations/financials/current/annual-reports/2022-annual-report/multimedia/annual-report-2022.pdf>. open accessed; accessed on June 19, 2023.
- Goodhart, C. (2011). *The Basel Committee on Banking Supervision. A History of the Early Years 1974-1997*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CB09780511996238>.

- Gordy, M. (2000). A comparative anatomy of credit risk models. *Journal of Banking and Finance*, 24:119–149. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(99\)00054-0](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(99)00054-0), restricted access; <https://www.federalreserve.gov/pubs/feds/1998/199847/199847pap.pdf>, free access, accessed on August 25, 2022.
- Gordy, M. and Lütkebohmert, E. (2013). Granularity adjustment for regulatory capital assessment. *International Journal of Central Banking*, 9:33–71. <https://www.ijcb.org/journal/ijcb13q3a2.pdf>, free access, accessed on September 02, 2022.
- Holton, G. A. (2002). History of Value-at-Risk: 1922-1998. <http://stat.wharton.upenn.edu/~steele/Courses/434/434Context/RiskManagement/VaRHistory.pdf>, open access, accessed on Dec. 20, 2023.
- Interfax (2022). Sberbank increased its "green"loans portfolio to rub 395 bn due to existing projects. <https://www.interfax.ru/business/846193>. [in Russian] open access; accessed on 05.09.2023;.
- Interfax (2023). Gazprombank has defined rub 15 bn as the issue volume for its "green"bonds. <https://www.interfax.ru/business/932951>. [in Russian] open access; accessed on 23.11.2023;.
- Jahn, N., Memmel, C., and Pfingsten, A. (2013). Banks' concentration versus diversification in the loan portfolio: new evidence from Germany. <https://www.bundesbank.de/en/publications/research/discussion-papers/banks-concentration-versus-diversification-in-the-loan-portfolio-new-evidence-from-germany> Deutsche Bundesbank Discussion paper No. 53/2013.
- Jorion, P. (2009). *Financial Risk Manager Handbook*. John Wiley & Sons, 4th edition. <https://www.amazon.com/Financial-Manager-Handbook-Wiley-Finance/dp/0470479612/>, restricted access.
- J.P.Morgan/Reuters (1996). RiskMetrics. 4th edition; <https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>, open access, accessed on Aug. 11, 2022.
- Jurca, P., Klacso, J., Tereanu, E., Forletta, M., and Gross, M. (2020). The effectiveness of borrower-based macroprudential measures: A quantitative analysis for Slovakia. <https://www.imf.org/en/Publications/WP/Issues/2020/07/17/The-Effectiveness-of-Borrower-Based-Macroprudential-Measures-A-Quantitative-Analysis-for-4> IMF Working Paper No. 20/134; open access; accessed on Dec. 05, 2022.
- Kotlikoff, L. J., Kubler, F., Polbin, A., and Scheidegger, S. (2021). Can Today's and Tomorrow's World Uniformly Gain from Carbon Taxation? <http://www.nber.org/papers/w29224>. Online; accessed 17 February 2022.
- Kruppa, J., Lepenies, B., and Jung, K. (2018). A genetic algorithm for simulating correlated binary data from biomedical research. *Computers in Biology and Medicine*, 92:1–8. <https://doi.org/10.1016/j.compbio.2017.10.023>, restricted access;.
- Kölbel, J. F., Leippold, M., Rillaerts, J., and Wang, Q. (2022). Ask BERT: How regulatory disclosure of transition and physical climate risks affects the CDS term structure. *Journal of Financial Econometrics*, nbac:027. <https://doi.org/10.1093/jjfinec/nbac027>, restricted access.
- Lunn, A. D. and Davies, S. J. (1998). A note on generating correlated binary variables. *Biometrika*, 85:487–490. <https://www.jstor.org/stable/2337376>, restricted access.
- Lütkebohmert, E. (2009). The asymptotic single risk factor model. *Concentration Risk in Credit Portfolios*, pages 31–42. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-70870-4_4, restricted access.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7:77–91. https://www.math.hkust.edu.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf.

- Merika, A., Negkakis, I., and Penikas, H. (2021). Stress-testing and credit risk revisited: A shipping sector application. *International Journal of Banking, Accounting and Finance*, 12:389–403. <https://doi.org/10.1504/IJBAAF.2021.10040577>, restricted access.
- Merton, R. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *The Journal of Finance*, 29(2):449–470. <https://doi.org/10.2307/2978814>, restricted access; <https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/1874/SWP-0684-14514372.pdf>, open access;
- Mohamed, T. (2023). A 'Black Swan' investor warns of the biggest debt bubble in history - and predicts the Fed's efforts will end in disaster. <https://finance.yahoo.com/news/black-swan-investor-warns-biggest-202225762.html>; free access, accessed on Nov. 27, 2023;
- Okimoto, T. and Takaoka, S. (2022). Credit default swaps and corporate carbon emissions in Japan. <https://www.rieti.go.jp/jp/publications/dp/22e098.pdf>. open access; accessed on April 26, 2023.
- Ozdemir, B. and Miu, P. (2009). *Basel II Implementation. A Guide to Developing and Validating a Compliant Internal Risk Rating System*. McGrawHill. <https://www.amazon.com/Basel-Implementation-Developing-Validating-Compliant/dp/0071591303>; restricted access;
- Penikas, H. (2020). Low default portfolios in Basel II and Basel III as a special case of significantly unbalanced classes in binary choice models. *Russian Journal of Money and Finance*, 79:101–128. <https://doi.org/10.31477/rjmf.202002.101>; open access;
- Penikas, H. (2021a). Identifying default correlation via a mix of correlated Bernoulli distributions. <https://doi.org/10.1109/IEEECONF53626.2021.9686334>. 2021 International Conference on Sustainable Islamic Business and Finance Proceedings; open access; accessed on Jan. 31, 2022;
- Penikas, H. (2021b). Определение корреляции дефолтов по данным о дефолтах в США за период 1985-2021 гг. https://elibrary.ru/download/elibrary_47601091_30108773.pdf; стр. 90-94.
- Penikas, H. (2023). IRB asset and default correlation: Rationale for the macroprudential mark-ups to the irb risk-weights. *Risk Management*, 25:3. <https://doi.org/10.1057/s41283-022-00109-7>, restricted access.
- Preisser, J. S. and Qaqish, B. F. (2014). A comparison of methods for simulating correlated binary variables with specified marginal means and correlations. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 84:2441–2452. <https://doi.org/10.1080/00949655.2013.818148>, restricted access;
- Pykhtin, M. (2004). Multi-factor adjustment. *Risk*, 17:85–90. [http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/1226.nsf/0/e9c944cf9ab30ac9c12577b4001e0342/\\$FILE/Pykhtin-Multi-fractor%20adjustment.pdf](http://www.ressources-actuarielles.net/EXT/ISFA/1226.nsf/0/e9c944cf9ab30ac9c12577b4001e0342/$FILE/Pykhtin-Multi-fractor%20adjustment.pdf), open access; accessed on Dec. 04, 2023;
- Ran.org (2021). Banking on climate chaos. Fossil fuel report finance report 2023. https://www.bankingonclimatechaos.org/wp-content/uploads/2023/08/BOCC_2023_vF.pdf. open access; accessed on 05.09.2023;
- Rockafellar, R. T. and Uryasev, S. (1999). Optimization of conditional value-at-risk. <https://sites.math.washington.edu/~rtr/papers/rtr179-CVaR1.pdf>. open access; accessed on July 11, 2023.
- Rockafellar, R. T. and Uryasev, S. (2013). The fundamental risk quadrangle in risk management, optimization and statistical estimation. <http://uryasev.ams.stonybrook.edu/wp-content/uploads/2013/03/quadrangle.pdf>. open access; accessed on July 11, 2023.
- Vasicek, O. A. (1987). Probability of loss on loan portfolio. <https://www.moodyanalytics.com/-/media/whitepaper/before-2011/02-12-87-probability-of-loss-on-loan-portfolio.pdf>.
- World Bank (2021). What you need to know about green loans. <https://www.worldbank.org/en/news/feature/2021/10/04/what-you-need-to-know-about-green-loans>. open access, accessed on 25.08.2023;